

Понятие правильного многогранника

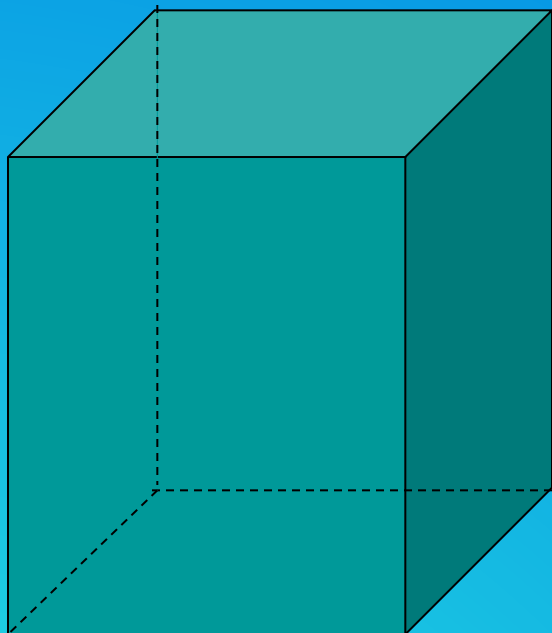
Урок геометрии в 10 классе

Учитель:

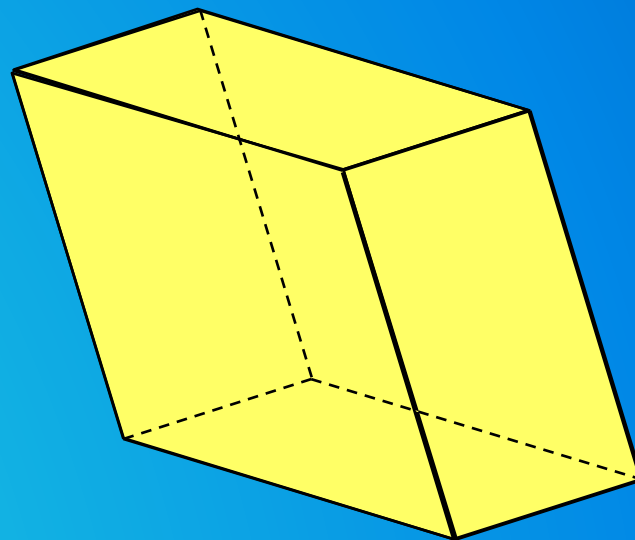
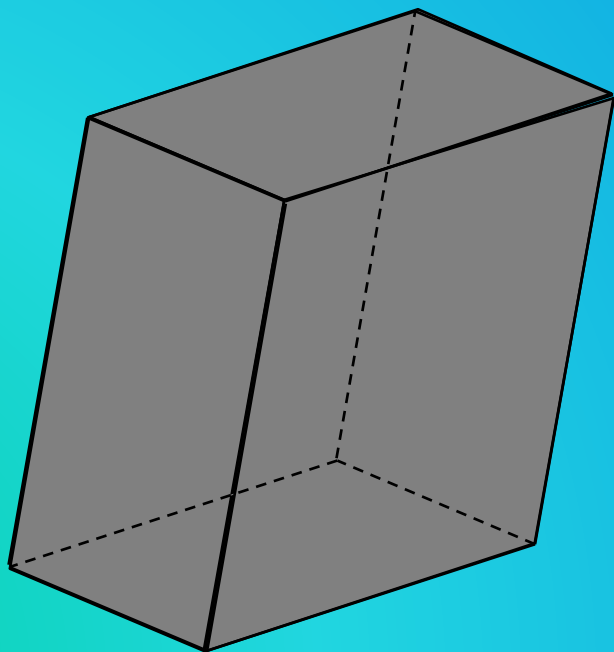
Реброва Надежда Михайловна

Проверка домашнего задания. ЕГЭ. Задачи В 9.

1. Найдите площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 3 и 4, и боковым ребром, равным 5.
2. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности пирамиды.

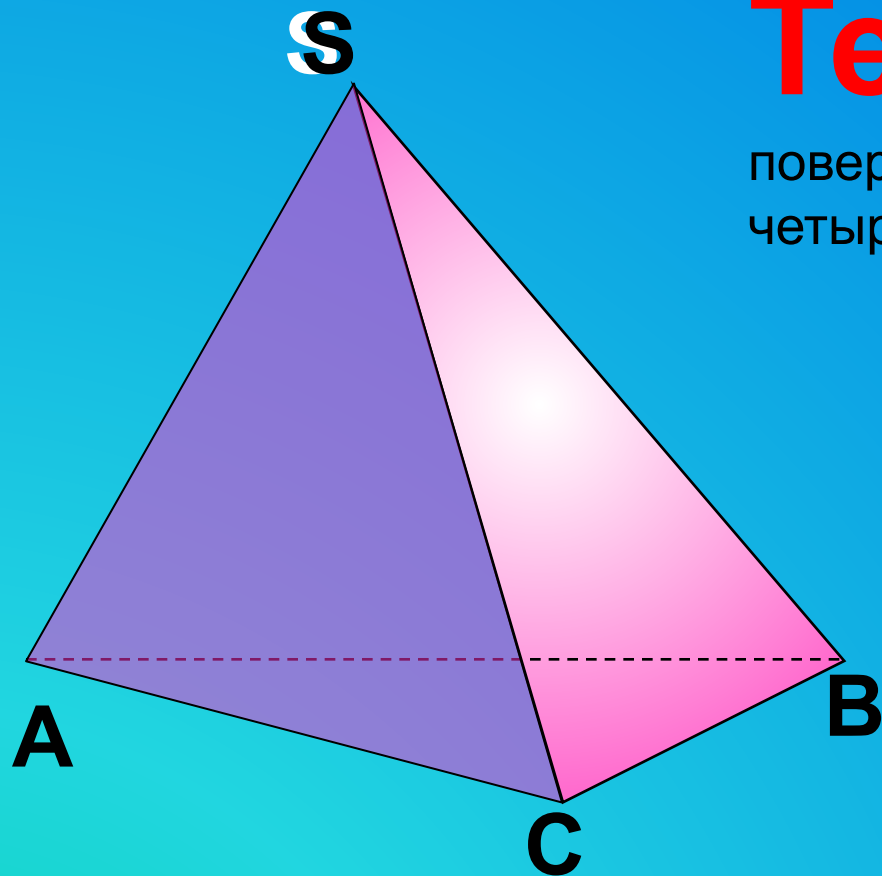


Параллелепипед –
поверхность, составленная из шести
параллелограммов.

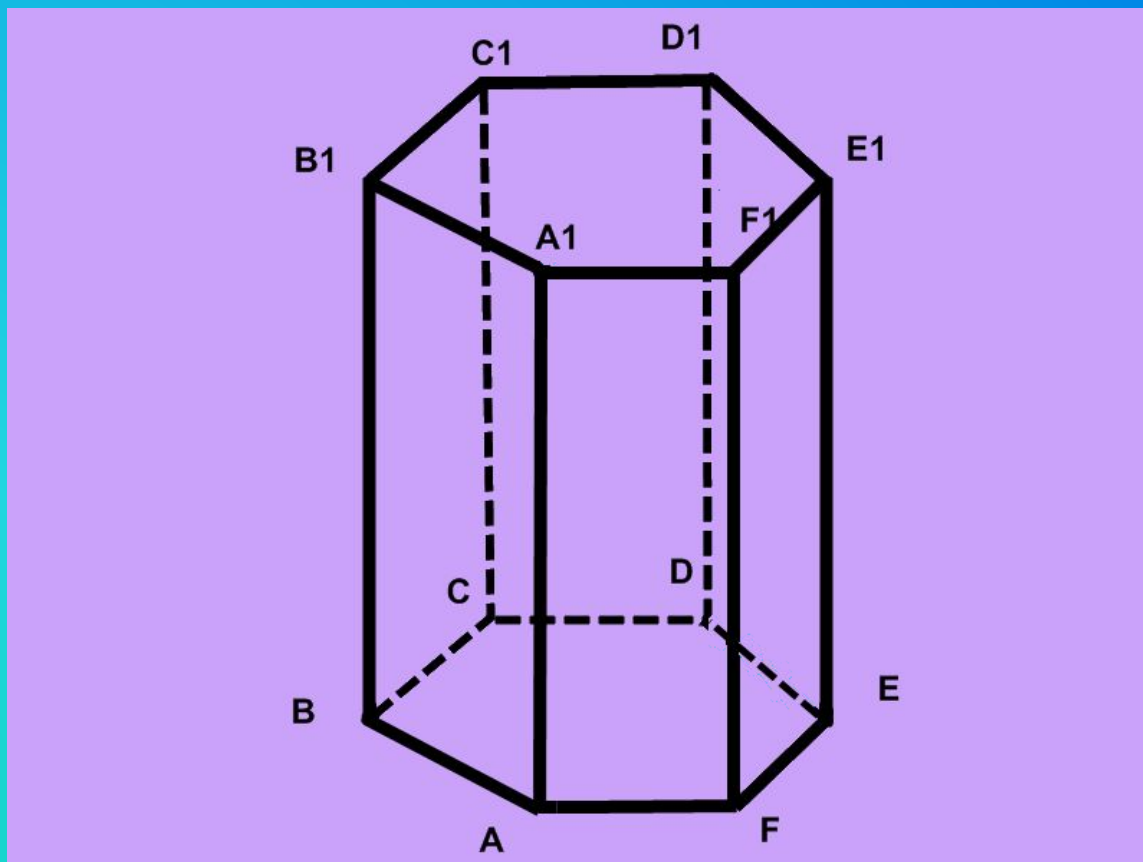


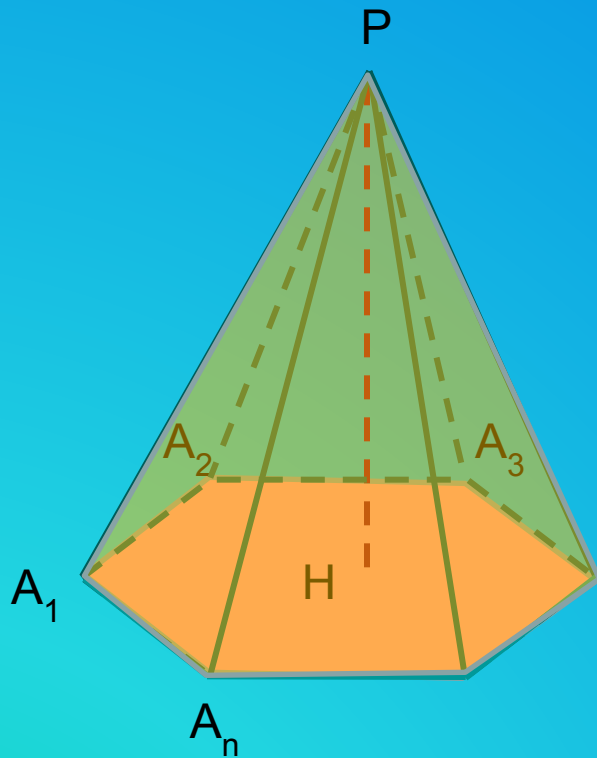
Тетраэдр —

поверхность, составленная из
четырех треугольников.



ПРИЗМА - поверхность призмы состоит из двух равных многоугольников (оснований) и параллелограммов (боковых граней).





ПИРАМИДА -

*поверхность пирамиды
состоит из основания и
боковых граней.*

Заполните пропуски

$$S = P_0 h \text{ -----}$$

----- - площадь полной поверхности пирамиды

$$S = 1/2 P_0 h \text{ -----}$$

$$S = S_{\text{б}} + 2S_0 \text{ -----}$$

$$S = 1/2 (P_0 + P_0) h \text{ -----}$$

Проверьте правильность заполнения

$S = P_o H$ – площадь боковой поверхности призмы

$S = S_b + S_o$ – площадь полной поверхности пирамиды

$S = \frac{1}{2} P_o H$ – площадь боковой поверхности правильной пирамиды

$S = S_b + 2 S_o$ – площадь полной поверхности призмы

$S = \frac{1}{2}(P_o + P_o)h$ – площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды

Критерии оценки

- Оценка «5» - все задания выполнены верно
- Оценка «4» - выполнено 4 задания
- Оценка «3» - выполнено не менее 3 заданий
- Оценка «2» - выполнено менее 3 заданий

В геометрии изучаются разные виды многогранников: пирамиды, призмы, правильные многогранники. Ни одно геометрическое тело не обладает такой красотой, как правильные многогранники.

«Правильных многогранников вызывающе мало, но весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук»

(Л.Кэрролл)

Существует всего пять правильных многогранников



Из истории

- С древнейших времен наши представления о красоте связаны с симметрией. Наверное, этим объясняется интерес человека к многогранникам - удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание выдающихся мыслителей.
- История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Изучением правильных многогранников занимались Пифагор и его ученики. Их поражала красота, совершенство, гармония этих фигур. Пифагорейцы считали правильные многогранники божественными фигурами и использовали в своих философских сочинениях.

Из истории

- Одно из древнейших упоминаний о правильных многогранниках находится в трактате Платона (427-347 до н. э.) "Тимаус". Поэтому правильные многогранники также называются платоновыми телами. Каждый из правильных многогранников, а всего их пять, Платон ассоциировал с четырьмя "земными" элементами: земля (куб), вода (икосаэдр), огонь (тетраэдр), воздух (октаэдр), а также с "неземным" элементом - небом (додекаэдр).

Из истории

- Знаменитый математик и астроном Кеплер построил модель Солнечной системы как ряд последовательно вписанных и описанных правильных многогранников и сфер.

Какие многогранники являются правильными?

- *Многогранник называется правильным, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одно и то же число граней*

Другое определение:

- правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны.

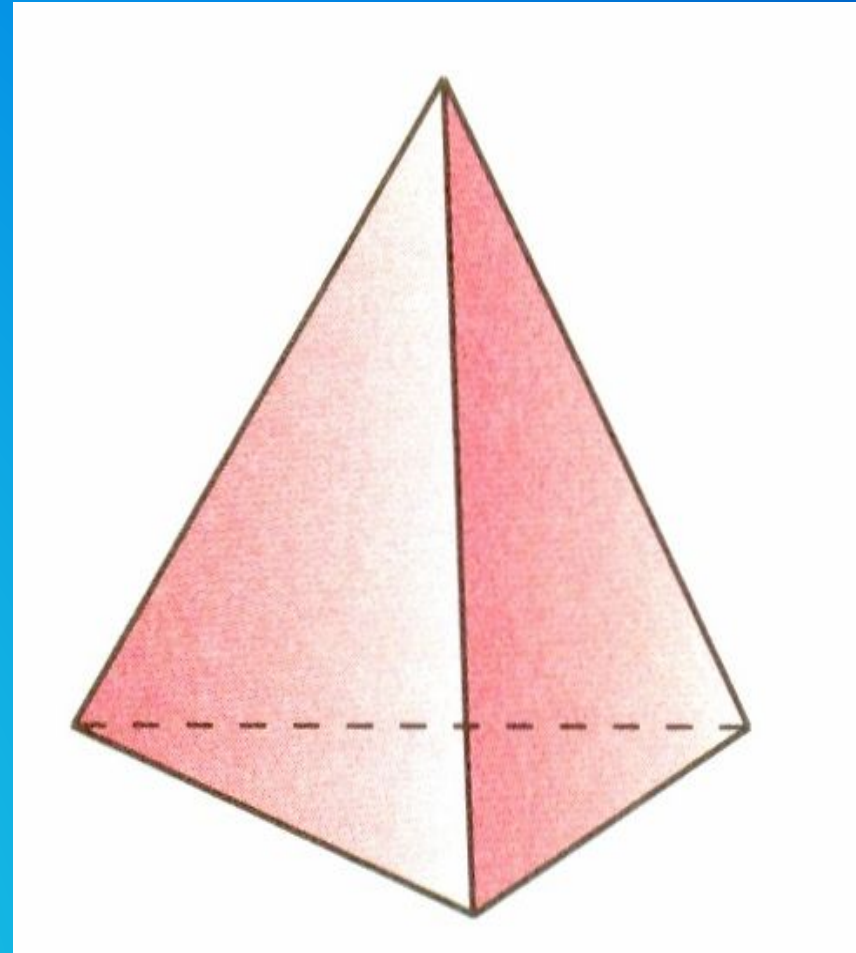
Многогранник называется правильным, если:

- он выпуклый
- все его грани являются равными правильными многоугольниками
- в каждой его вершине сходится одинаковое число граней
- все его двугранные углы равны

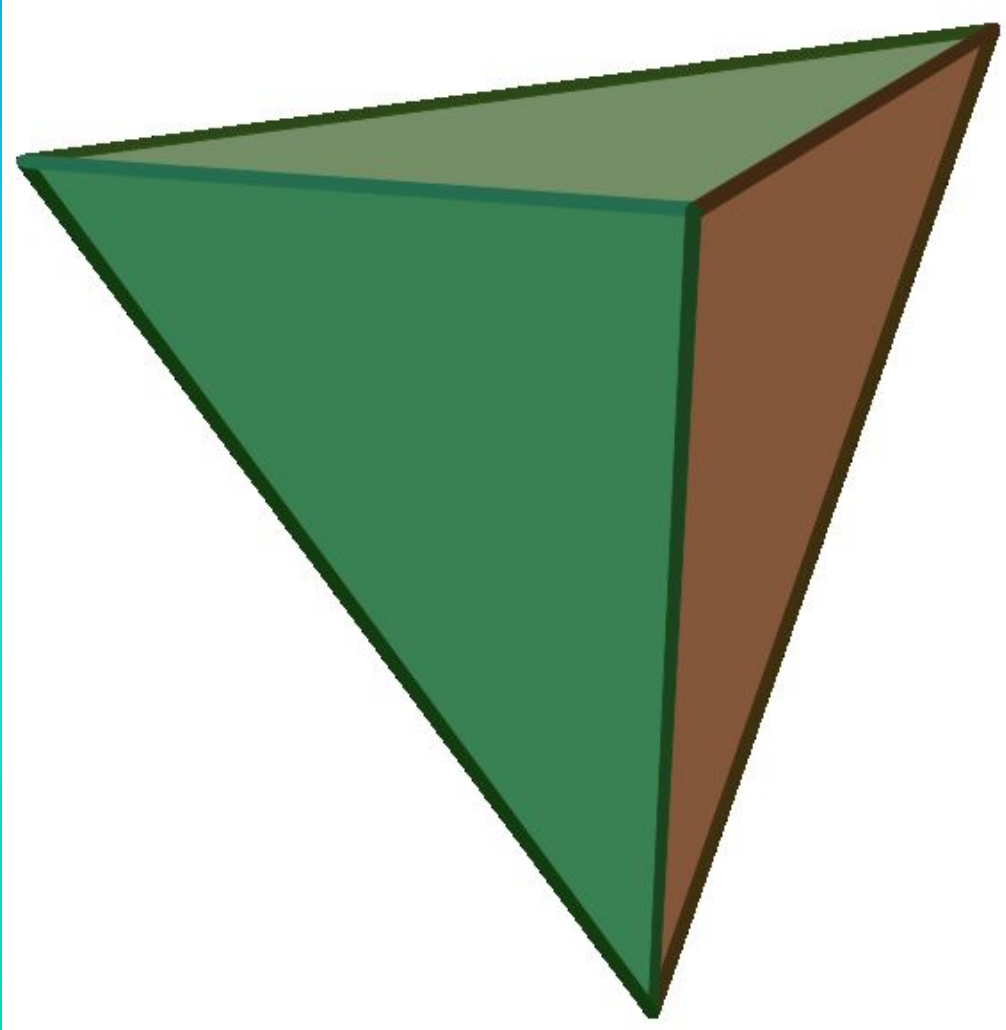
Правильный *тетраэдр*
составлен из четырёх
равносторонних
треугольников.

Каждая его вершина
является вершиной
трёх треугольников.

Следовательно, сумма
плоских углов при
каждой вершине равна
 180° .

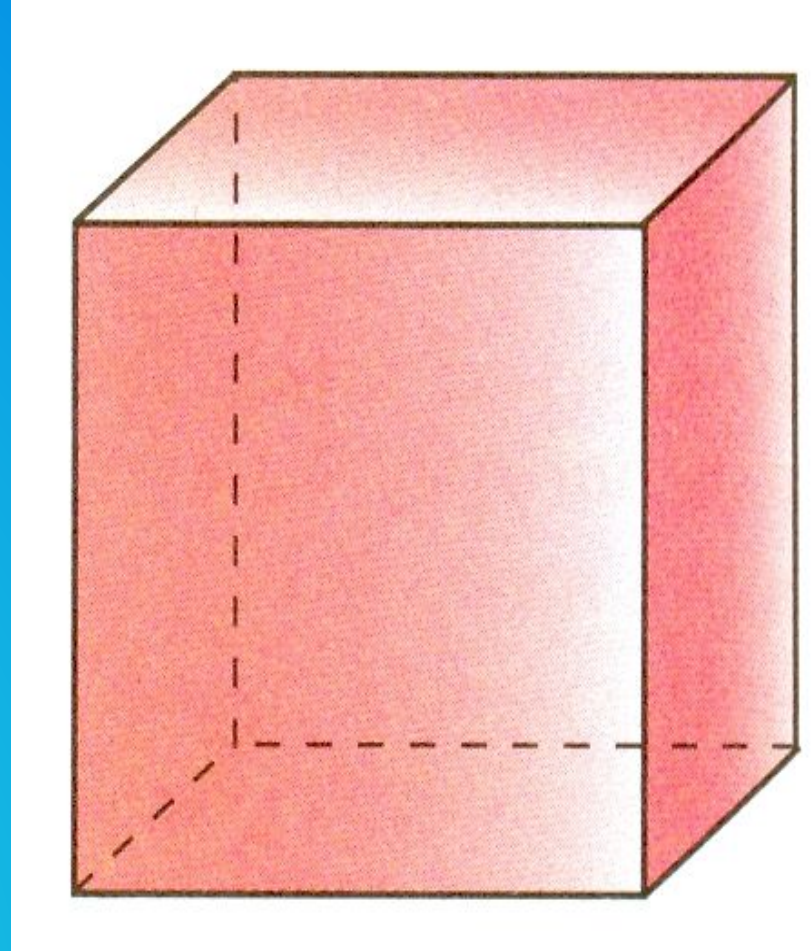


тетраэдр

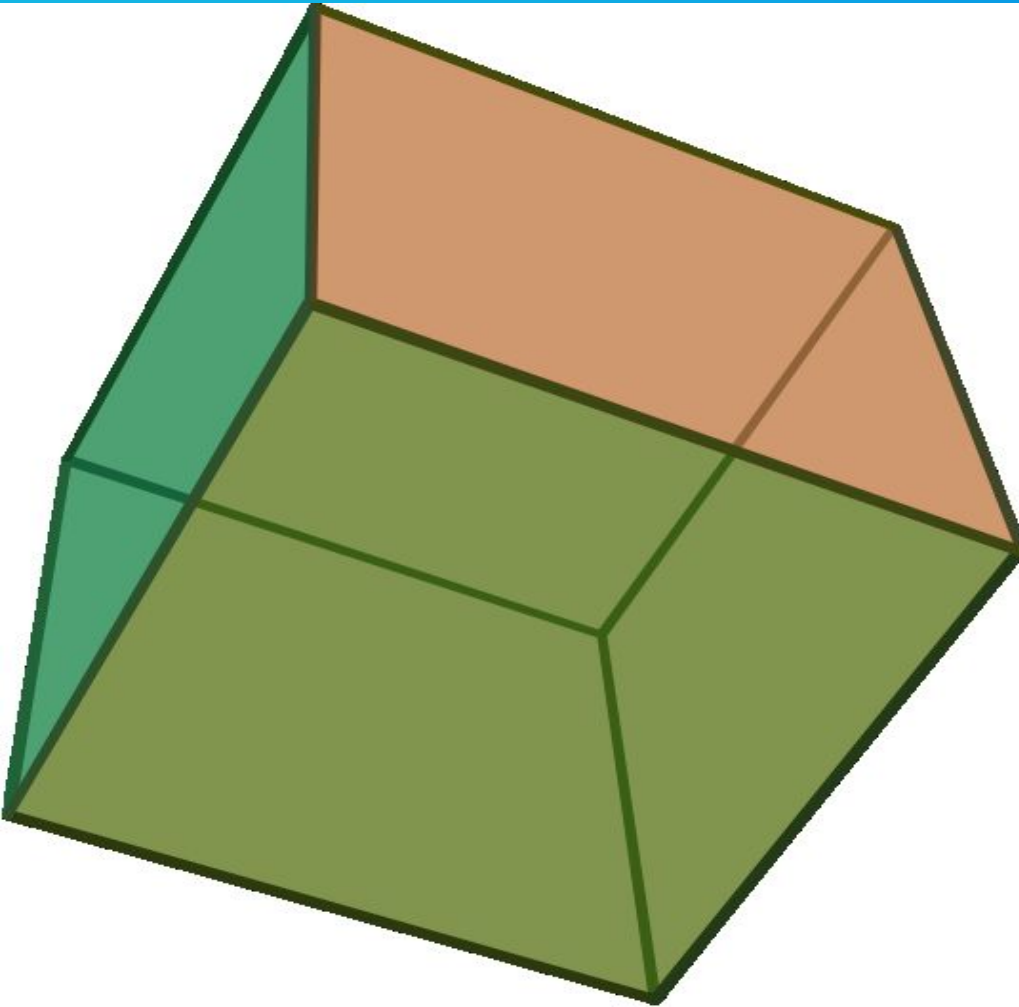


Тетраэдр -
имеет 4
грани, в
переводе с
греческого
"тетра" -
четыре,
"эдрон" -
грань

Куб (гексаэдр)
составлен из шести
квадратов. Каждая
вершина куба
является вершиной
трёх квадратов.
Следовательно,
сумма плоских углов
при каждой вершине
равна 270° .



Куб (гексаэдр)



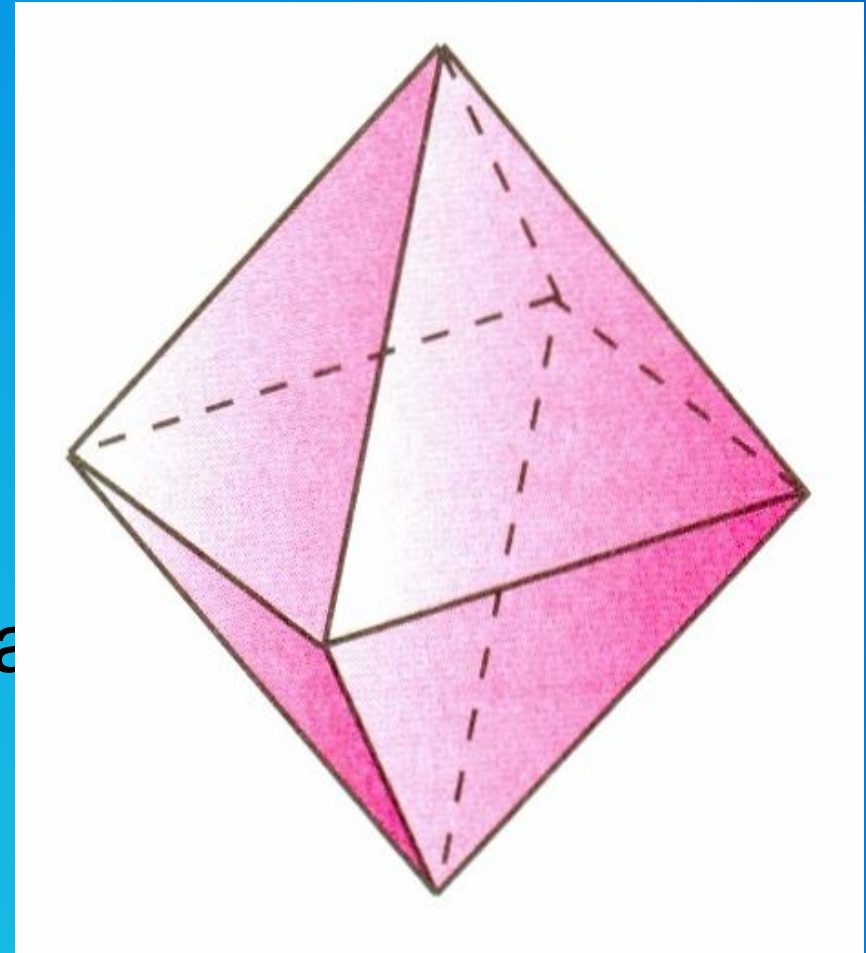
гексаэдр (куб) -
имеет 6 граней,
"гекса" - шесть

Правильный октаэдр

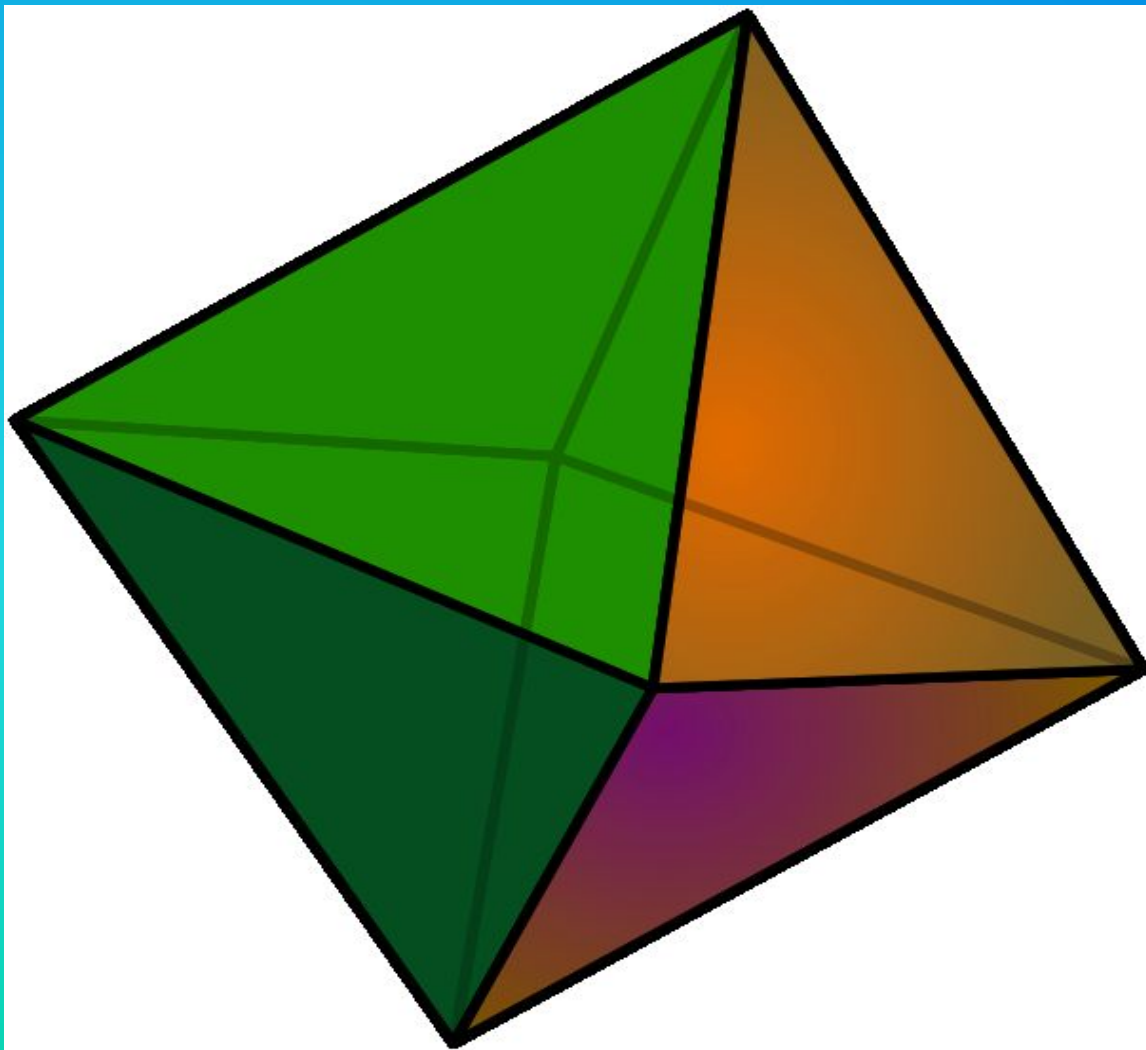
составлен из восьми
равносторонних
треугольников.

Каждая вершина
октаэдра является
вершиной четырёх
треугольников.

Следовательно, сумма
плоских углов при
каждой вершине
равна 240° .



Октаэдр



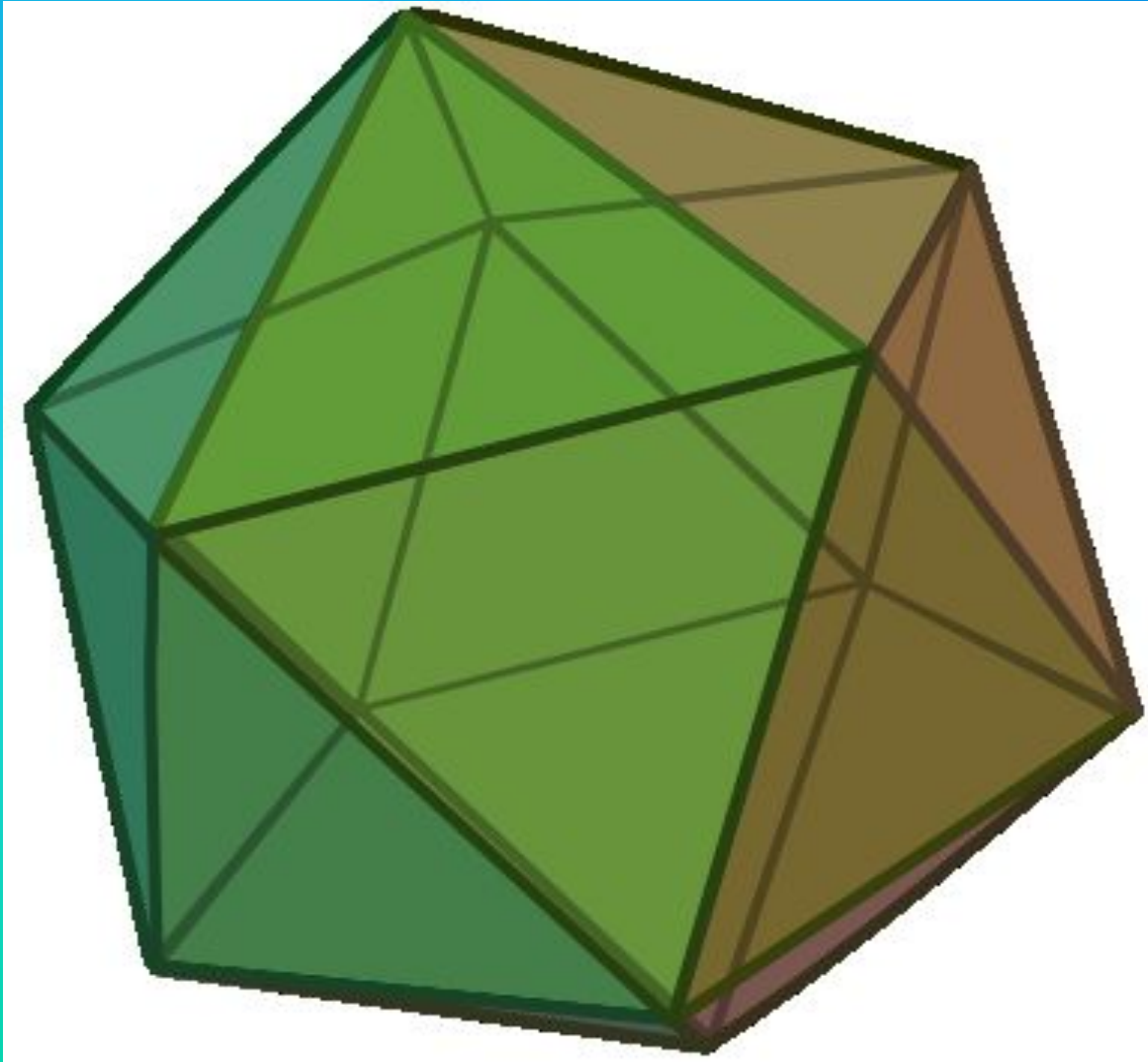
октаэдр -
восьмигранник,
"ОКТО" - ВОСЕМЬ;

Правильный икосаэдр



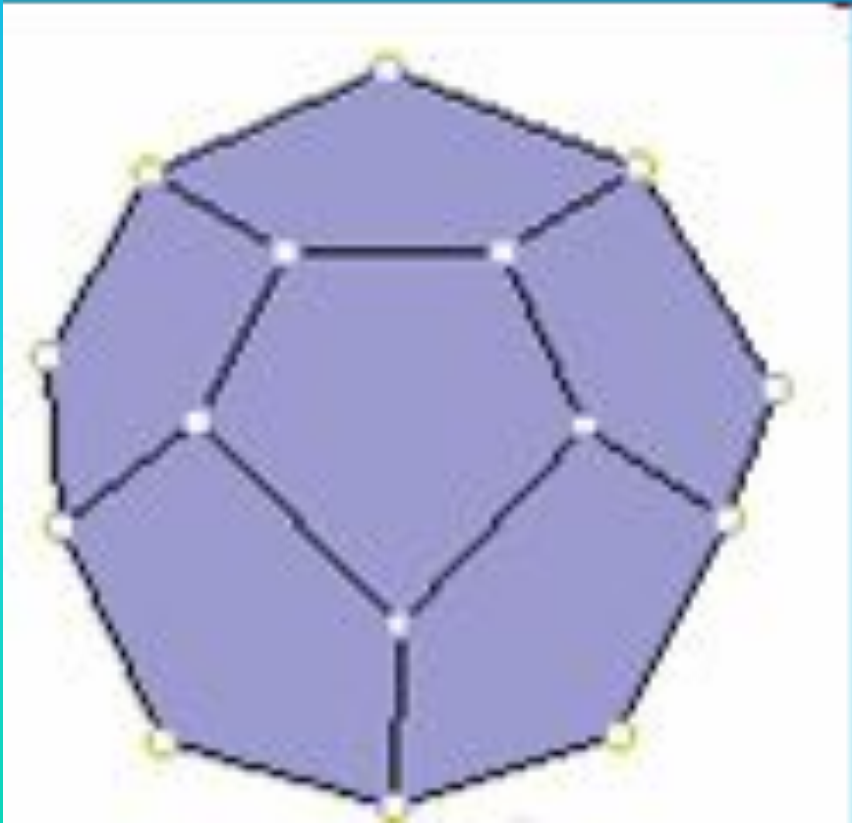
- составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 300° .

Икосаэдр



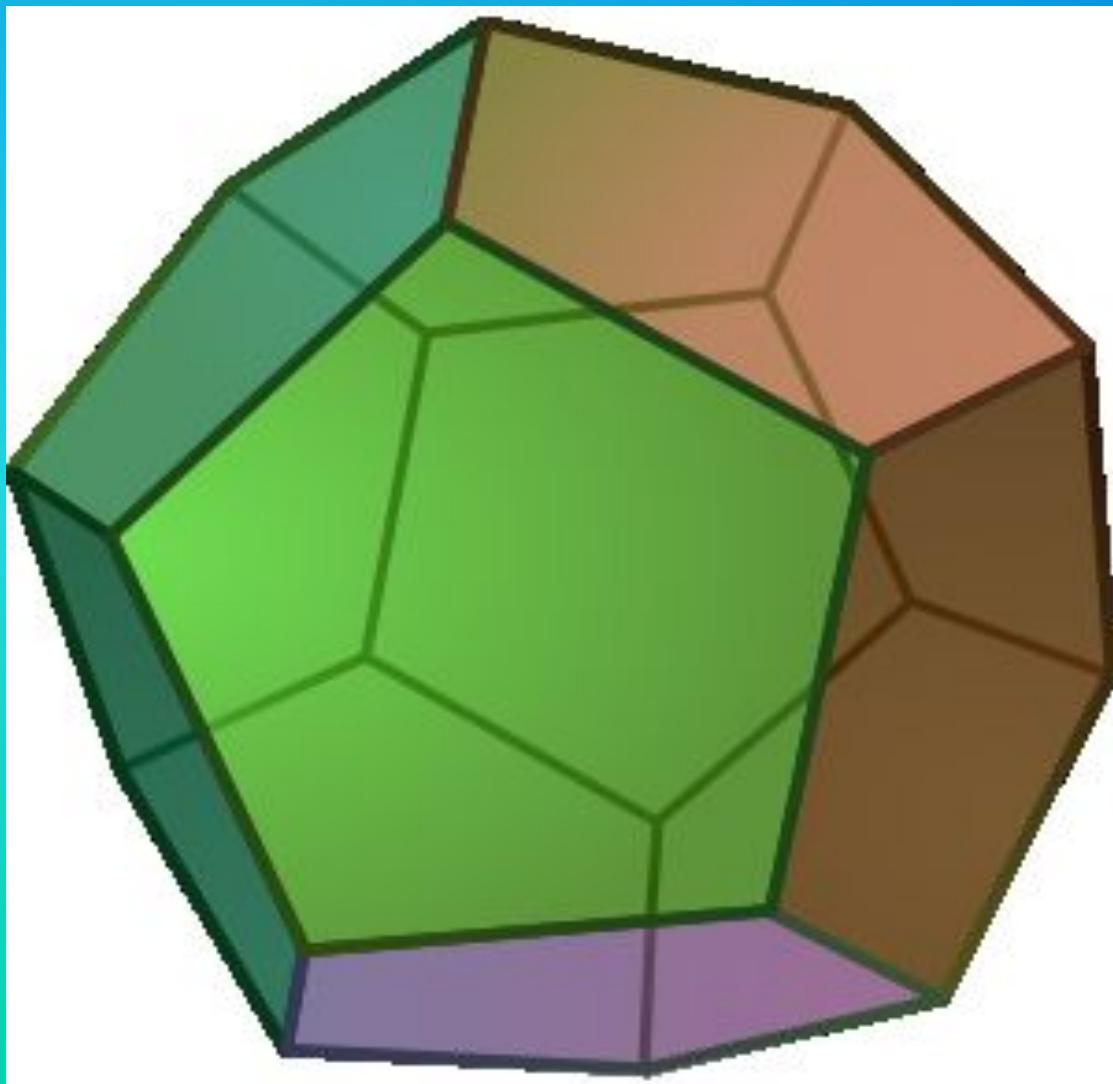
Икосаэдр -
имеет 20
граней,
"икоси" -
двадцать

Правильный додекаэдр



- составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .

Додекаэдр



додекаэдр -
двенадцати
гранник,
"додека" -
двенадцать

Не существует правильного
многогранника, гранями
которого являются
правильные
шестиугольники,
семиугольники и вообще
 n -угольники при $n \geq 6$.

Математические свойства правильных многогранников Характеристика Эйлера

Сумма числа граней и вершин любого
многогранника
равна числу рёбер, увеличенному на 2.

$$Г + В = Р + 2$$

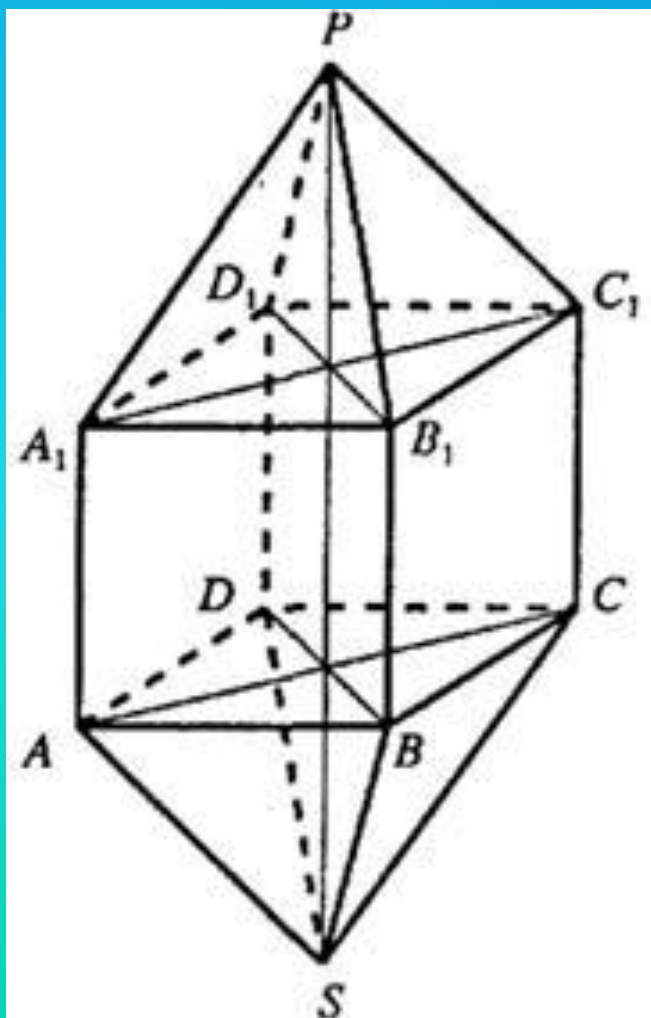
Число граней плюс число вершин минус
число рёбер
в любом многограннике равно 2.

$$Г + В - Р = 2$$

Правильный многогранник	Число граней Г	Число вершин В	Число рёбер Р	Г+В - Р
Тетраэдр	4	4	6	
Куб	6	8	12	
Октаэдр	8	6	12	
Додекаэдр	12	20	30	
Икосаэдр	20	12	30	

Правильный многогранник	Число граней Г	Число вершин В	Число рёбер Р	Г+В - Р
Тетраэдр	4	4	6	2
Куб	6	8	12	2
Октаэдр	8	6	12	2
Додекаэдр	12	20	30	2
Икосаэдр	20	12	30	2

Задача: Определите количество граней, вершин и рёбер многогранника, изображенного на рисунке. Проверьте выполнимость формулы Эйлера для данного многогранника



Решение:

$$Г=12$$

$$В=10$$

$$Р=20$$

$$Г+В-Р=12+10-20=2$$

Правильные многогранники в философской картине мира Платона

Правильные многогранники иногда называют Платоновыми телами, поскольку они занимают видное место в философской картине мира, разработанной великим мыслителем Древней Греции Платоном (ок. 428 – ок. 348 до н.э.).

Платон считал, что мир строится из четырёх «стихий» – огня, земли, воздуха и воды, а атомы этих «стихий» имеют форму четырёх правильных многогранников.

Тетраэдр олицетворял **огонь**, поскольку его вершина устремлена вверх, как у разгоревшегося пламени.

Икосаэдр – как самый обтекаемый – **воду**.

Куб – самая устойчивая из фигур – **землю**.

Октаэдр – **воздух**.

В наше время эту систему можно сравнить с четырьмя состояниями вещества – твёрдым, жидким, газообразным и пламенным.

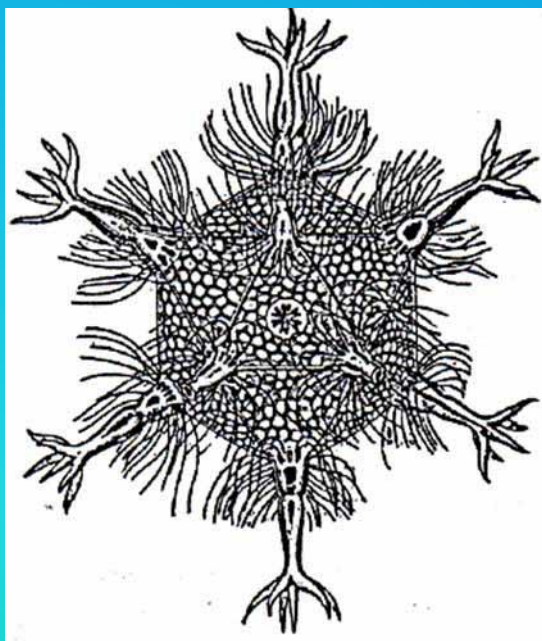
Пятый многогранник – додекаэдр символизировал весь мир и почитался главнейшим.

Это была одна из первых попыток ввести в науку идею систематизации.

Согласно философии Платона

	ОГОНЬ	тетраэдр	
	ВОДА	икосаэдр	
	ВОЗДУХ	октаэдр	
	ЗЕМЛЯ	гексаэдр	
	ВСЕЛЕННАЯ	додекаэдр	

Правильные многогранники и природа



Феодария
(*Circjgnia
icosahdra*)

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии (*Circjgnia icosahdra*) по форме напоминает икосаэдр.

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По-видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.

Правильные многогранники – самые «выгодные» фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.

Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли (NaCl) имеют форму куба.

При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами ($\text{K[Al(SO}_4)_2] \cdot 12\text{H}_2\text{O}$), монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана (FeS). Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

В разных химических реакциях применяется сурьменистый серноокислый натрий ($\text{Na}_5(\text{SbO}_4(\text{SO}_4))$) – вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого серноокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Последний правильный многогранник – икосаэдр передаёт форму кристаллов бора (B). В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.

«Тайная вечеря»



Сальвадор Дали



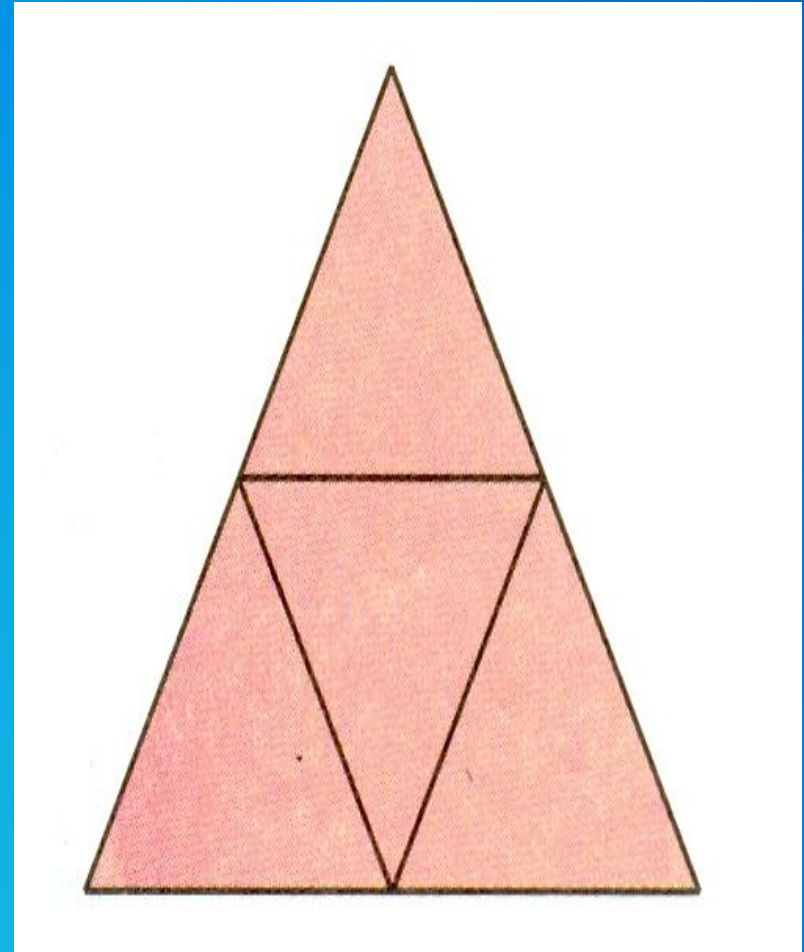
**Знаменитый художник,
увлекавшийся геометрией
Альбрехт Дюрер
(1471- 1528) ,
в известной гравюре
"Меланхолия ".**

**На переднем плане
изобразил додекаэдр.**

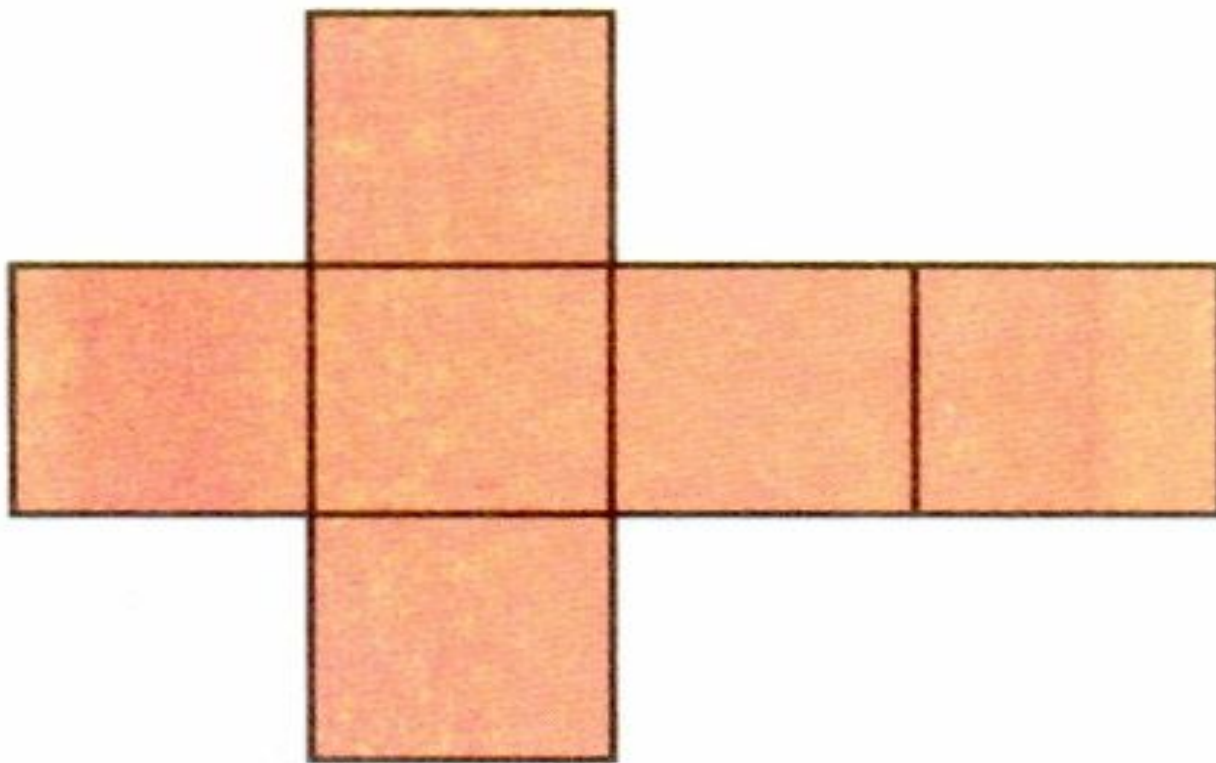
Творческие ЗАДАНИЯ

Перерисуйте
развёртку
правильного
тетраэдра

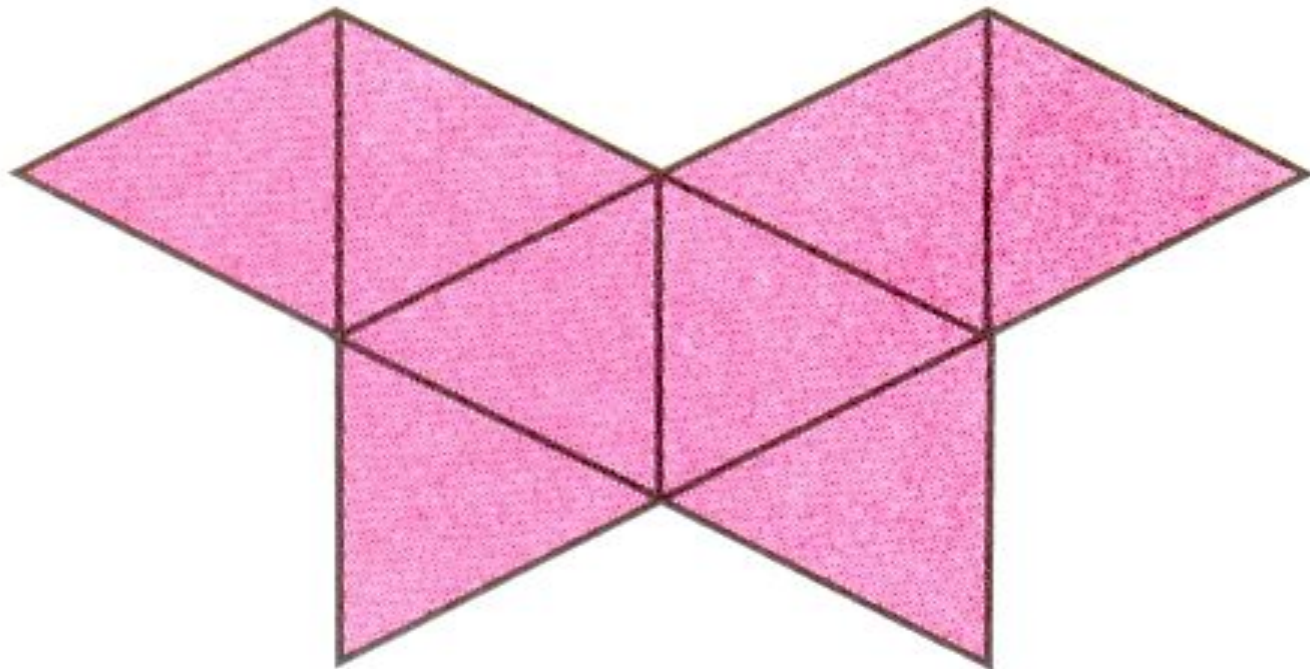
на плотный лист
бумаги в большем
масштабе, вырежьте
развёртку (сделав
необходимые припуски
для склеивания) и
склейте из неё
тетраэдр.



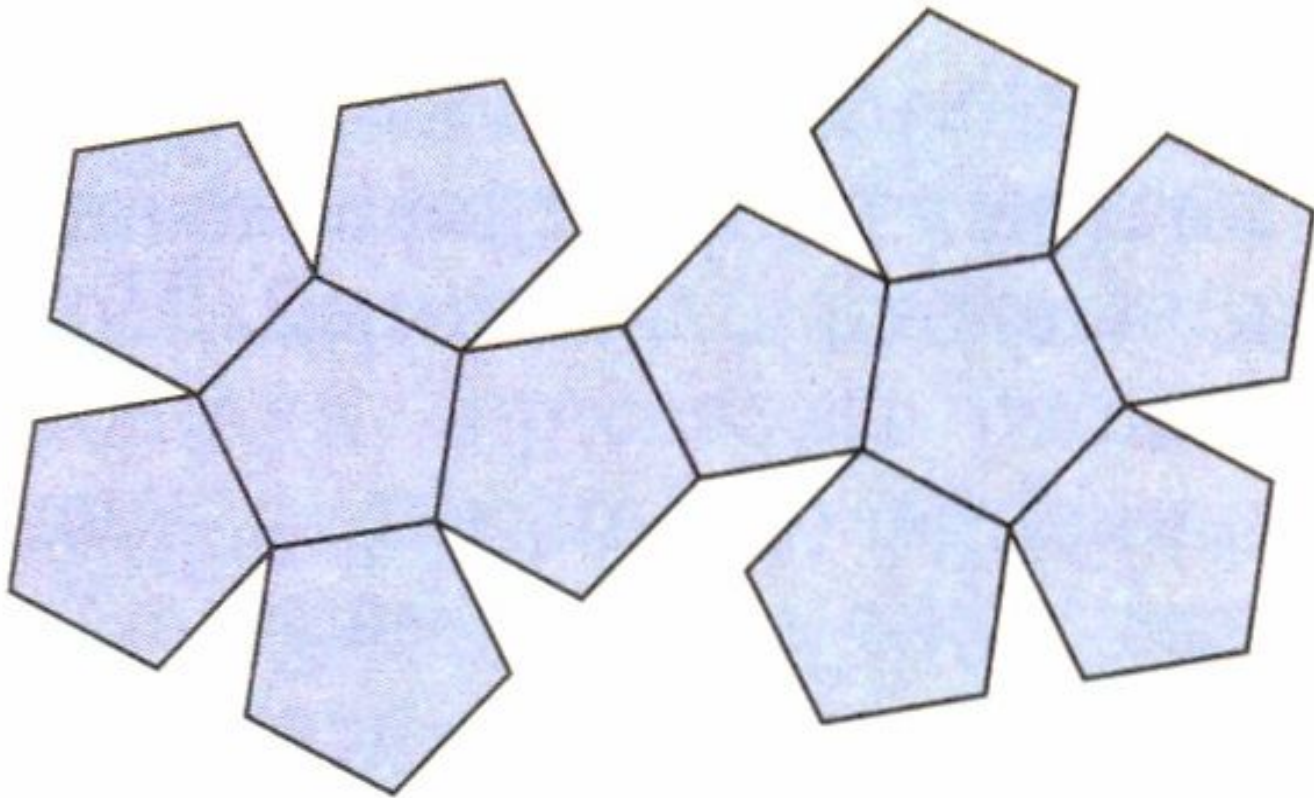
Перерисуйте развёртку куба на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё куб.



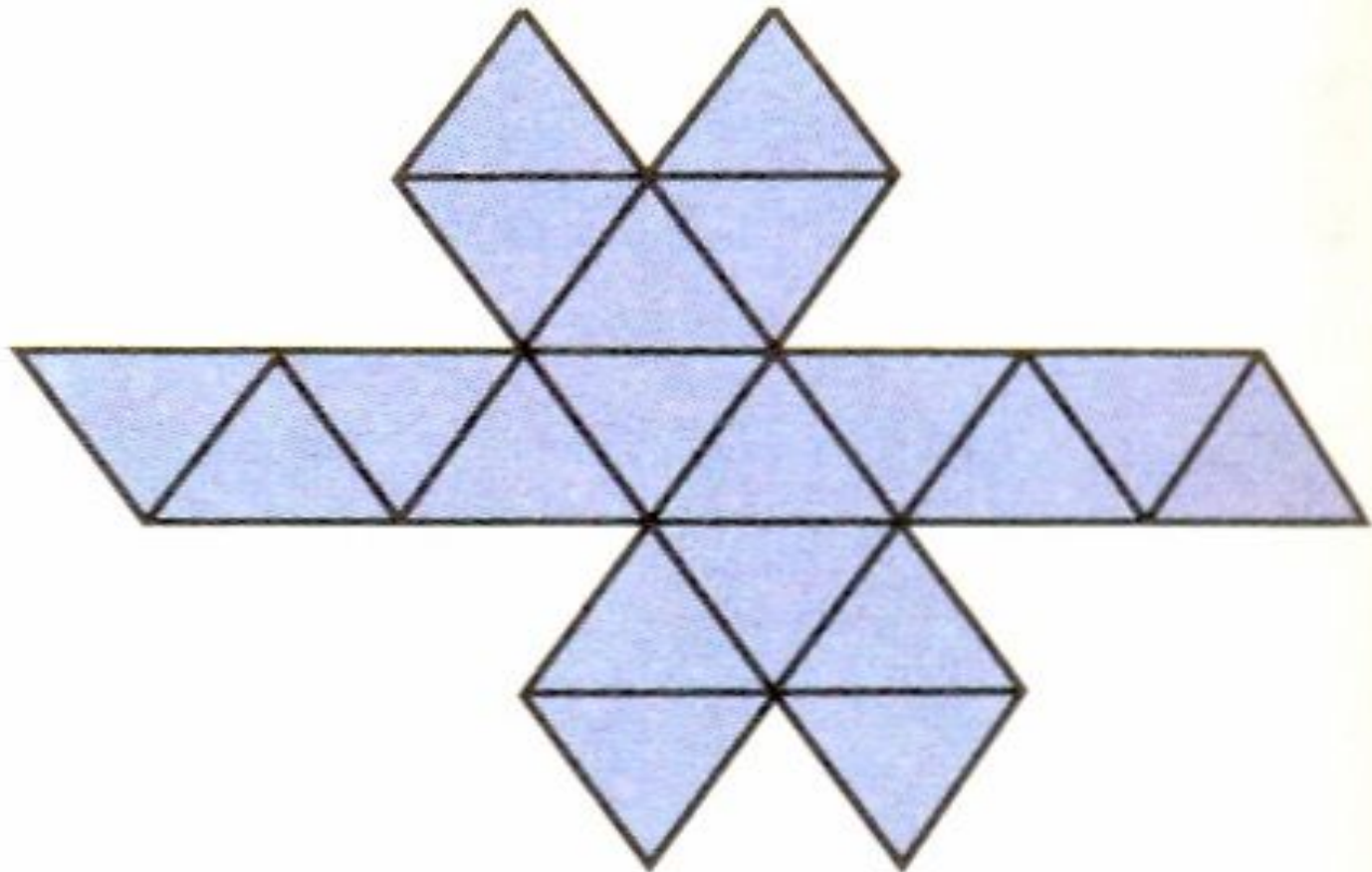
Перерисуйте развёртку
правильного октаэдра на плотный
лист бумаги в большем масштабе,
вырежьте развёртку и склейте из неё
октаэдр.



Перерисуйте развёртку правильного додекаэдра на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из неё додекаэдр.



Перерисуйте развёртку правильного икосаэдра на плотный лист бумаги в большем масштабе, вырежьте развёртку и склейте из нее икосаэдр.





Оформление выставки многогранников

