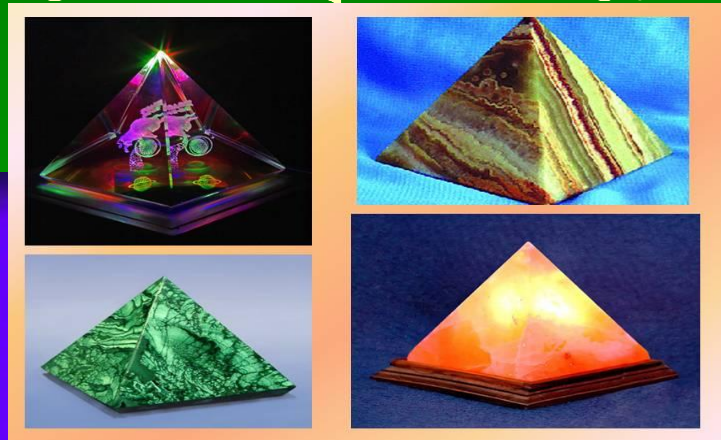
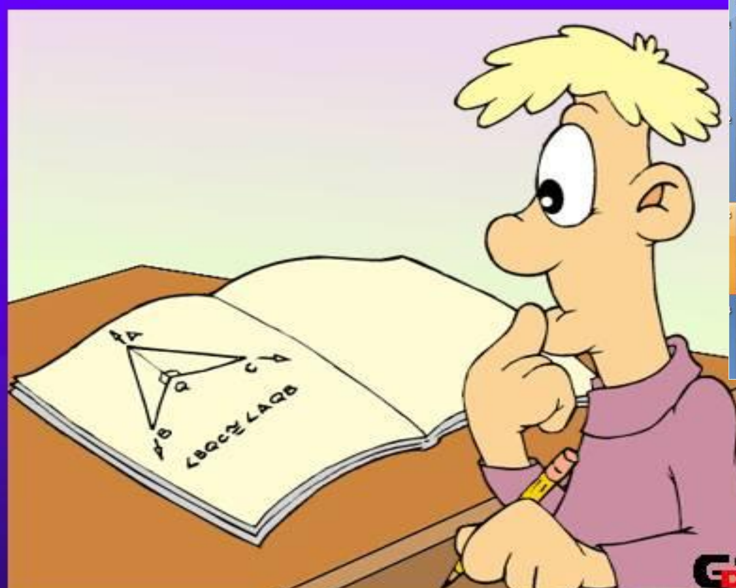
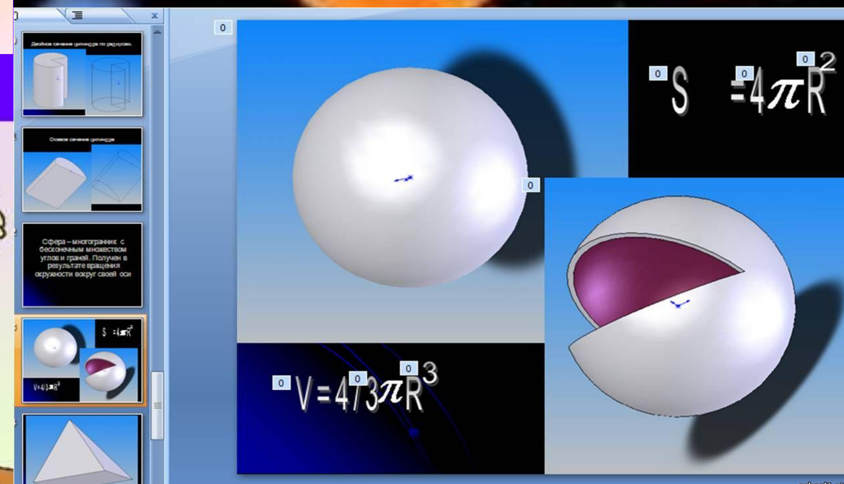
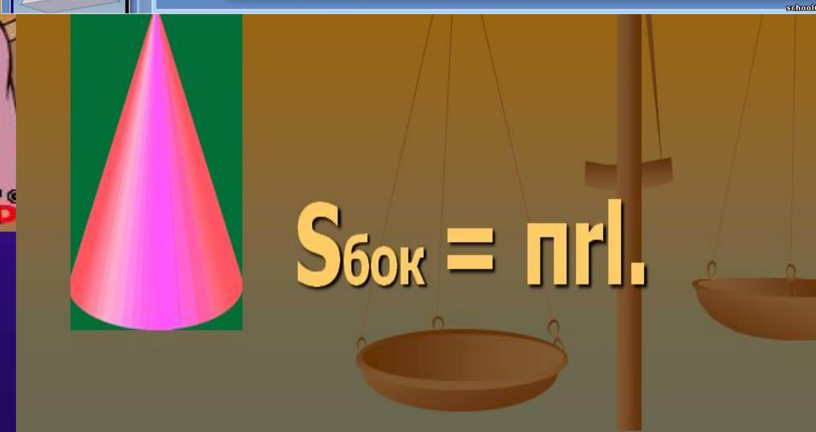
Комбинации тел с шаром



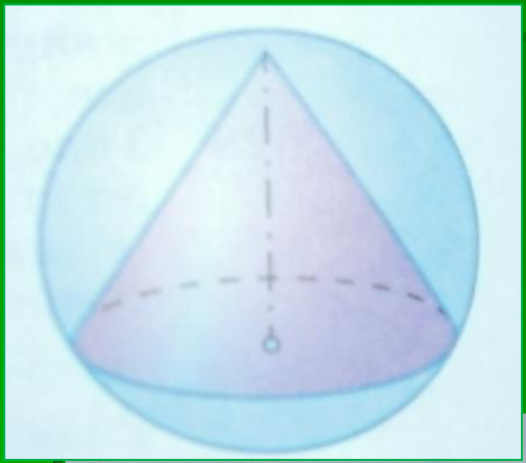


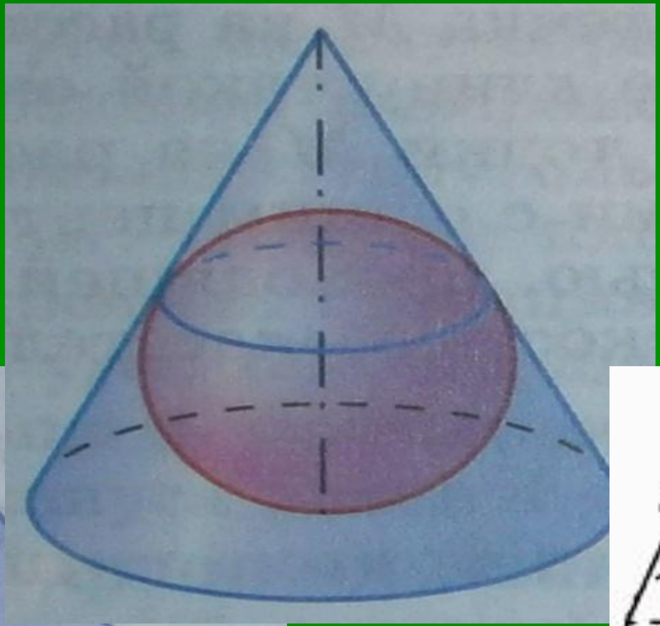


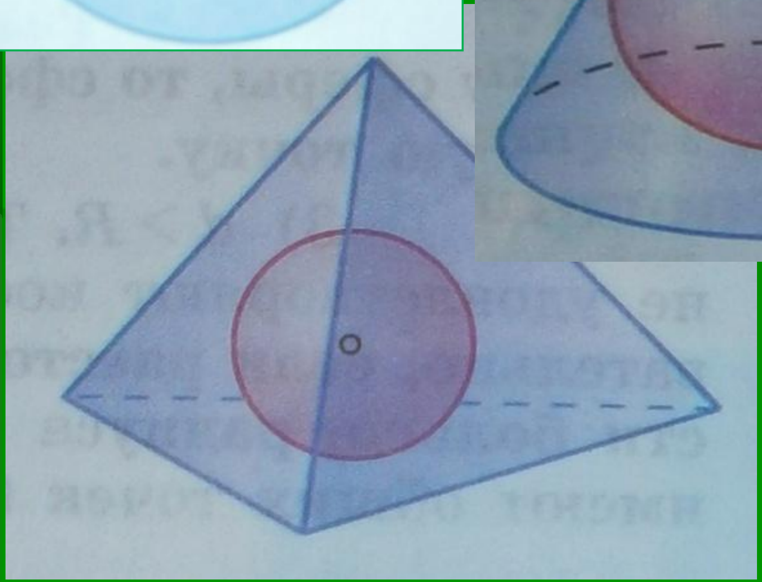


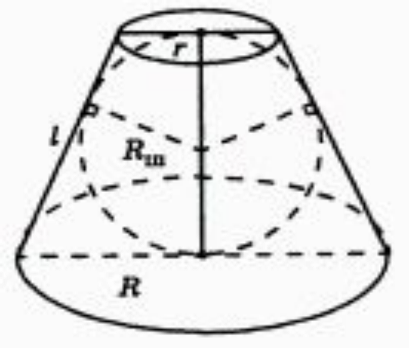
Никакую проблему нельзя решить на том же уровне, на котором она возникла.

А. Эйнштейн









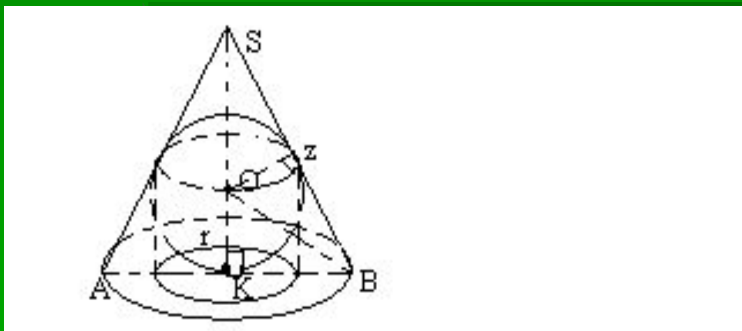
Необходимо помнить:

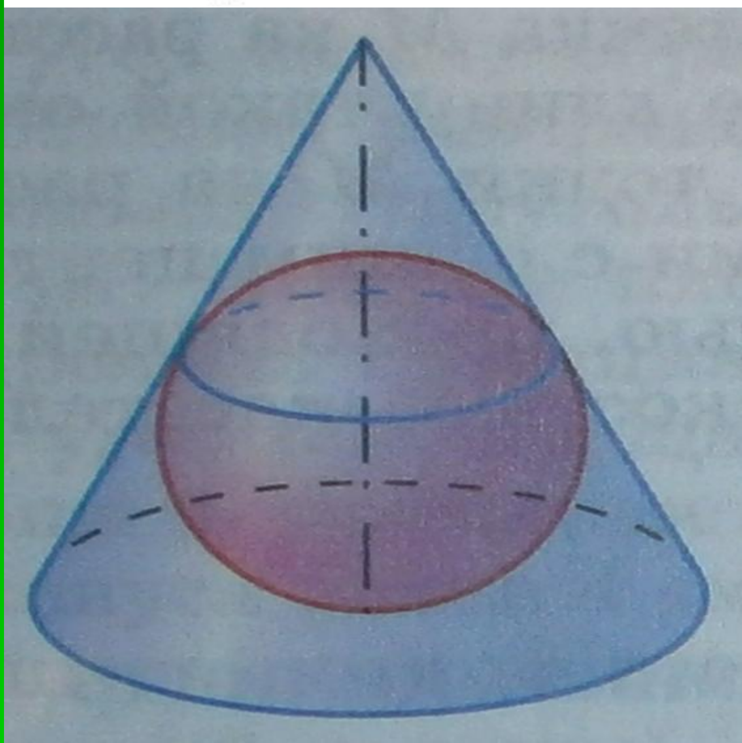
- около любого треугольника можно описать окружность;
- около четырехугольника можно описать окружность, если суммы его противоположных углов равны 180^0 (прямоугольник, квадрат, равнобокая трапеция и т.д.);
- около любого правильного многоугольника можно описать окружность.

Необходимо помнить:

- в любой треугольник можно вписать окружность;
- в четырехугольник можно вписать окружность, если суммы его противоположных сторон равны (квадрат, ромб и т.д.);
- в любой правильный многоугольник можно вписать окружность.

Шар, вписанный в конус



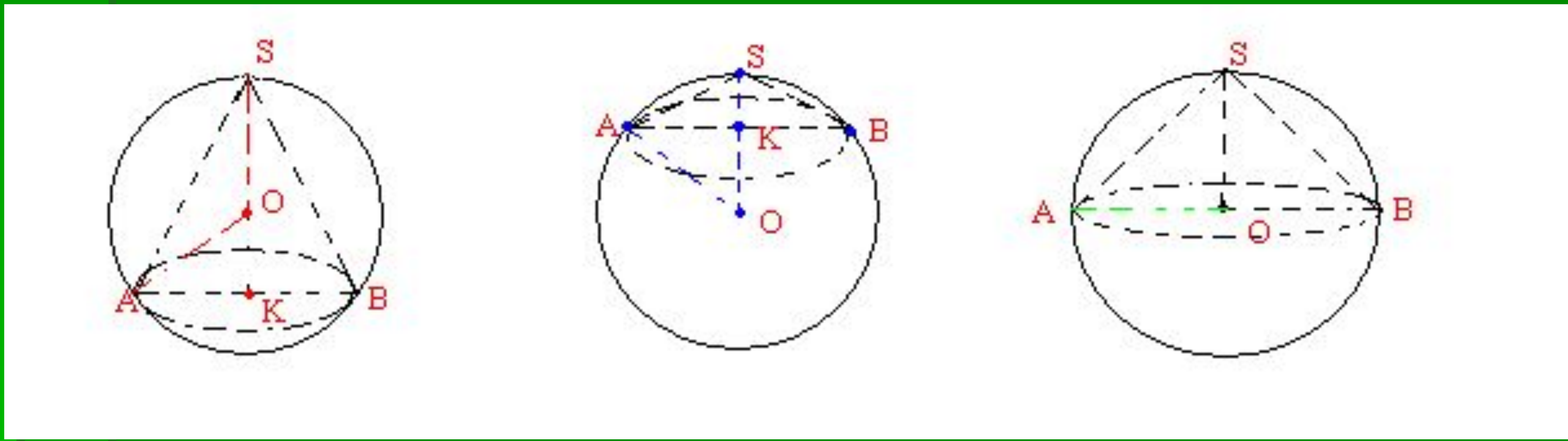


а) *ОПРЕДЕЛЕНИЕ*: *Шар* называется *вписанным в конус*, если он касается основания конуса в его центре и конической поверхности.

б) Множество точек касания с конической поверхностью образует окружность, центр которой лежит на высоте конуса. Её радиус r зависит от радиуса шара R и расстояния d от центра шара до плоскости, в которой лежит окружность. $R^2 = r^2 + d^2$; $r^2 = R^2 - d^2$

Шар, описанный около конуса

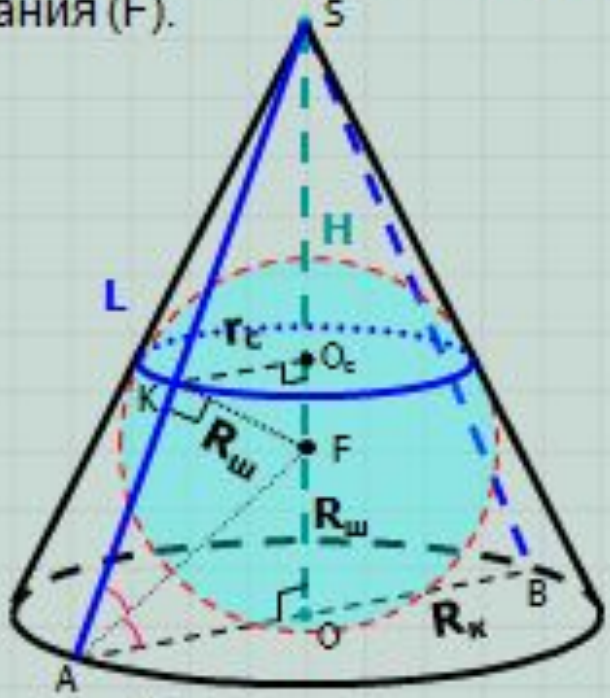
центр шара внутри конуса   центр шара вне конуса   центр на основании конуса



- **Конус вписан в шар,** если его вершина и окружность основания лежат на поверхности шара. Центр шара находится на высоте или её продолжении.
- AO=SO=OB=Rш   SO=AO=OB= Rш   SO=AO=OB =Rш

Шар (сфера), вписанные в конус

Центр – точка пересечения высоты конуса и биссектрисы угла между образующей конуса и плоскостью основания (F).



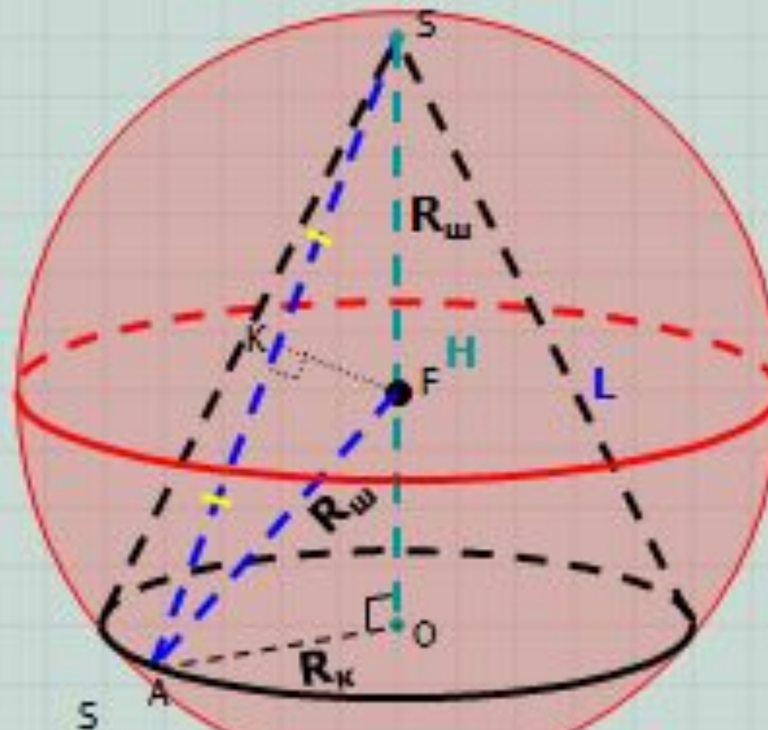
$$\Delta SKF:\ \Delta SOA$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{R_ш}{H-R_ш}=\frac{R_c}{L}$$

Шар (сфера), описанные около конуса

Центр – точка пересечения высоты конуса и серединного перпендикуляра к образующей конуса (F).

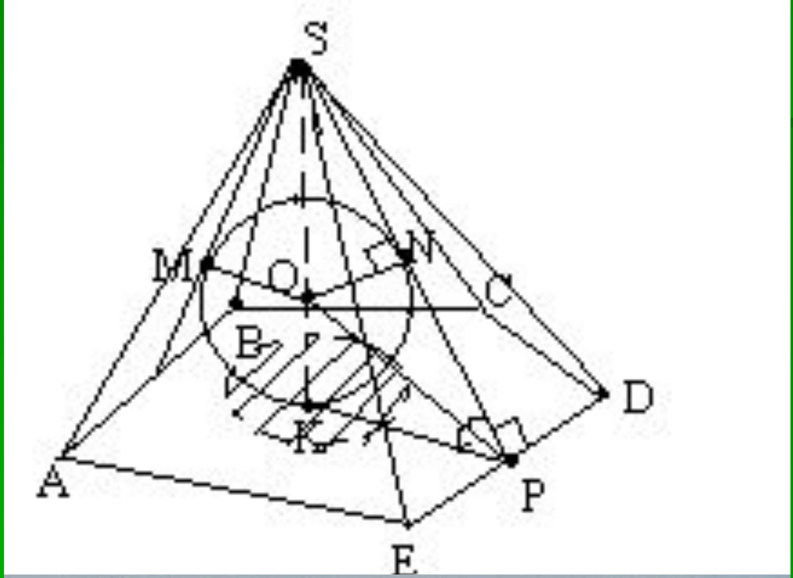


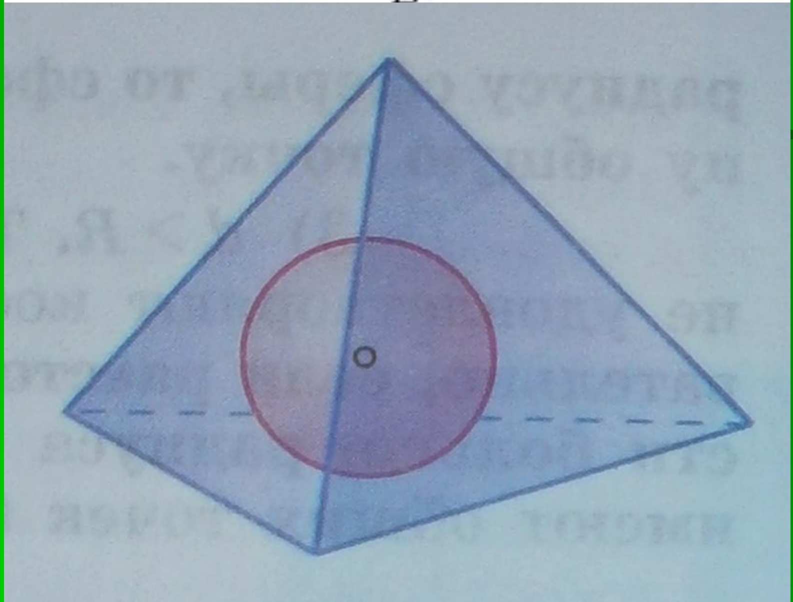
$$\Delta SKF:\ \Delta SOA$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{R_ш}{L}=\frac{L/2}{H}=\frac{KF}{R_c}$$

Шар, вписанный в пирамиду.





Шар называется **вписанным** в произвольную пирамиду, если он касается всех граней пирамиды (как боковых, так и основания).

О – точка равноудалённая от всех граней пирамиды

ОM=ON=OK=rш.

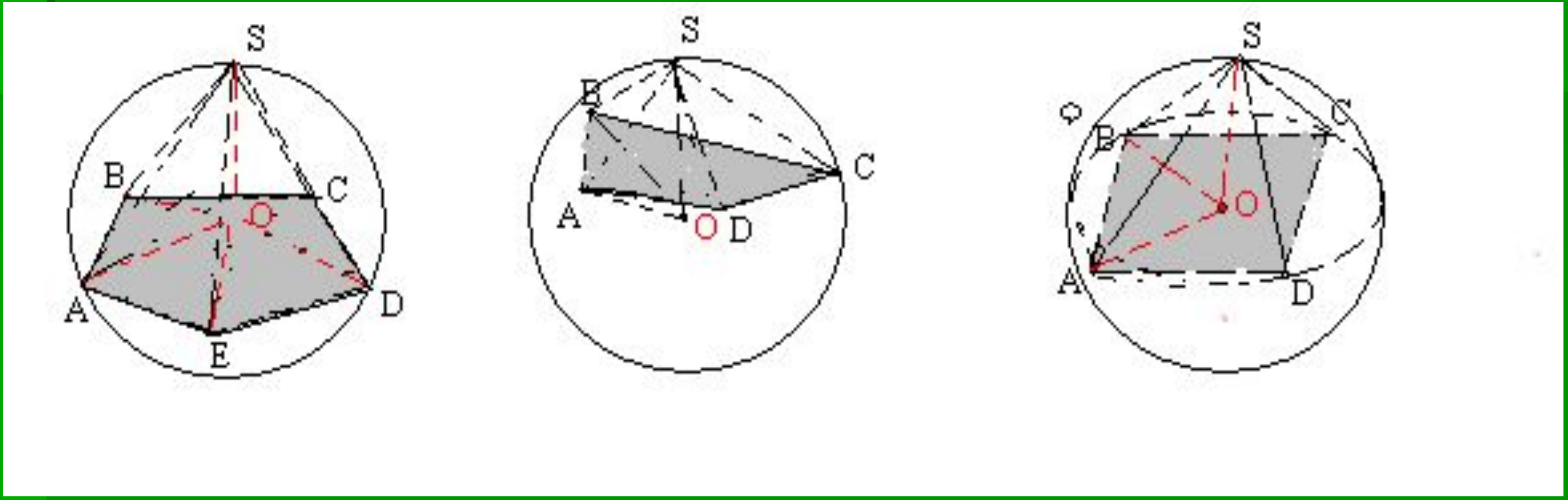
M, N, K – точки касания.

__**Замечание**__. Ортогональной проекцией шара является круг, который __**не**__ является вписанным в многоугольник, являющийся основанием.

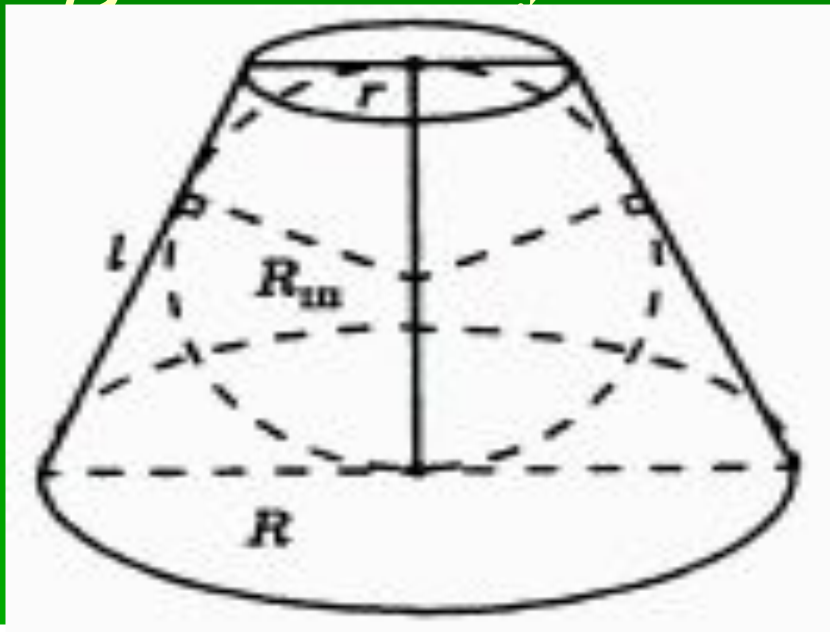
Шар, описанный около пирамиды

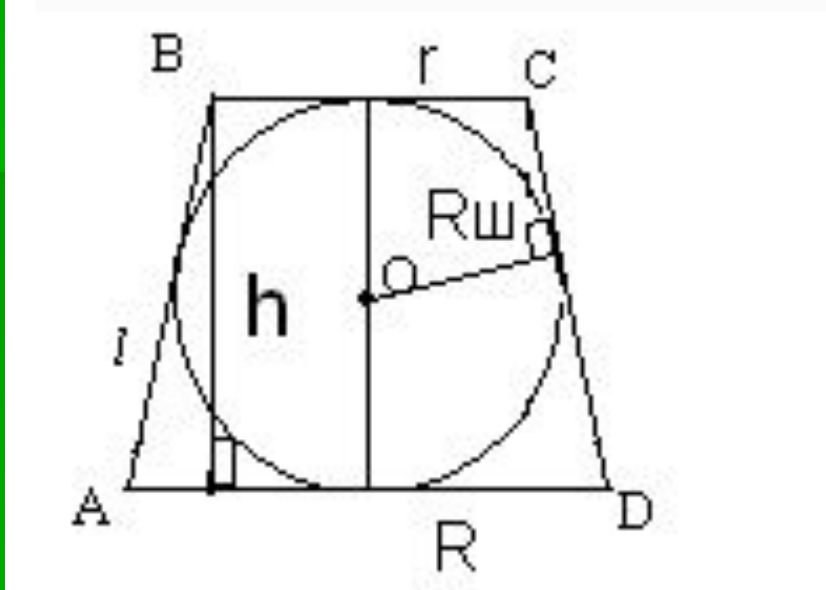
- **<u>Определение:</u>** Шар называется <u>описанным</u> около произвольной пирамиды, если все вершины пирамиды лежат на его поверхности

3 случая взаимного расположения: - центр шара внутри пирамиды
- вне пирамиды ;
- в плоскости её основания



Шар, вписанный в усечённый конус





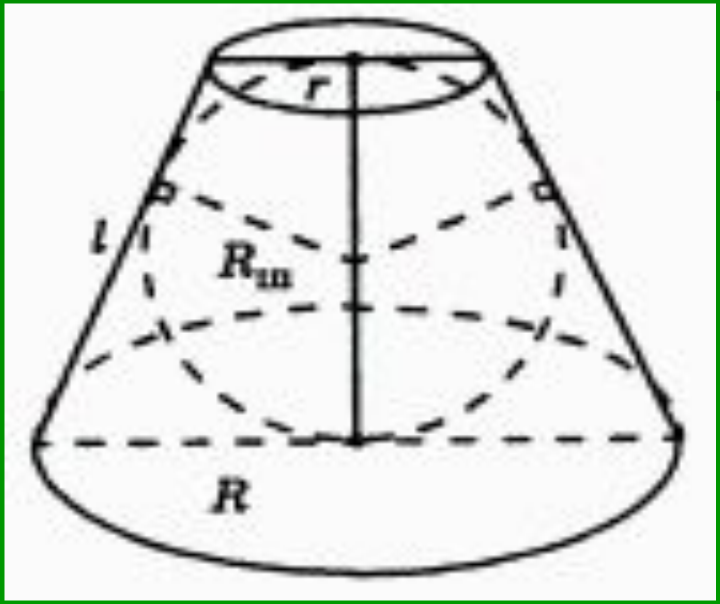
а) ***Шар* называется *вписанным в усечённый конус***, если он касается оснований конуса в их центрах и конической поверхности.

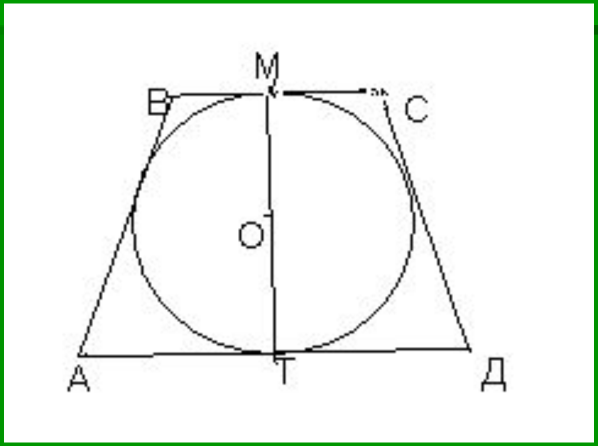
б) Осевым сечением данной комбинации тел является окружность, вписанная в равнобедренную трапецию, радиус которой равен радиусу вписанного шара.

в) Для того, чтобы в усечённый конус можно было вписать шар, необходимо и достаточно, чтобы сумма его диаметров равнялась удвоенной длине образующей.

$d + D = 2\ell$ или $r + R = \ell$, ℓ-образующая конуса, r, R- радиусы оснований конуса. $H = 2R_ш$

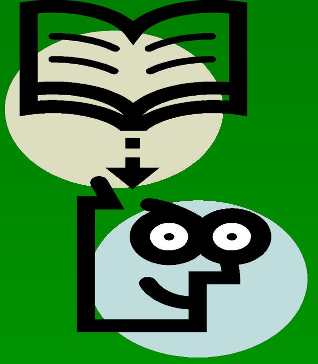
ПРОВЕРЬ СЕБЯ:

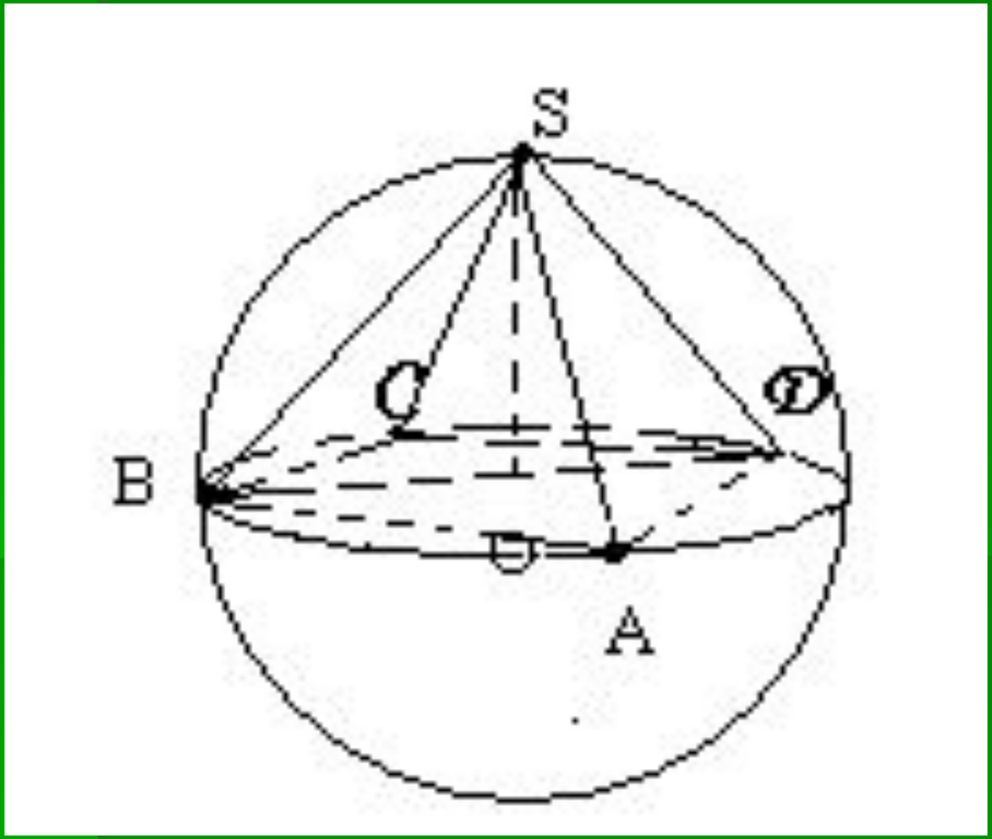




1.В усечённый конус вписан шар. Радиусы оснований конуса 3см и 5см. Образующая конуса наклонена к основанию под углом 30˚. Найти радиус шара.

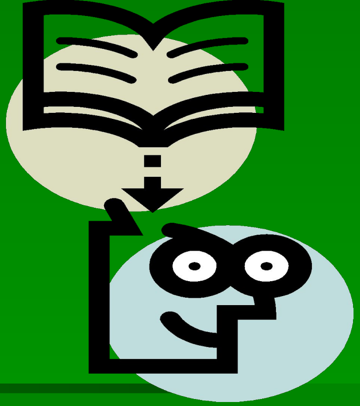
ПРОВЕРЬ СЕБЯ:

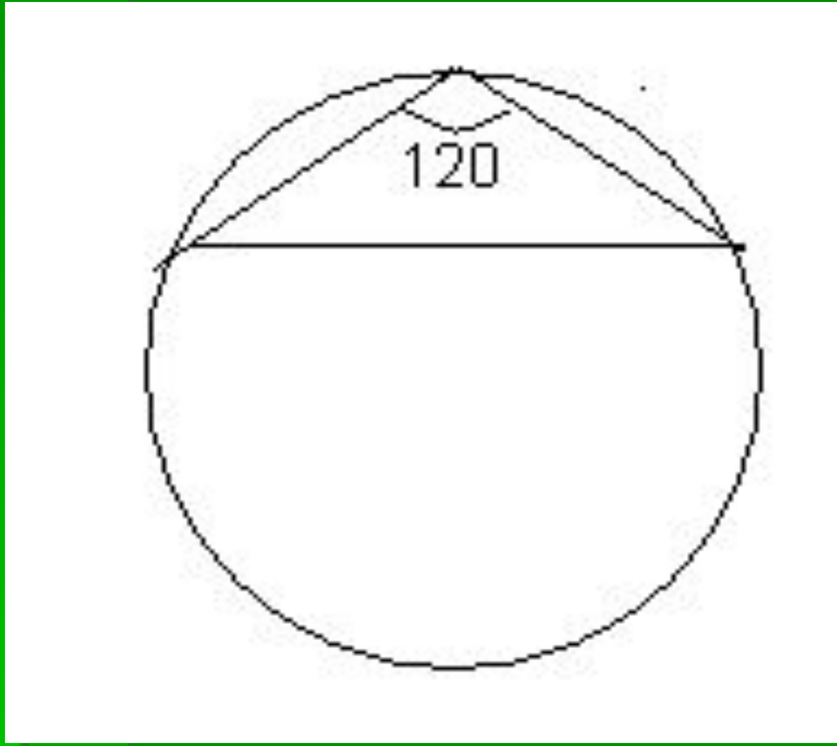




2. В шар вписана правильная четырёхугольная пирамида. Угол между противоположными боковыми рёбрами равен 90˚. Сторона основания 4см. Найти радиус описанного шара и высоту пирамиды.

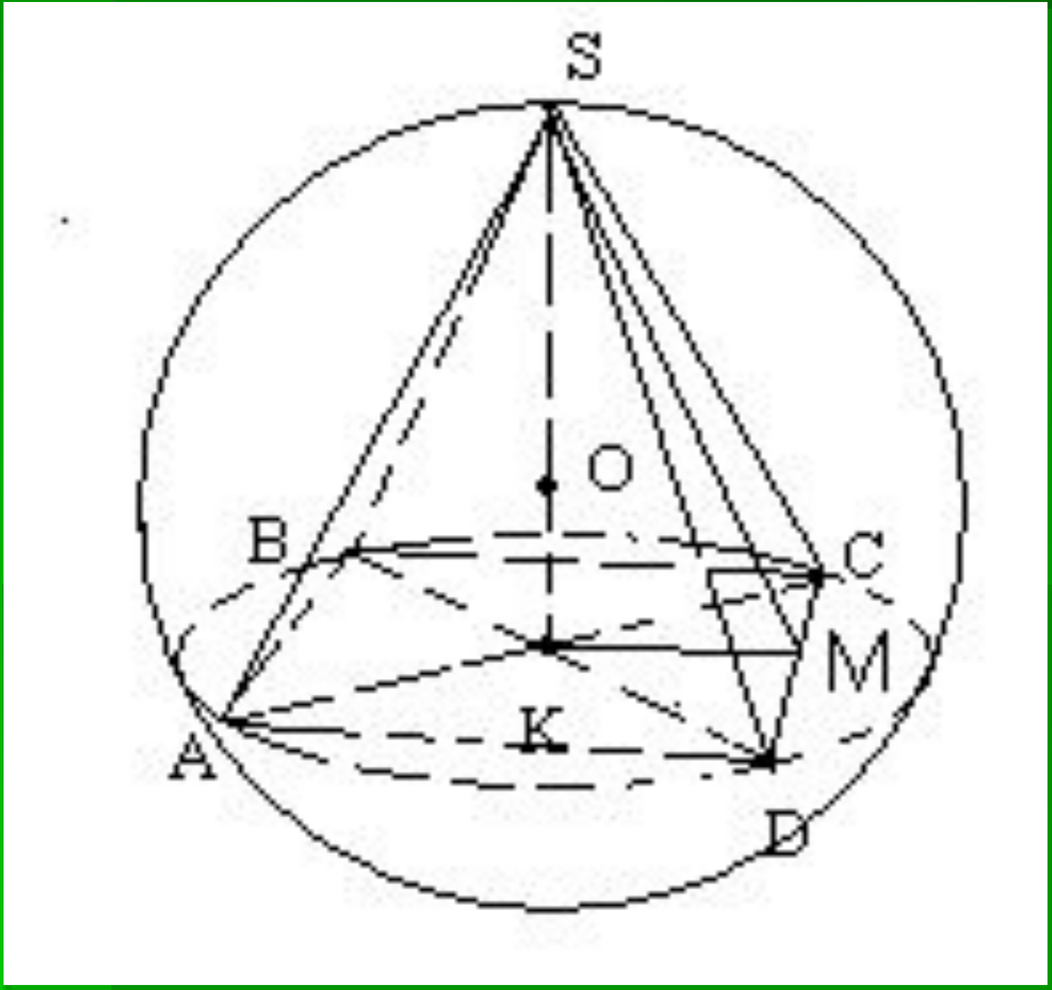
ПРОВЕРЬ СЕБЯ:





3. В шар вписан конус, угол между его образующими равен 120˚. Образующая конуса 6 см. Где лежит центр шара? Чему равен его радиус?

ПРОВЕРЬ СЕБЯ:



4. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды 12 см. Двугранный угол при основании равен 60˚. Найти радиус описанного шара.

ПРОВЕРЬ СВОИ ОТВЕТЫ:

Задача №1 2 см

Задача №2 $4\sqrt{2}$ см

Задача №3 6 см

Задача №4 $5\sqrt{3}$ см