Применение метода рационализации для решения неравенств

(типовые задания С3)

МБОУ « СОШ №6» г. Нефтеюганска
Учитель математики Юрьева Ольга Александровна

При решении иррациональных, показательных и логарифмических неравенств в задании С3, в различных сборниках, тренировочных вариантах ЕГЭ используются, в основном, стандартные методы решения, которые, иногда, трудоемки и занимают много времени.

Метод рационализации позволяет упростить и сократить время решения данных неравенств. Этот метод заключается в замене сложного выражения на более простое, равносильное данному на области определения, выражение. Использование данного метода не только упрощает решение, но и сокращает количество ошибок и увеличивает число учащихся, приступающих и решивших задание С3.

Правило 1. Если $g(x)\geq 0$, то знак разности $\sqrt{f(x)} - g(x)$ совпадает со знаком разности $f(x) - g^2(x)$ в ОДЗ.

Пример 1: Решить неравенство $\sqrt{x^2 - 6x} < 8 + 2x$

Решение.

Запишем неравенство в виде $\sqrt{x^2 - 6x} - (8+2x) < 0$

Заменим неравенство равносильной системой используя метод рационализации

$$\begin{cases} x^2 - 6x - (8 + 2x)^2 < 0, \\ 8 + 2x > 0, \\ x^2 - 6x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(-\infty; -10\frac{2}{3}\right); \left(-2; +\infty\right); \\ \left(-4; +\infty\right); \\ \left(-\infty; 0\right]; \left[6; +\infty\right). \end{cases}$$

Ответ: (-2;0] U [6;+∞)

Правило 2. Знак разности $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ совпадает со знаком разности $f(x) - g(x)$ в ОДЗ.

Пример 2: Решить неравенство $\sqrt{2x+1} \le \sqrt{x^3 - 4x^2 + x + 5}$

Решение.

Запишем неравенство в виде $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x^3 - 4x^2 + x + 5} \le 0;$

Заменим неравенство равносильной системой используя метод рационализации

$$\begin{cases} 2x + 1 - (x^3 - 4x^2 + x + 5) \le 0, \\ 2x + 1 \ge 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - x + 4 \ge 0, \\ x \ge -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} [-1; 1] \cup [4; +\infty), \\ \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right); \end{cases}$$

Ответ: $[-\frac{1}{2}; 1] \cup [4;+\infty)$

Более сложные неравенства

Правило3. Так как при $g(x) \geq 0$, знак разности $\sqrt{f(x)} - g(x)$ совпадает со знаком разности $f(x) - g^2(x)$ в ОДЗ, то получаются условия равносильности:

1)если $g(x) \geq 0$, то

$$\frac{\sqrt{f(x)} - g(x)}{h(x)} \leq 0 \quad \overset{\text{ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \quad \frac{f(x) - g^2(x)}{h(x)} \leq 0$$

2) если $g(x) < 0$, то $h(x) < 0$

Правило 4. Так как знак разности $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ совпадает со знаком разности $f(x) - g(x)$ в ОДЗ, то

$$\frac{\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}}{h(x)} \le 0 \quad \overset{\text{ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \quad \frac{f(x) - g(x)}{h(x)} \le 0$$

Метод рационализации для показательных неравенств

Правило 5. Знак разности $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ совпадает со знаком произведения

$$(a-1)(f(x)-g(x)) > 0.$$

Правило 6. Для любой функции h(x) имеет место условие равносильности

$$\frac{a^{f(x)} - a^{g(x)}}{h(x)} \geq 0 \quad \overset{\text{ОДЗ}}{\Longleftrightarrow} \quad \frac{(a-1)(f(x)-g(x))}{h(x)} \geq 0$$

Пример 3. Решить неравенство: $\dfrac{x^2+x-2}{(3^x-1)(2^{x^2}-16)} \geq 0$

Решение.

$$\frac{x^2+x-2}{(3^x-1)(2^{x^2}-2^4)} \geq 0$$

Запишем неравенство используя метод рационализации в виде

$$\frac{x^2+x-2}{(3-1)(x-0)(2-1)(x^2-4)} \geq 0,$$

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x(x^2-4)} \geq 0$$

$$\frac{(x+2)(x-1)}{x(x-2)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{x-1}{x(x-2)} \geq 0$$

Ответ: (0;1];(2;+∞)

Правило 6. Для любой функции h(x) имеет место условие равносильности

$$\frac{a^{f(x)} - a^{g(x)}}{h(x)} \geq 0 \quad \overset{\text{ОДЗ}}{\Leftrightarrow} \quad \frac{(a-1)(f(x) - g(x))}{h(x)} \geq 0$$

Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Задача № 53

Пример 4. Решить неравенство:

$$3 \cdot 49^x - 16 \cdot 21^x + 21 \cdot 9^x < 0$$

Решение.

Запишем неравенство в виде

$$3 \cdot 7^{2x} - 16 \cdot 3^x \cdot 7^x + 21 \cdot 3^{2x} < 0,$$

$$3 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{2x} - 16 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^x + 21 < 0,$$

$$\frac{7}{3} < \left(\frac{7}{3}\right)^x < 3$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^1 < \left(\frac{7}{3}\right)^x < \left(\frac{7}{3}\right)^{\log_{\frac{7}{3}} 3},$$

$$< x < \log_{\frac{7}{3}} 3$$

Ответ: $\left(1; \log_{\frac{7}{3}} 3\right)$

$$3 \cdot 7^{2x} - 16 \cdot 3^{x} \cdot 7^{x} + 21 \cdot 3^{2x} < 0, \qquad : 3^{2x}$$

$$3 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{2x} - 16 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{x} + 21 < 0,$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{x} = t, \quad t > 0,$$

$$t^2 - 16t + 21 < 0$$

D= 256-252 = 4 t= $\frac{16-2}{6} = \frac{7}{3} \quad t = \frac{16+2}{6} = 3$

$$\frac{7}{3} < t < 3$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{x} = t, \quad t > 0,$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{1} < \left(\frac{7}{3}\right)^{x} < \left(\frac{7}{3}\right)^{\log_{\frac{7}{3}} 3},$$

Функция $y = (\frac{7}{3})^x$ возрастающая , так как $\frac{7}{3} > 1$,

значит,

Функция $y = (\frac{7}{3})^x$ возрастающая , так как $\frac{7}{3} > 1$,

значит,

Пример 5. Решить неравенство: $\dfrac{7}{9^x - 2} \geq \dfrac{2}{3^x - 1}$

Решение.

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Перепишем неравенство в виде

$$\frac{7(3^x-1)-2(9^x-2)}{(3^{2x}-2)(3^x-1)} \geq 0,$$

$$\frac{\left(3^x-\frac{1}{2}\right)(3^x-3)}{(3^{2x}-2)(3^x-1)} \leq 0$$

$$\frac{\left(3^x-3^{\log_3\frac{1}{2}}\right)(3^x-3)}{(3^{2x}-3^{\log_3 2})(3^x-3^0)} \leq 0$$

Применим метод рационализации

$$\frac{2\cdot 3^{2x}-7\cdot 3^{x}+3}{(3^{2x}-2)(3^{x}-1)}\le 0,$$

Рассмотрим числитель дроби, введем замену, решим полученное квадратное уравнение

$2t^2-7t+3=0$

$D=49-4\cdot 2\cdot 3=49-24=25$

$$t=\frac{7+5}{4}=3 \qquad t=\frac{7-5}{4}=\frac{1}{2}$$

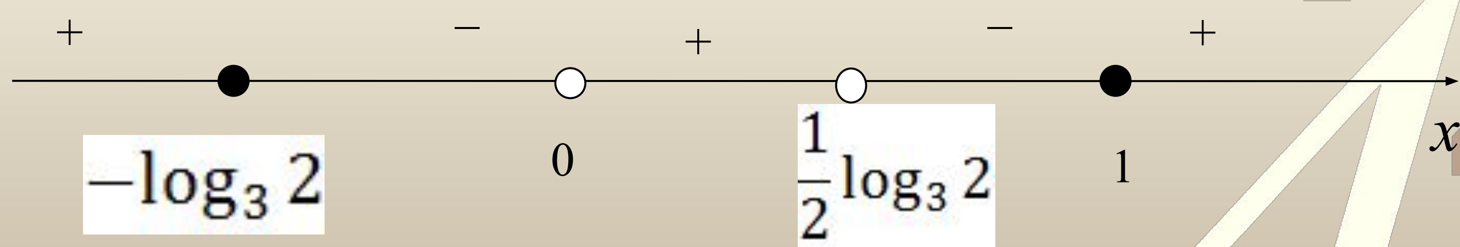
Рассмотрим знаменатель дроби, представим числа 2 и 1 в виде степени числа 3

$$\frac{\left(3^{x}-3^{\log_3\frac{1}{2}}\right)(3^{x}-3)}{(3^{2x}-3^{\log_3 2})(3^{x}-3^{0})}\le 0$$

$$\frac{(x-\log_3\frac{1}{2})(x-1)}{\left(x-\frac{1}{2}\log_3 2\right)(x-0)} \le 0$$

На числовой прямой обозначим все полученные точки, учитывая результаты оценки

$$0 < \log_3 2 < 1 \qquad \frac{1}{2}\log_3 2 < \frac{1}{2}$$



Ответ: $[-\log_3 2; 0); (\frac{1}{2}\log_3 2; 1]$

Метод рационализации для логарифмических неравенств

Правило 7 Знак $\log_a f(x)$ совпадает со знаком произведения (a-1)(f(x)-1) в ОДЗ.

Правило 8 Знак разности $\log_a f(x) - \log_a g(x)$ совпадает со знаком произведения (a-1)(f(x)-g(x)) в ОДЗ.

Метод рационализации для логарифмических неравенств

Правило 9 Решение неравенств вида

$$\frac{\log_a f(x) - \log_a g(x)}{h(x)} \geq 0$$

сводится к решению неравенства в ОДЗ

$$\frac{(a-1)(f(x)-g(x))}{h(x)} \geq 0$$

Правило 10 Решение неравенств вида

$$\frac{f(x)(\log_a g_1(x) - \log_a g_2(x))}{\log_в g_3(x)} > 0$$

сводится к решению неравенства в ОДЗ

$$\frac{f(x)(a-1)(g_1(x) - g_2(x))}{(в-1)(g_3(x)-1)} > 0$$

Пример 7. Решить неравенство: $\dfrac{\log_3(x+\frac{4}{5})}{\log_7(x^2+2x+\frac{7}{16})} < 0$

Решение.

Область определения неравенства задается системой

$$\begin{cases} x+\dfrac{4}{5} > 0, \\ x^2-2x+\dfrac{7}{16} > 0, \\ x^2-2x+\dfrac{7}{16} \neq 1; \end{cases}$$

Запишем неравенство используя метод рационализации в виде

$$\frac{(3-1)(x+\frac{4}{5}-1)}{(7-1)(x^2-2x+\frac{7}{16}-1)} < 0, \qquad \frac{x-\frac{1}{5}}{\left(x+\frac{1}{14}\right)(x-\frac{9}{4})} < 0,$$

Ответ:

$$\left(-\frac{4}{5};-\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{5};\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$$

$$\begin{cases} x+\frac{4}{5}>0,\\ x^2-2x+\frac{7}{16}>0,\\ x^2-2x+\frac{7}{16}\ne 1;\end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-\frac{4}{5},\\ \left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{7}{4}\right),\\ x\ne -\frac{1}{4};\ x\ne \frac{9}{4};\end{cases}$$

$$\left(-\infty;\ -\frac{1}{4}\right)\cup\left(-\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{7}{2};\ \frac{5}{2}\right)$$

Пример 8. Решить неравенство: $\log_{x+\frac{5}{2}}\left(\frac{x-5}{2x-3}\right)^2 > 0$

Решение.

Найдем область определения неравенства

$$\begin{cases} x+\dfrac{5}{2}>0, \\ x+\dfrac{5}{2}\neq 1, \\ \dfrac{x-5}{2x-3}\neq 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x>-\dfrac{5}{2}, \\ x\neq -\dfrac{3}{2}, \\ x\neq 5, \\ x\neq \dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\left(-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right);\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right);\left(\frac{3}{2};5\right);(5;+\infty)$$

Применим метод рационализации

Правило 7

Знак $\log_a f(x)$ совпадает со знаком произведения (a-1)(f(x)-1) в ОДЗ.

$$\left(x+\frac{5}{2}-1\right)\left(\left(\frac{x-5}{2x-3}\right)^{2}-1\right) > 0$$

$$\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(3x^{2}-2x-16\right)}{(2x-3)^{2}} < 0,$$

$$\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)(x+2)(3x-8)}{(2x-3)^{2}} < 0$$

$$\left(-\frac{5}{2};-2\right)\cup\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)\cup\left(-\frac{9}{8};\frac{8}{3}\right)$$

С учетом области определения

$$\left(-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right);\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right);\left(\frac{3}{2};5\right);(5;+\infty)$$

Ответ: $\left(-\frac{5}{2};\ -2\right);\left(-\frac{3}{2};\ \frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{2};\ \frac{8}{3}\right)$

Пример 9. Решить неравенство:

$$\frac{\log_9 x + 4}{1 + \log_9 x} \le 4\log_x 3 - 1$$

Решение.

Область определения неравенства задается системой

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \ne 1, \\ \log_9 x \ne -1. \end{cases}$$

$$\frac{\log_9 x + 4}{1 + \log_9 x} - \frac{2}{\log_9 x} + 1 \le 0, \qquad \log_9 x = t,$$

$$\frac{t+4}{1+t} - \frac{2}{t} + 1 \le 0,$$

$$\frac{t^2 + 4t - 2 - 2t + t^2 + t}{t(t+1)} \le 0,$$

$$\frac{2(t+2)(t - \frac{1}{2})}{t(t+1)} \le 0,$$

$$\frac{2t^2 + 3t - 2}{t(t+1)} \le 0,$$

$$\frac{(\log_9 x - \log_9 \frac{1}{81})(x - 3)}{(\log_9 x - \log_9 1)\left(\log_9 x - \log_9 \frac{1}{9}\right)} \le 0,$$

Применим метод рационализации

$$\frac{\left(\log_9 x - \log_9 \frac{1}{81}\right)(x - 3)}{(\log_9 x - \log_9 1)\left(\log_9 x - \log_9 \frac{1}{9}\right)} \le 0,$$

$$\frac{\left(x - \frac{1}{81}\right)(x - 3)}{(x - 1)\left(x - \frac{1}{9}\right)} \le 0$$

Ответ: $\left[\frac{1}{81}; \frac{1}{9}\right) \cup (1; 3]$

Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Задача № 52

Пример 10. Решить неравенство:

$$\frac{3^x - 25}{x+1} \le \frac{3^x - 25}{x-3}.$$

Решение:

$$\frac{(3^x-25)(x-3)-(3^x-25)(x+1)}{(x+1)(x-3)}\le 0,$$

$$\frac{(3^x-25)(x-3-1)}{(x+1)(x-3)}\le 0,$$

$$\frac{(3^x-3^{\log_3 25})(-4)}{(x+1)(x-3)}\le 0,$$

$$\frac{x-\log_3 25}{(x+1)(x-3)}\ge 0, \qquad \log_3 25<3,$$

Ответ: $(-1;\ \log_3 25]\ \cup\ (3;+\infty)$

Пример 11. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 5^{3x-1} - 5^{3x+1} \le -72, \\ \log_{\frac{x}{3}}(3x^2 - 2x + 1) \ge 0, \end{cases}$$

Решение.

Рассмотрим первое неравенство системы.

$$5^{3x-1} - 5^{3x+1} \leq -72,$$

$$\frac{5^{3x}}{5} - 5 \cdot 5^{3x} \leq -72,$$

$$5^{3x}\left(\frac{1}{5} - 5\right) \leq -72,$$

$$5^{3x} \geq 5^{\log_5 15},$$

$$5^{3x} \geq 15,$$

$$x \geq \frac{1}{3}\log_5 15$$

Решением неравенства является множество:

$$\left[\frac{1}{3}\log_5 15; \frac{2}{3}\right]; (3; +\infty)$$

Рассмотрим второе неравенство системы.
Найдем область определения неравенства.

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 > 0, \\ \dfrac{x}{3} \neq 1 \\ \dfrac{x}{3} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - \forall \\ x > 0, \\ x \neq 3. \end{cases}$$

$$\log_{\frac{x}{3}}(3x^2 - 2x + 1) \geq 0,$$

$$\left(\frac{x}{3} - 1\right)(3x^2 - 2x + 1 - 1) \geq 0,$$

$$\left(\frac{x}{3} - 1\right)(3x^2 - 2x) \geq 0,$$

$$x(x - 3)(x - \frac{2}{3}) \geq 0,$$

Решением неравенства является множество: $\left[0; \dfrac{2}{3}\right]; [3; +\infty)$

Решением исходной системы является множество $\left[\dfrac{1}{3}\log_5 15; \dfrac{2}{3}\right]; (3; +\infty)$

Ответ: $\left[\dfrac{1}{3}\log_5 15; \dfrac{2}{3}\right]; (3; +\infty)$

Пример 12. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{7-x}(x+2) \le \log_{7-x}(3-x) \\ 32 \cdot 9^x \le 60 \cdot 3^x - 7. \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} \log_{7-x}(x+2) \le \log_{7-x}(3-x) \\ 32 \cdot 9^x \le 60 \cdot 3^x - 7. \end{cases}$$

Рассмотрим первое неравенство системы.

Найдем область определения неравенства.

$$\begin{cases} x+2 > 0, \\ 3-x > 0, \\ 7-x > 0, \\ 7-x \ne 1, \end{cases}$$

$$(-2; 3)$$

$$(7\text{-}x\text{-}1)(x+2\text{-}3+x) \le 0,$$

$$(6\text{-}x)(2x\text{-}1) \le 0,$$

$$(x-6)\left(x-\frac{1}{2}\right) \ge 0,$$

$$\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [6; +\infty)$$

Решением неравенства является множество:

$$\left(-2; \frac{1}{2}\right]$$

Рассмотрим второе неравенство системы.

$32\cdot 9^x \le 60\cdot 3^x - 7,$

$32\cdot 3^{2x} - 60\cdot 3^x + 7 \le 0,$ Пусть $3^x = t$, где $t > 0$

$32t^2 - 60t + 7 \le 0$

$$32\left(3^x - \frac{7}{4}\right)\left(3^x - \frac{1}{8}\right) \le 0$$

$$32\left(3^x - 3^{\log_3 \frac{1}{8}}\right)\left(3^x - 3^{\log_3 \frac{7}{4}}\right) \le 0$$

$$\left(x - \log_3 \frac{1}{8}\right)\left(x - \log_3 \frac{7}{4}\right) \le 0,$$

Решением неравенства является множество $\left[\log_3 \frac{1}{8}; \log_3 \frac{7}{4}\right]$

Решением исходной системы является множество $\left[\log_3 \frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$

Ответ: $\left[\log_3 \frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right]$

Пример 13. Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(9x-4) \geq 0, \\ 6^x - 4\cdot 3^x - 2^x + 4 \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Область определения неравенства задается системой

$$\begin{cases} 9x-4>0, \\ x>0, \\ x\neq 1, \\ \log_x 2x>0, \\ \log_x 2x \neq 1, \end{cases}$$

$$\left(\frac{4}{9};\frac{1}{2}\right);(1;+\infty)$$

Рассмотрим первое неравенство системы

$$\log_{\log_X 2x}(9x-4) \geq 0,$$

$$\log_{\log_X 2x}(9x-4) - \log_{\log_x 2x} 1 \geq 0,$$

$$(\log_x 2x - 1)(9x-4-1) \geq 0,$$

$$(\log_x 2x - \log_x x)(9x-5) \geq 0,$$

$$(x-1)(2x-x)(9x-5) \geq 0,$$

$$x(x-1)(x-\frac{5}{9}) \geq 0,$$

Решением неравенства является множество:

$$\left[0; \frac{5}{9}\right]; [1; +\infty)$$

Рассмотрим второе неравенство системы

$$6^x - 4\cdot 3^x - 2^x + 4 \le 0,$$

$$3^x \cdot 2^x - 4\cdot 3^x - 2^x + 4 \le 0,$$

$$2^x(3^x - 1) - 4(3^x - 1) \le 0,$$

$$(3^x - 1)(2^x - 4) \le 0,$$

$$(3^x - 3^0)(2^x - 2^2) \le 0,$$

$$(x - 0)(x - 2) \le 0,$$

$$x(x - 2) \le 0,$$

Решением неравенства является множество:

$$[0; 2]$$

Учитывая полученные промежутки, записываем ответ

$$\left(\frac{4}{9};\frac{1}{2}\right);(1;+\infty)$$

$$\left(\frac{4}{9};\frac{1}{2}\right);(1;+\infty)$$

$$[0;2]$$

Ответ: $\left(\frac{4}{9};\frac{1}{2}\right);(1;2]$

Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Задача № 115

Пример 14 . Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{\log_x 3x}(4x-1) \geq 0, \\ 21^x - 9 \cdot 7^x - 3^x + 9 \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Область определения неравенства задается системой

$$\begin{cases} x > \dfrac{1}{4}, \\ (x-1)(3x-1) > 0, \\ x \neq 0, \\ x > 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right); (1; +\infty)$$

Рассмотрим первое неравенство системы

$$\log_{\log_X 3x}(4x-1) \ge 0,$$

$$\log_{\log_X 3x}(4x-1) - \log_{\log_X 3x} 1 \ge 0,$$

$$(\log_x 3x - 1)(4x - 1 - 1) \ge 0,$$

$$(\log_x 3x - \log_x x)(4x - 2) \ge 0,$$

$$(x-1)(3x - x)(4x - 2) \ge 0,$$

$$x(x-1)(x - \frac{1}{2}) \ge 0,$$

Решением неравенства является множество:

$$\left[0; \frac{1}{2}\right]; [1; +\infty)$$

Рассмотрим второе неравенство системы

$$21^x - 9\cdot 7^x - 3^x + 9 \le 0,$$

$$3^x\cdot 7^x - 9\cdot 7^x - 3^x + 9 \le 0,$$

$$3^x(7^x - 1) - 9(7^x - 1) \le 0,$$

$$(7^x - 1)(3^x - 9) \le 0,$$

$$(7^x - 7^0)(3^x - 3^2) \le 0,$$

$$(x - 0)(x - 2) \le 0,$$

$$x(x - 2) \le 0,$$

Решением неравенства является множество: $[0; 2]$

Решением системы является множество: $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right); (1; 2]$

Ответ: $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right); (1; 2]$

Пример 15 . Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{x+3}(x^2 - x) < 1, \\ \log_{x^2-1,5x}(3 - 2^x) > 0. \end{cases}$$

Пример 16 . Решить систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{x - 2\sqrt{x} - 8}{2^x - 4} \geq 0, \\ \dfrac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_x 2} \geq 2\log_2 x \end{cases},$$

Пример 17 Решить систему неравенств:

$$\begin{cases} 3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1. \end{cases}$$

Пример 15 . Решить систему неравенств: $\begin{cases} \log_{x+3}(x^2 - x) < 1, \\ \log_{x^2-1,5x}(3 - 2^x) > 0. \end{cases}$

Ответ: $\left(-3;-2\right);\left(-1;-\frac{1}{2}\right);\left(\frac{3}{2};\log_2 3\right)$

Пример 16 . Решить систему неравенств $\begin{cases} \dfrac{x - 2\sqrt{x} - 8}{2^x - 4} \geq 0, \\ \dfrac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_x 2} \geq 2\log_2 x \end{cases}$

Ответ: $(0;\frac{1}{2}];[1;2)$

Пример 17 Решить систему неравенств: $\begin{cases} 3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 \leq 0, \\ \log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1. \end{cases}$

Ответ: $(-1;0);(0;\frac{1}{2}];(1;2]$

Литература:

1. Колесникова, С.И. Математика. Интенсивный курс подготовки к ЕГЭ. Айрис- пресс 2004г.
2. Прокофьев, А.А., Корянов, А.Г. Математика ЕГЭ 2011, 2013 Системы неравенств с одной переменной.
3. Материалы ЕГЭ 2011, 2012, 2013гг.