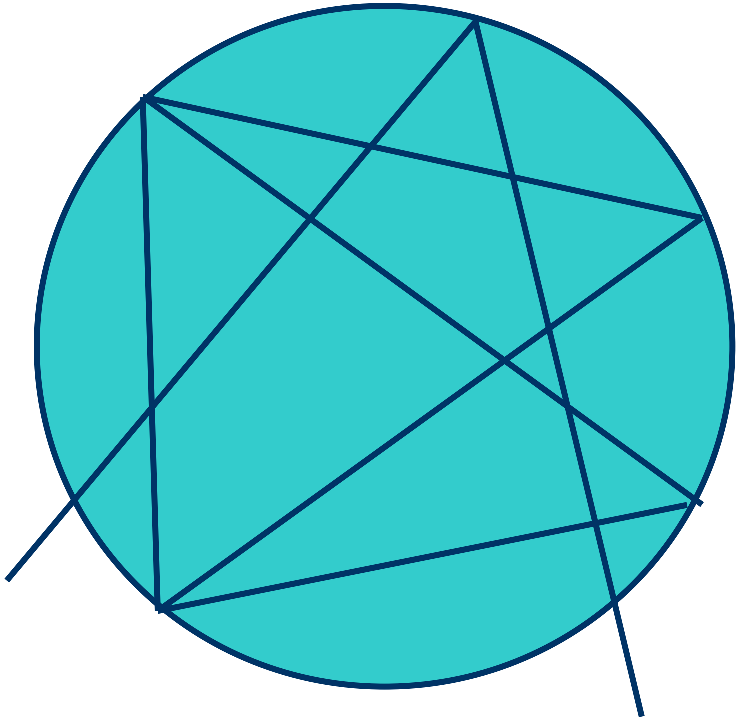
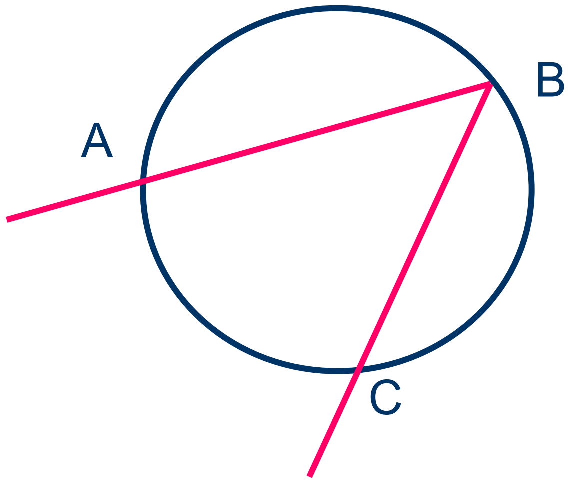
Вписанный угол

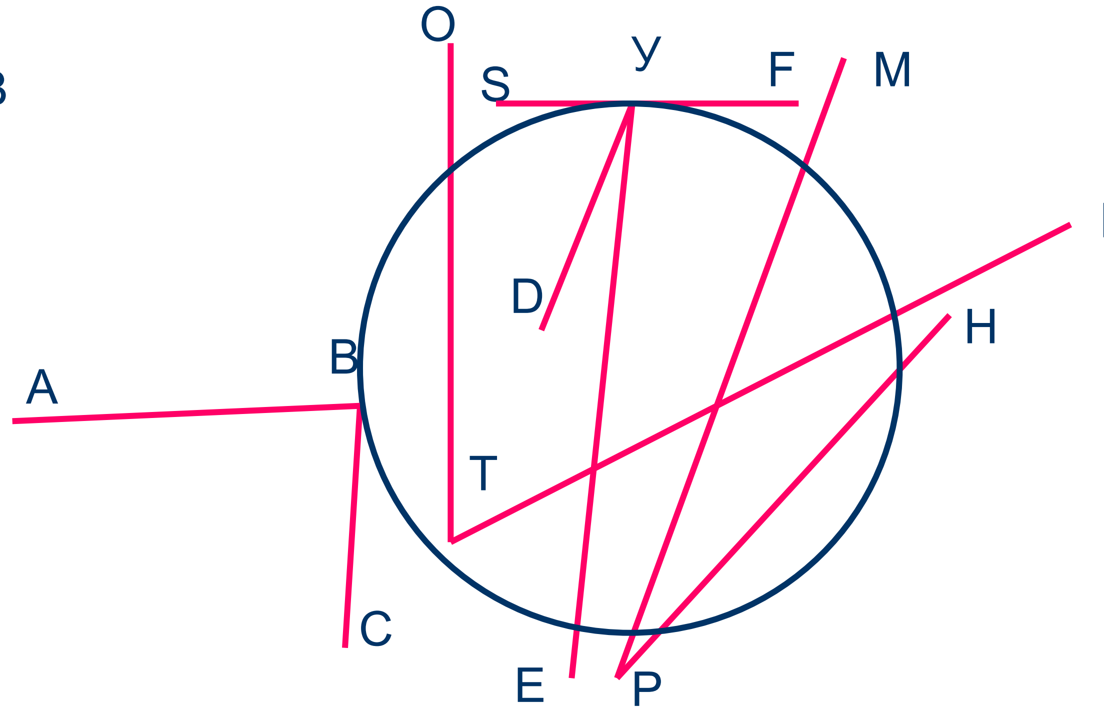


Вписанный угол

Определение. **Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.**



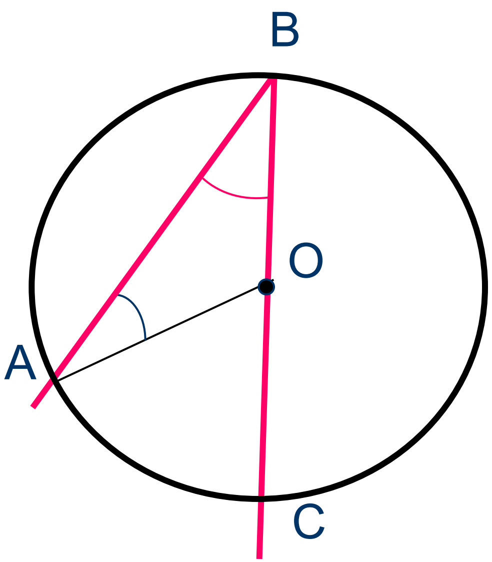
∠ABC - вписанный



Назови вписанный угол

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle$ ABC = ½ $\smile$ AC.

Доказательство:

1 случай. BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

$\angle$ AOC – центральный, значит $\angle$AOC = $\smile$AC

$\triangle$ ABC – равнобедренный, значит, $\angle$B = $\angle$A

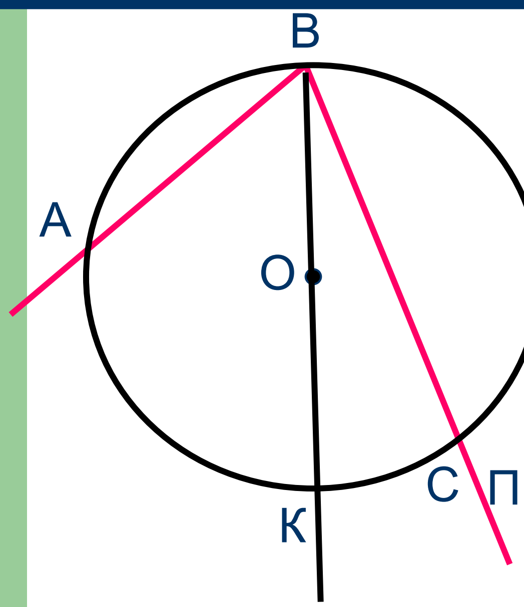
$\angle$ AOC – внешний угол $\triangle$ ABC, значит, $\angle$ AOC = $\angle$A + $\angle$B = 2 $\angle$ B

Следовательно, 2 $\angle$ B = $\smile$ AC.

Значит, $\angle$ABC = ½ $\smile$AC

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r), $\angle$ ABC – вписанный.

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC$.

Доказательство:

<u>2случай.</u> Центр окружности лежит внутри угла ABC.

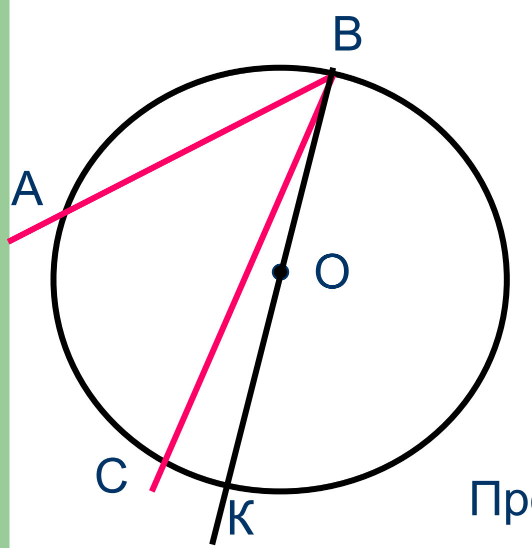
Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке K.

$\angle$ ABK и $\angle$ CBK – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle ABC = \angle ABK + \angle CBK = \frac{1}{2} \smile AK + \frac{1}{2} \smile CK = \frac{1}{2} (\smile AK + \smile CK) =$
$= \frac{1}{2} \smile AC$.

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r),
$\angle$ABC - вписанный.

Доказать: $\angle$ABC = ½ $\smile$AC.

Доказательство:

<u>3 случай.</u> Центр окружности лежит вне угла ABC.

Проведём луч BO, который пересекает Окр(O;r) в точке К.

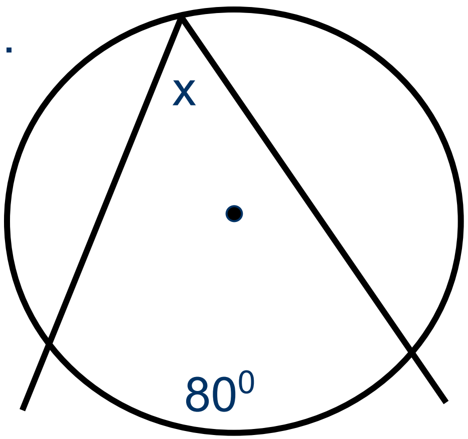
$\angle$ ABК и $\angle$CBК – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

$\angle$ ABC = $\angle$ABК - $\angle$CBК = ½$\smile$AК - ½$\smile$CК = ½ ($\smile$AК - $\smile$CК) =
= ½$\smile$AC.

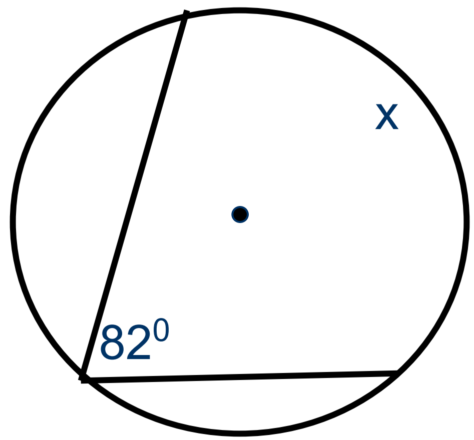
Реши задачи

Найти: x

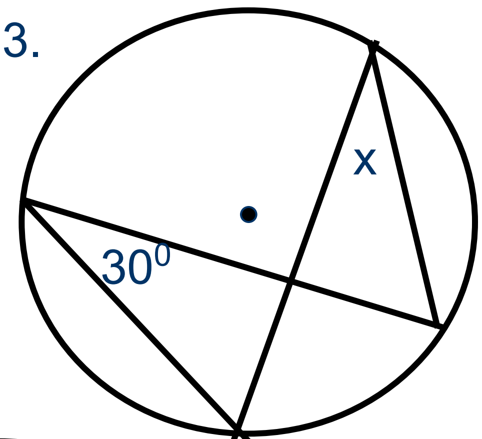
1.



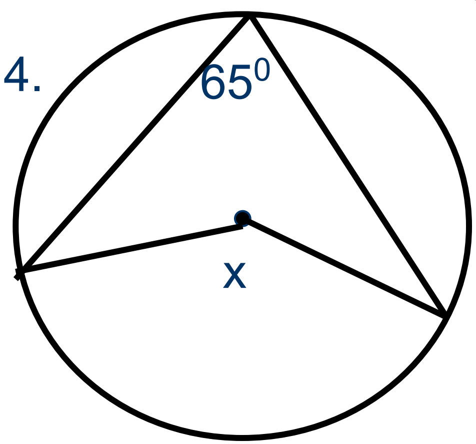
2.



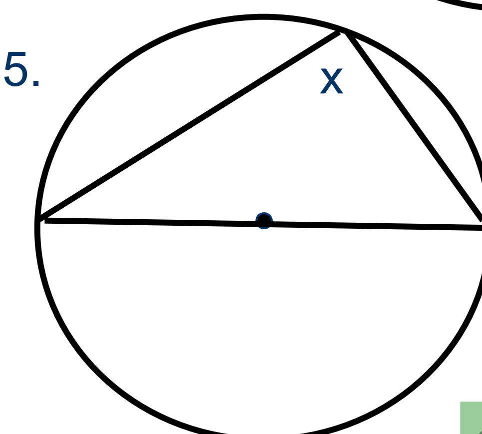
3.



4.



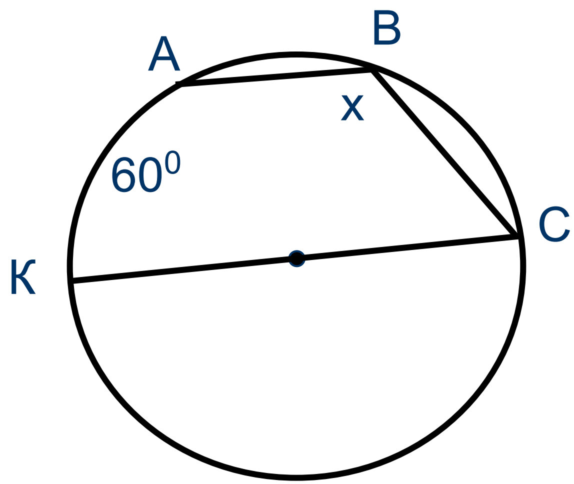
5.



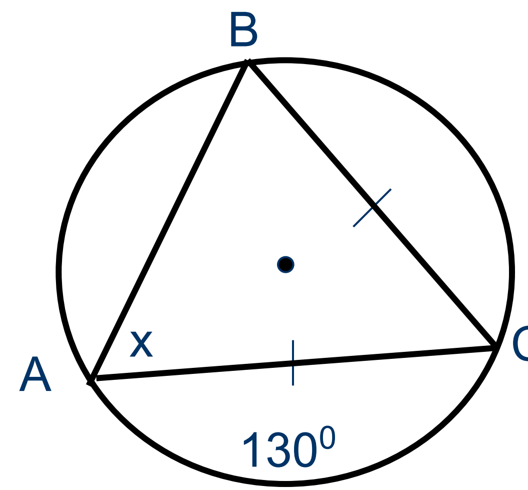
Реши задачи

Найти: x

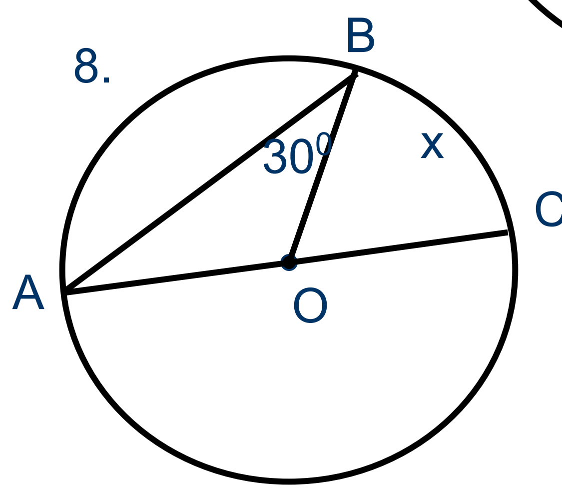
6.



7.



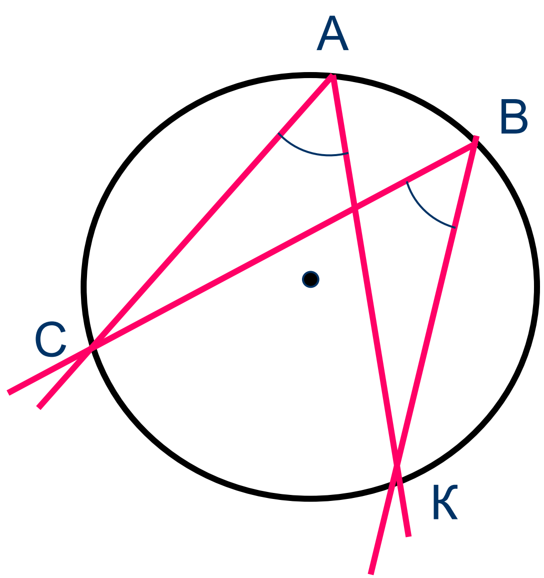
8.

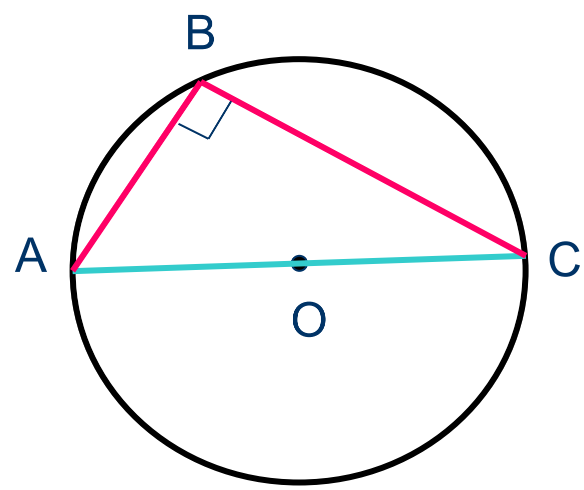


Следствия

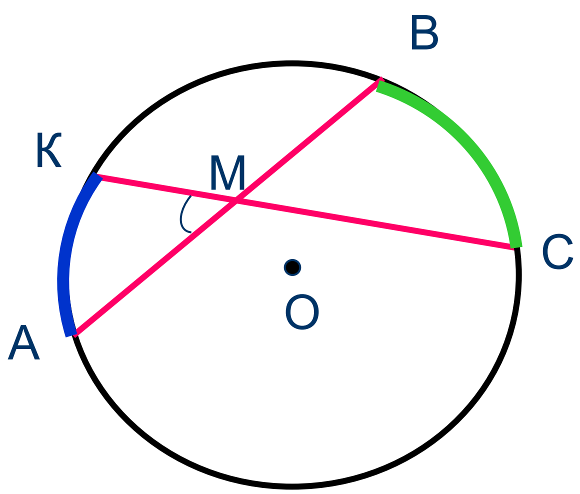
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

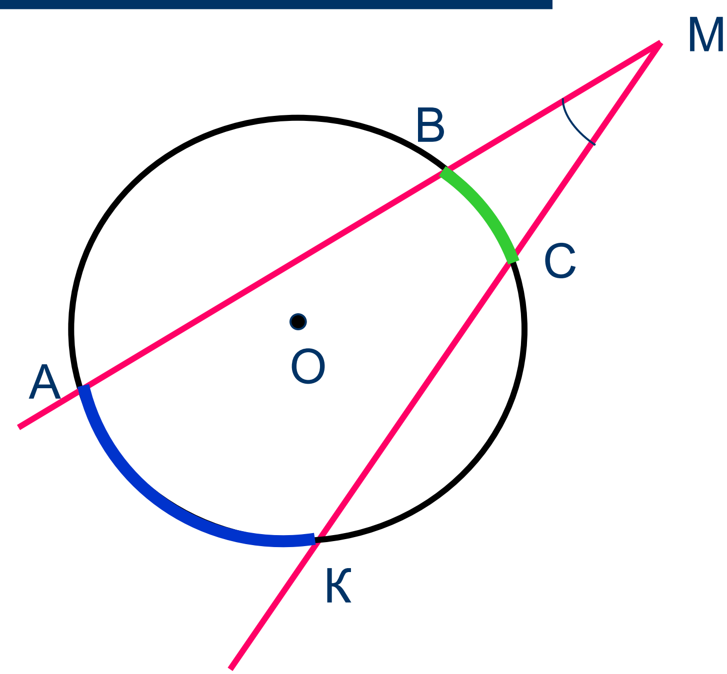




Нужные выводы

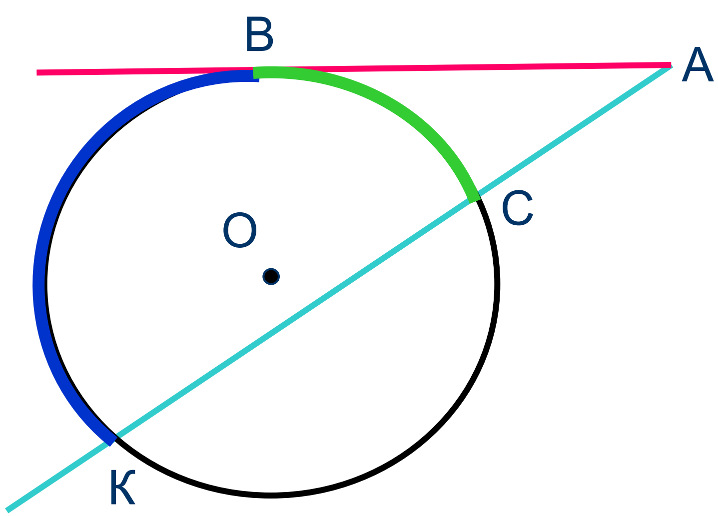


$\angle AMK = \frac{1}{2}(\smile AK + \smile BC)$

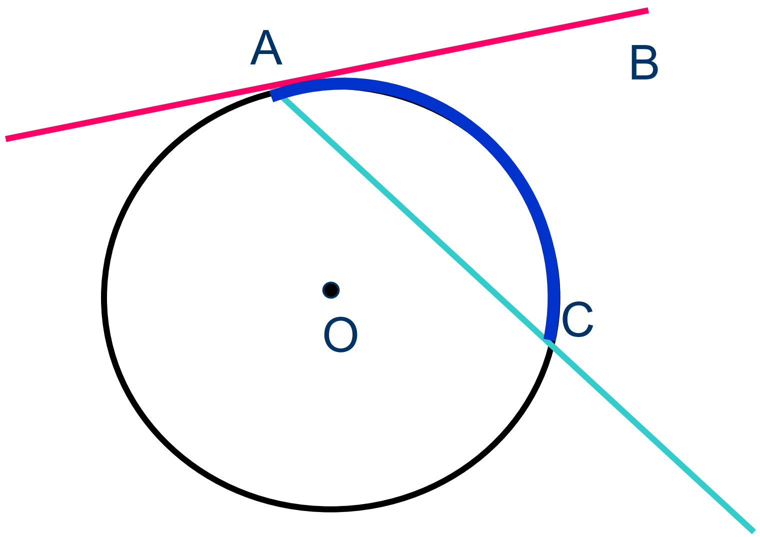


$\angle AMK = \frac{1}{2}(\smile AK - \smile BC)$

Нужные выводы



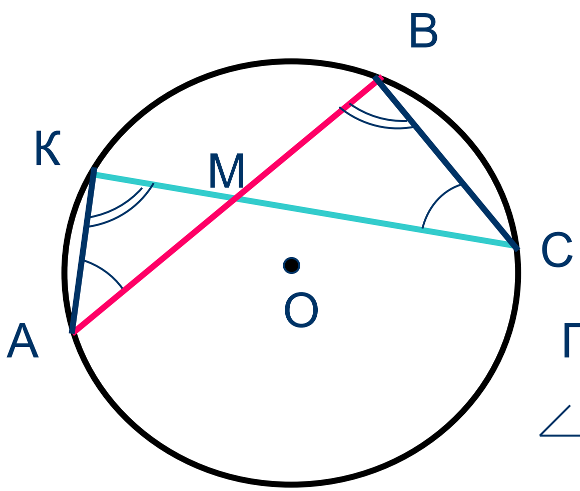
$\angle BAK = \frac{1}{2}(\smile BK - \smile BC)$



$\angle BAC = \frac{1}{2}\smile AC$

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(O;r),
М – точка пересечения хорд АВ и СК.

Доказать: АМ · ВМ = СМ · КМ.

Доказательство:

Проведём АК и ВС. Рассмотрим △АКМ и △ВСМ.

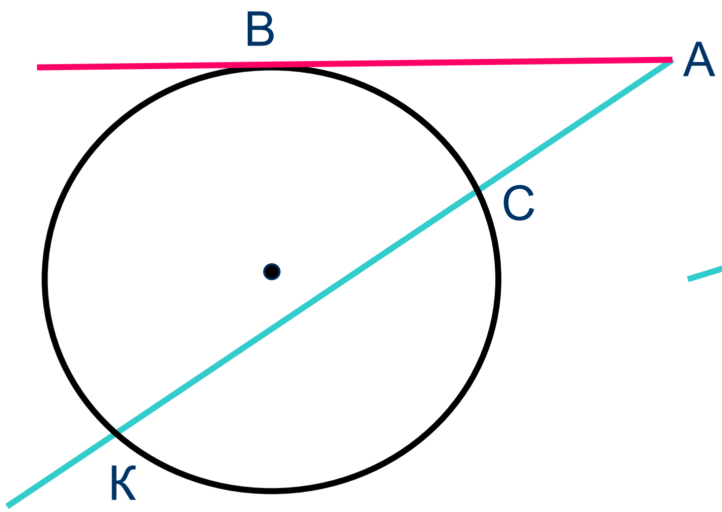
∠А = ∠С, как вписанные, опирающиеся на ◡ ВК.

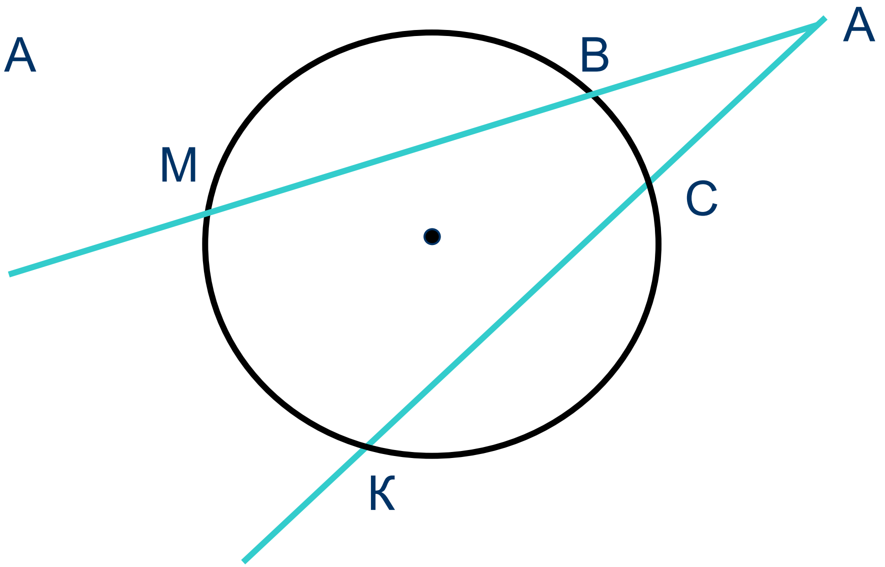
∠К = ∠В, как вписанные, опирающиеся на ◡ АС.

Значит, △АКМ и △ВСМ подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}$, а, значит, АМ · ВМ = СМ · КМ.

Нужные свойства



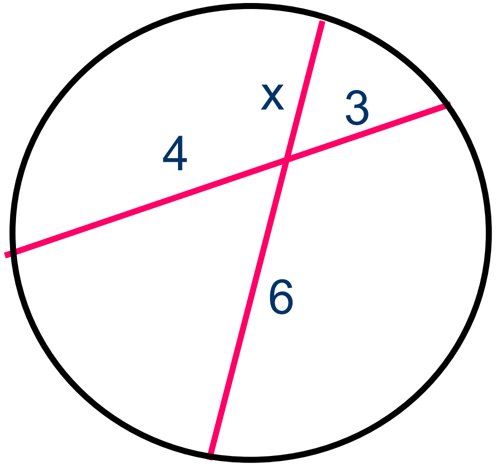


$AB^2 = AK \cdot AC$

$AM \cdot AB = AK \cdot AC$

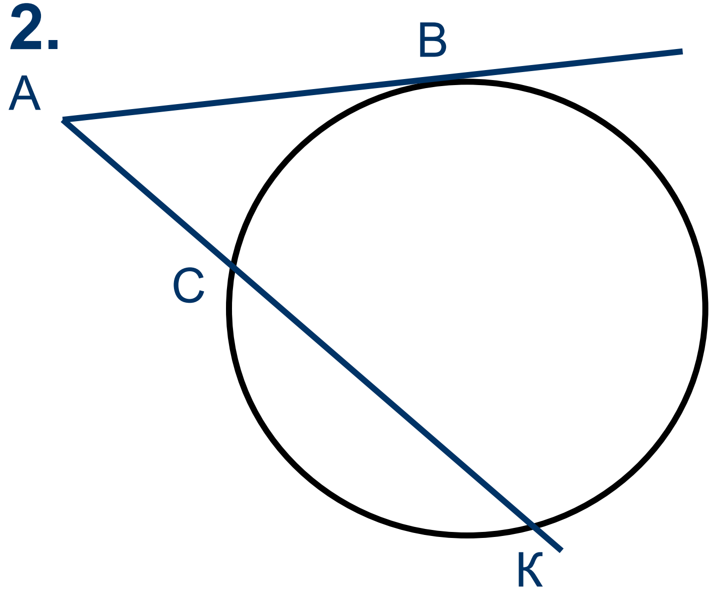
Реши задачи

1. Найти **x**



2

2.



Дано: АК = 9, АС =4.
Найти: АВ.

6