

Урок алгебры в 9 классе.

Беланенко Р.А

г.Сургут, МБОУ СОШ №32

Тема урока:

**«Дробно рациональные
уравнения»**

Повторение

Уравнение вида
 $ax^2+bx+c=0$, где $a \neq 0$

называют *квадратным*
уравнением.

Если $a=1$, то уравнение называют
приведенным квадратным
уравнением.

Повторение решения квадратных уравнений.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

- 1) Если $D > 0$, уравнение имеет 2 различных корня.
- 2) Если $D < 0$, уравнение не имеет корней.
- 3) Если $D = 0$, уравнение имеет 1 корень.

Повторение.

1. Квадратное уравнение имеет 2 корня, если.....
2. Квадратное уравнение имеет 2 равных корня (или корень) , если.....
3. Квадратное уравнение не имеет корней, если.....
4. Область допустимых значений дробно-рационального уравнения это.....

Повторение.

$$3a^2 + 2a - 5 = 0$$

Сколько корней имеет данное уравнение? Сколько корней имеет данное

$$b^3 + 3b = 3,5b^2$$

уравнение? Сколько корней имеет

$$(x^3 - 1)^2 + x^5 - x^6 = 2$$

Сколько корней имеет

$$9y^4 - 10y^2 + 1 = 0$$

Указать ОДЗ

а) $2(1-x^2) + 3x - 4 = 0;$

б) $\frac{x-3}{4} = \frac{x^2-x+1}{2};$

в) $x^2 - \frac{x-7}{x} = x+8;$

г) $\frac{2x-4}{x^2+1} = \frac{3}{x+1};$

д) $\frac{3x+1}{x-1} = x;$

е) $x-7 = \sqrt{x+9}$

Устный счёт: Решите
уравнения:

$$x^2 - 121 = 0$$

$$x = \pm 11$$

$$x^2 + 49 = 0$$

Корней нет

$$x^2 - 17 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{17}$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x = 0; 5$$

$$2x^2 + 16x = 0$$

$$x = 0; -8$$

Сколько корней имеет
уравнение:

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

2 корня

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

1 корень

$$4a^2 - 5a + 9 = 0$$

корней нет

Найти дискриминант квадратных уравнений

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

5 или 7 4 или 16

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

23

25

27

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

1

3

5

Если обе части уравнения являются рациональным выражением, то такие уравнения называют рациональным уравнением.

Рациональные уравнения

Целые рациональные уравнения

$$\frac{2x + 3}{5} = 5x;$$
$$x^2 + 6x + 8 = 0;$$
$$\frac{x + 5}{4} = \frac{x - 9}{6}.$$

Дробно-рациональные уравнения

$$\frac{2x + 3}{5 + x} = 4x;$$
$$\frac{x^2 + 6x + 8}{x + 2} = 0;$$
$$\frac{x + 5}{4x} = \frac{x - 9}{6}.$$

Уравнения

$$\frac{x-7}{x+5} = 2$$

- дробно-рациональное уравнение

$$\frac{x-7}{5} = 15$$

- целое рациональное уравнение

$$\frac{x^2 + 9x + 17}{x + 5} = \frac{x + 8}{x}$$

- дробно-рациональное уравнение

$$\frac{x^2 - 7}{5} = \frac{x + 2}{7}$$

- целое рациональное уравнение

Алгоритм решения дробно-рациональных уравнений

- Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- Умножить обе части уравнения на этот общий знаменатель, чтобы получить целое уравнение;
- Решить полученное целое уравнение;
- Исключить корни, обращающие каждый знаменатель в нуль
или найти ОДЗ (Область допустимых значений переменных в знаменателях данных дробей)

Решить уравнение $\frac{x^2+2x}{x+4} = \frac{4-x}{x+4}$.

$$\frac{x^2 + 2x}{x + 4} = \frac{4 - x}{x + 4}$$

$$\text{ОДЗ: } x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -4$$

$$x^2 + 2x = 4 - x$$

$$x^2 + 2x - 4 + x = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_1 = -4 - \text{ не подходит}$$

$$x_2 = 1$$

Ответ: 1.

Решить уравнение $\frac{x-4}{x} = \frac{2x+10}{x+4}$.

$$\frac{x-4}{x} = \frac{2x+10}{x+4}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0; \\ x+4 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0; \\ x \neq -4; \end{cases}$$

$$(x-4)(x+4) = x(2x+10)$$

$$x^2 - 16 = 2x^2 + 10x$$

$$x^2 - 2x^2 - 10x - 16 = 0$$

$$-x^2 - 10x - 16 = 0$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = -8$$

Ответ: $-2; -8$.

Решить уравнение $\frac{2x^2-x+7}{2x-1} - x = 1.$

$$\frac{2x^2 - x + 7}{2x - 1} - x = 1$$

$$\text{ОДЗ: } 2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$2x^2 - x + 7 - x \cdot (2x - 1) = 2x - 1$$

$$2x^2 - x + 7 - 2x^2 + x - 2x + 1 = 0$$

$$-2x + 8 = 0$$

$$x = 4$$

Ответ: 4.

Решить уравнение $\frac{x-2}{x^2+2x-3} - \frac{x+1}{x^2+5x+6} = \frac{3}{x+3}$.

$$\frac{x-2}{x^2+2x-3} - \frac{x+1}{x^2+5x+6} = \frac{3}{x+3}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^2+2x-3 \neq 0; \\ x^2+5x+6 \neq 0; \\ x+3 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1; \\ x \neq -3; \\ x \neq -2; \end{cases}$$

$$\frac{x-2}{(x-1)(x+3)} - \frac{x+1}{(x+3)(x+2)} = \frac{3}{x+3}$$

$$(x-2)(x+2) - (x+1)(x-1) = 3(x-1)(x+2)$$

$$x^2 - 4 - x^2 + 1 - 3x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$-3x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-1) = 5 > 0$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Решить уравнение $\left| \frac{25-x^2}{x-5} + 1 \right| = 9$.

$$\left| \frac{25-x^2}{x-5} + 1 \right| = 9$$

$$\text{ОДЗ: } x - 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 5$$

$$\frac{25-x^2}{x-5} + 1 = 9$$

$$25 - x^2 + x - 5 = 9(x - 5)$$

$$-x^2 + x - 9x + 25 - 5 + 45 = 0$$

$$-x^2 - 8x + 65 = 0$$

$$x^2 + 8x - 65 = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ — не подходит}$$

$$x_2 = -13$$

$$\frac{25-x^2}{x-5} + 1 = -9$$

$$25 - x^2 + x - 5 = -9(x - 5)$$

$$-x^2 + x + 9x + 25 - 5 - 45 = 0$$

$$-x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$x_1 = 5 \text{ — не подходит}$$

Ответ: -13.

Решить уравнение $x^2 - \frac{5x^2}{|x|} = 6$.

$$x^2 - \frac{5x^2}{|x|} = 6$$

ОДЗ: $x \neq 0$

$$x > 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5x^2}{|x|} = 6 \Leftrightarrow x^2 - \frac{5x^2}{x} = 6$$

$$x^3 - 5x^2 = 6x$$

$$x^3 - 5x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 - 5x - 6) = 0$$

$x_1 = 0$ – не подходит

$x_2 = -1$ – не подходит

$x_3 = 6$

если $a \geq 0$, то $|a| = a$

если $a < 0$, то $|a| = -a$

$$x < 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5x^2}{|x|} = 6 \Leftrightarrow x^2 - \frac{5x^2}{-x} = 6$$

$$-x^3 - 5x^2 = -6x$$

$$x^3 + 5x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$x_1 = 0$ – не подходит

$x_2 = 1$ – не подходит

$x_3 = -6$

Ответ: ± 6 .

Повторение

Решить уравнение

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{4 - x}{x^2 + 2x}$$

Алгоритм решения дробно-рационального уравнения:

- 1) найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
- 2) умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
- 3) решить получившееся целое уравнение;
- 4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Ответ: 3