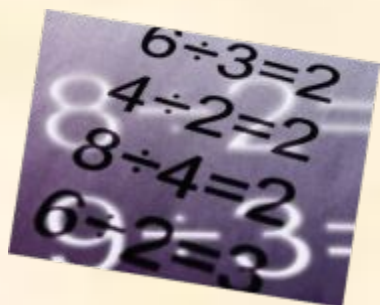
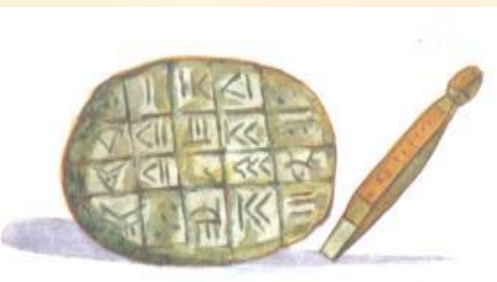
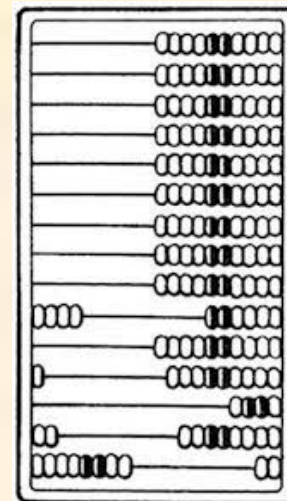
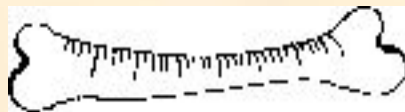


Системы счисления.

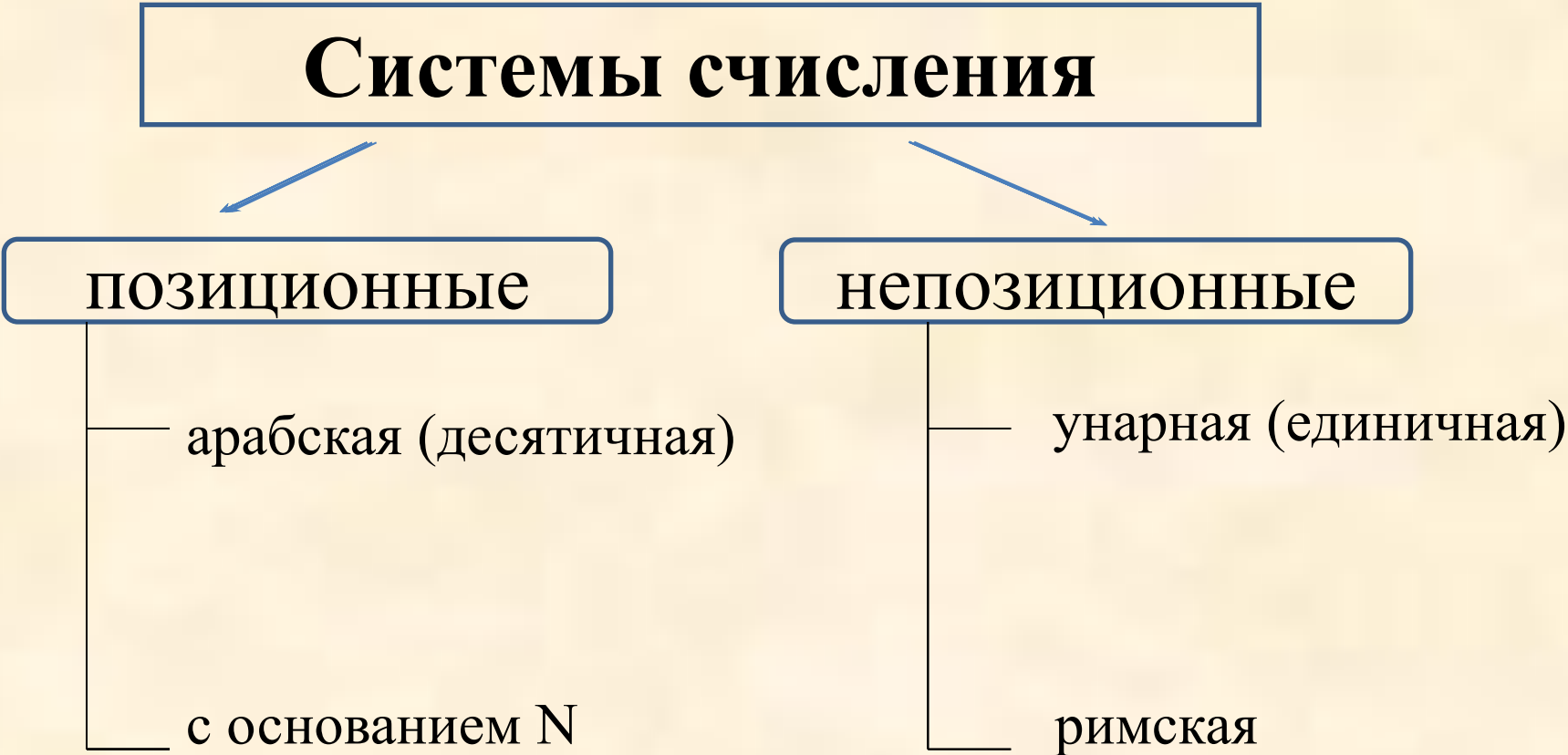


Историческая справка



Система счисления – это определенные правила записи чисел и связанные с ними способы выполнения вычислений.

Системы счисления



```
graph TD; A[Системы счисления] --> B[ПОЗИЦИОННЫЕ]; A --> C[НЕПОЗИЦИОННЫЕ]; B --- D[арабская (десятичная)]; B --- E[с основанием N]; C --- F[унарная (единичная)]; C --- G[римская];
```

ПОЗИЦИОННЫЕ

арабская (десятичная)

с основанием N

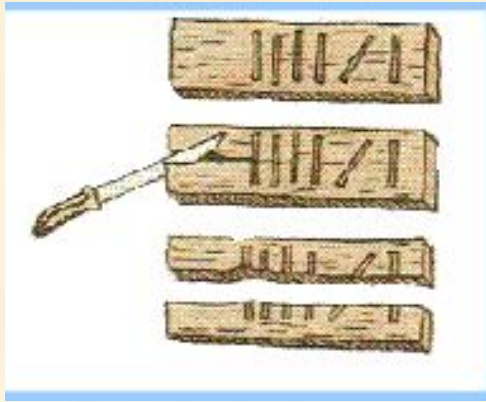
НЕПОЗИЦИОННЫЕ

унарная (единичная)

римская

В позиционных системах значение каждой цифры числа определяется ее позицией в записи числа.

Унарная(единичная) система счисления



Первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-либо значков (бирок): зарубок, черточек, точек.

Унарная система сегодня:

- счетные палочки для обучения счету;
- полоски, нашитые на рукаве, означают на каком курсе учится курсант военного училища.

Римская система счисления

В римской системе счисления для записи числа используются латинские буквы.

Величина числа получается путем сложения цифр, которыми оно записано. Если слева в записи римского числа стоит меньшая цифра, а справа – большая, то их значения вычитаются, в остальных случаях значения складываются.

$$\mathbf{I} - 1$$

$$\mathbf{III} - 1+1+1=3$$

$$\mathbf{VI} - 5+1=6$$

$$\mathbf{IV} - 5-1=4$$

$$\mathbf{LX} - 50+10=60$$

$$\mathbf{XL} - 50-10=40$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	500	1000
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	L	C	D	M

Основные понятия позиционных систем счисления

- **Алфавит**
 - совокупность всех цифр
- **Основание СС**
 - количество цифр, необходимых для записи числа в системе
- **Мощность**
 - количество цифр, составляющих алфавит
- **Разряд**
 - номер позиции в числе

Арабская система счисления

Арабская система – позиционная десятичная система.

Эта система счисления применяется в современной математике.

Любое число представляется в виде:

$$765 = 700 + 60 + 5 = 7 * 100 + 6 * 10 + 5 * 1 = 7 * 10^2 + 6 * 10^1 + 5 * 10^0$$

или

$$76,54 = 7 * 10 + 6 * 1 + 5 * 0,1 + 4 * 0,01 = 7 * 10^2 + 6 * 10^1 + 5 * 10^{-1} + 4 * 10^{-2}$$

Основание в десятичной системе равно **10**.

Алфавит состоит из 10 цифр:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII век	1	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1197 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1275 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
Ок. 1294 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1303 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1360 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1442 г.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰

Системы счисления с основанием N

Если взять правило, по которым строятся числа в десятичной системе счисления, заменив основание 10 на натуральное число N, можно построить **позиционную систему счисления с основанием N**.

	Система счисления	Основание	Алфавит цифр
N=2	Двоичная	2	0 1
N=8	Восьмеричная	8	0 1 2 3 4 5 6 7
N=16	Шестнадцатеричная	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

В вычислительных машинах используется двоичная система счисления и родственные двоичной - восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления.



Форма записи чисел:



Развернутая

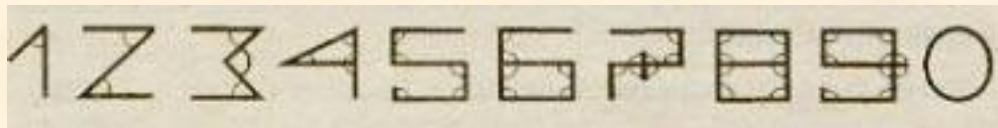
Неразвернутая

$$1 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

$$166_{10}$$

$$1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$1345_{10}$$



Перевод чисел в десятичную систему счисления:

При переводе числа из двоичной (восьмеричной, шестнадцатеричной) системы в десятичную надо это число представить в виде суммы степеней основания его системы счисления.

$$10100110_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$$

$$703_8 = 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 448 + 3 = 451_{10}$$

$$23FA1_{16} = 2 \cdot 16^4 + 3 \cdot 16^3 + 15 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 131072 + 12288 + 3840 + 160 + 1 = 147361$$

Перевод чисел из десятичной системы счисления:

Последовательно выполнять деление исходного числа и получаемых частных на q до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя. Полученные при таком делении остатки – цифры числа в системе счисления q – записать в обратном порядке (снизу вверх).

$$\begin{array}{r} 26 \quad | \quad 2 \\ \hline -26 \quad | \quad 13 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad 0 \quad | \quad 12 \quad | \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad \quad 1 \quad | \quad 6 \quad | \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 2 \quad | \quad 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 241 \quad | \quad 8 \\ \hline -240 \quad | \quad 30 \quad | \quad 8 \\ \hline \quad 1 \quad | \quad 24 \quad | \quad 3 \\ \hline \quad \quad \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3627 \quad | \quad 16 \\ \hline -3616 \quad | \quad 226 \quad | \quad 16 \\ \hline \quad 11 \quad | \quad 224 \quad | \quad 14 \\ \hline \quad \quad \quad 2 \end{array}$$

Перевод чисел из двоичной системы счисления:

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную (шестнадцатеричную), его нужно разбить на триады (тетрады), начиная с младшего разряда (справа налево), в случае необходимости дополнив старшую триаду (тетраду) нулями, и каждую триаду (тетраду) заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой (табл.).

$$\underline{010} \ \underline{010} \ \underline{110} \ \underline{111}_2 = 2267_8$$

$$\underline{0100} \ \underline{1011} \ \underline{0111}_2 = 4B7_{16}$$

Перевод чисел в двоичную систему счисления:

Для перевода восьмеричного (шестнадцатеричного) числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой (тетрадой).

$$726_8 = 111\ 010\ 110_2$$
$$74C_{16} = \underline{0}111\ 0100\ 1100_2$$

(при записи числа первый 0 не пишется)

Перевод чисел из 16-ой в 8-ю и обратно:

При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

$$\text{а) } \text{FAE}_{16} = 111110101110_2$$



$$111\ 110\ 101\ 110_2 = 7656_8$$

$$\text{б) } 635_8 = 110011101_2$$



$$1\ 1001\ 1101_2 = 19D_{16}$$