

---

# Уравнения, содержащие знак модуля вида $|f(x)|=a, a \in \mathbb{R}$

ПОДГОТОВИЛА:

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ

МОУ СОШ №30 ИМЕНИ А.И.КОЛДУНОВА

КУТОМАНОВА Е.М.

2010-2011 УЧЕБНЫЙ ГОД

---

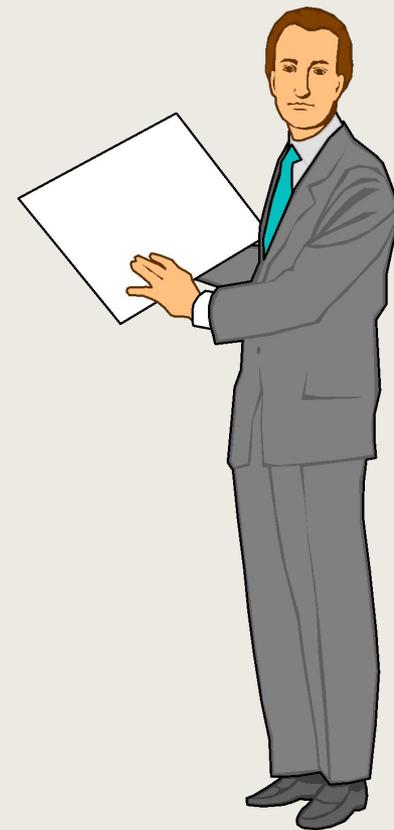
Абсолютной величиной числа  $a$  (модулем числа  $a$ ) называют расстояние от точки, изображающей данное число на координатной прямой, до начала отсчёта и обозначается  $|a|$ .



$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

# ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА МОДУЛЯ

1.  $|a| \geq 0$
2.  $|a| = |-a|$
3.  $|a| \geq a$
4.  $|ab| = |a| \cdot |b|$
- 5.
6.  $|a+b| \leq |a| + |b|$
7.  $|a+b| = |a| + |b|$ , если  $ab \geq 0$
8.  $|a| + |b| = a + b$ , если  $a \geq 0$  и  $b \geq 0$
9.  $|a-b| = |a| + |b|$ , если  $ab \leq 0$
10.  $|a| - |b| \geq 0$ , если  $a^2 - b^2 \geq 0$



Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля, называют уравнениями, содержащими знак модуля.

Алгоритм решения уравнений вида  $|f(x)|=a$ ,  $a \in \mathbb{R}$

$a < 0$	$ f(x)  = a$	Уравнение корней не имеет
$a = 0$	$ f(x)  = 0$	$f(x) = 0$
$a > 0$	$ f(x)  = a$	$f(x) = a$ или $f(x) = -a$

# НАПРИМЕР:

---

1.  $2|x|-3=0;$

$$2|x|=3;$$

$$|x|=1,5;$$

$$x=\pm 1,5.$$

Ответ:  $\pm 1,5$ .

2.  $2|x|+3=0,$

т.к.  $2|x|+3>0$ , то уравнение  
не имеет корней.

Ответ: корней нет.

3.  $3|x-1|-5=1;$

$$3|x-1|=6;$$

$$|x-1|=2;$$

$$x-1=2 \text{ или } x-1=-2$$

$$x=3 \qquad x=-1$$

Ответ:  $3; -1$ .

4.  $|x^2 + x + 1|=0,$

т.к.  $x^2 + x + 1 > 0$  при любом  
 $x$ , то уравнение корней  
не имеет.

Ответ: корней нет.

$$5. ||x|-2|=2;$$

$$|x|-2=2 \text{ или } |x|-2=-2;$$

$$|x|=4 \text{ или } |x|=0;$$

$$x=\pm 4 \text{ или } x=0.$$

Ответ:  $\pm 4; 0$ .

$$6. |x^2 - x - 1|=1;$$

$$x^2 - x - 1 = 1 \text{ или } x^2 - x - 1 = -1;$$

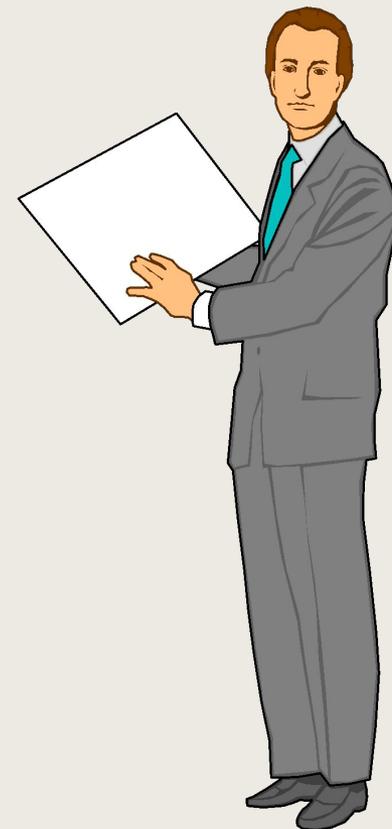
$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ или } x^2 - x = 0;$$

$$D = 1 + 8 = 9 \text{ или } x(x - 1) = 0;$$

$$x = (1 \pm 3) : 2 \text{ или } x = 0, x = 1;$$

$$x = 2; x = -1.$$

Ответ:  $\pm 1; 2; 0$ .



$$7. x^2 - 2|x| - 3 = 0;$$

если  $x \geq 0$ , то  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ;

$$D_1 = 1 + 3 = 4;$$

$$x = 1 \pm 2;$$

$$x_1 = 3 > 0, x_2 = -1 < 0.$$

если  $x < 0$ , то  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ;

$$D_1 = 1 + 3 = 4;$$

$$x = -1 \pm 2;$$

$$x_1 = 1 > 0, x_2 = -3 < 0.$$

Ответ:  $\pm 3$ .



$$8. x|x| - 7x + 12 = 0;$$

если  $x \geq 0$ , то  $x^2 - 7x + 12 = 0$ ,

$$D = 49 - 48 = 1,$$

$$x = (7 \pm 1) : 2,$$

$$x_1 = 4 > 0, x_2 = 3 > 0.$$

если  $x < 0$ , то  $-x^2 - 7x + 12 = 0$ ,

$$x^2 + 7x - 12 = 0,$$

$$D = 49 + 48 = 97,$$

$$x_1 = (-7 + \sqrt{97}) : 2 > 0,$$

$$x_2 = (-7 - \sqrt{97}) : 2 < 0.$$

Ответ: 4; 3;  $(-7 - \sqrt{97}) : 2$ .





# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Решите уравнения:

$$5|x|-7=0;$$

$$4|x-5|-7=1;$$

$$|x^2 + 5x + 9| = 0;$$

$$|x^2 + 5x + 6| = 6;$$

$$x^2 + 5|x| + 6 = 0;$$

$$x|x| + 5x - 6 = 0.$$