АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ СЛЕДСТВИЯ

Вспомним:

Геометрия – это наука, которая изучает свойства геометрических фигур.

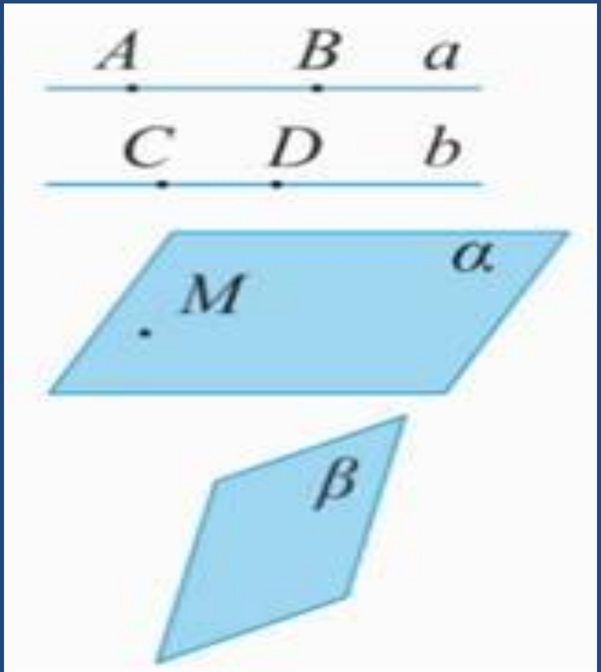
Геометрическая фигура – это любая совокупность точек.

Геометрия подразделяется на *планиметрию* и на *стереометрию*, которую мы начинаем изучать.

Основные фигуры стереометрии, примеры фигур

- *Основными фигурами стереометрии* являются точка, прямая, плоскость.
- Примеры стереометрических фигур: шар, сфера, конус, цилиндр, параллелепипед и т.д.

Обозначение основных фигур стереометрии

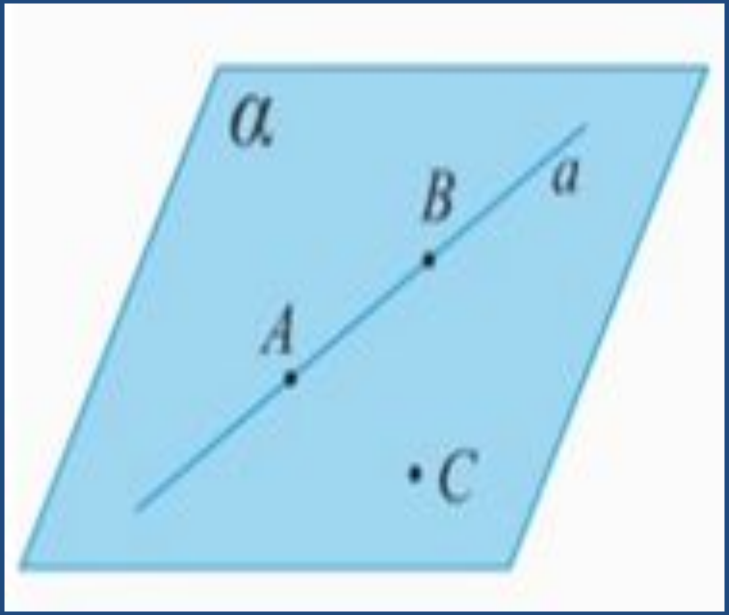


A, B, C, D – точки. Точки обозначаются прописными латинскими буквами.

AB =a , CD = b – прямые. Прямые обозначаются строчными латинскими буквами.

α, β– плоскости. Плоскости обозначаются греческими буквами.

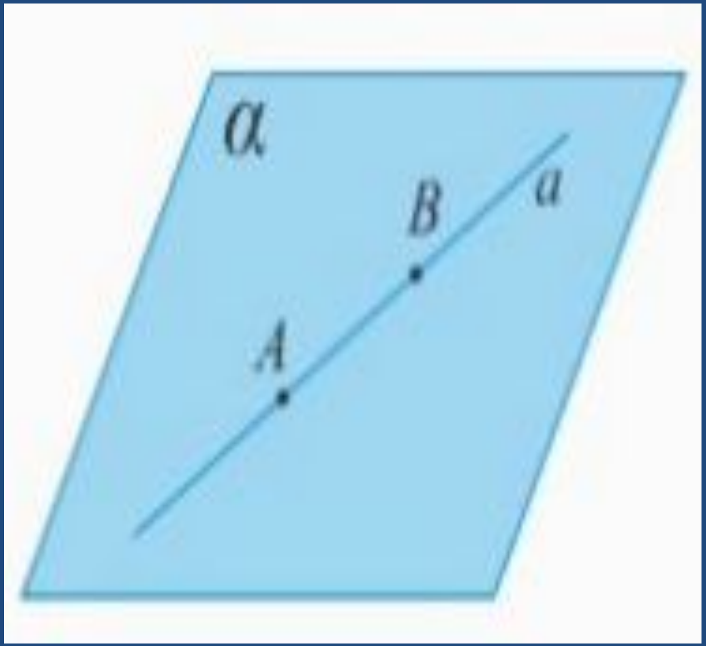
Первая аксиома стереометрии



Аксиома 1 (А1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

Вторая аксиома стереометрии



Аксиома 2 (А2)

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

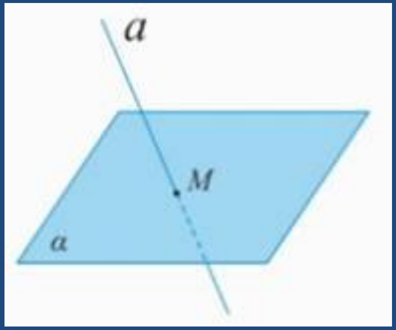
По-иному говорят, что прямая лежит в плоскости или что плоскость проходит через прямую.

- Аксиома утверждает – все точки прямой (прямой *AB*) принадлежат плоскости , т.е. вся прямая лежит в плоскости или плоскость проходит через прямую .
- Смысл заключается в следующем: из того, что только две точки принадлежат плоскости, вытекает, что бесчисленное множество точек прямой лежат в этой плоскости.

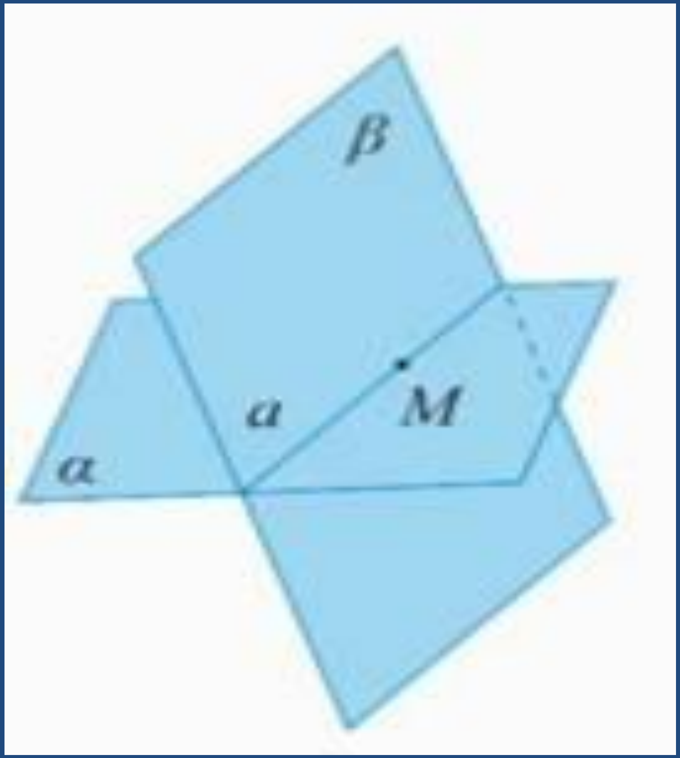
Может ли быть только три общие точки у прямой и плоскости?

Нет, не может быть. Может быть две точки, и тогда вся прямая лежит в плоскости.

- Если у прямой и плоскости одна общая точка *M*, то тогда говорят, что прямая и плоскость пересекаются в точке *M* Этот факт записывается следующим образом: $a \cap \alpha = M$.



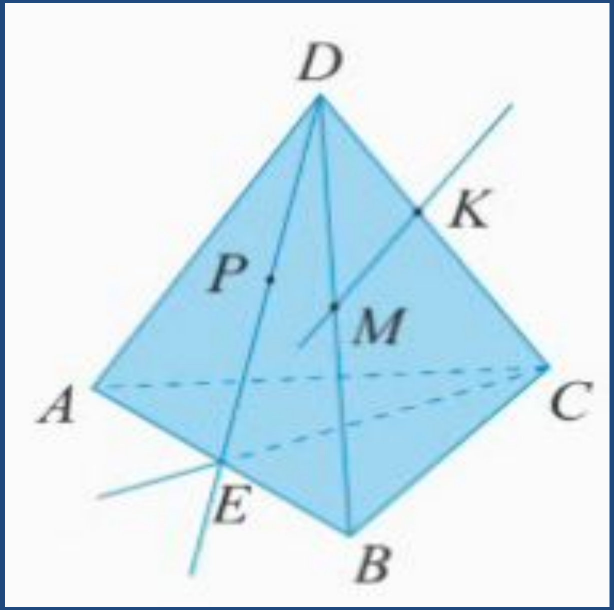
Третья аксиома стереометрии



Аксиома 3 (А3)

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей. Говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

Решение задач



Дан тетраэдр *ABCD* . Даны следующие точки: точка *E* – внутренняя точка ребра *AB*, точка *P* – внутренняя точка отрезка *ED*, точки *M* и *K*, соответственно, на ребрах *BD* и *DC*.

а) В какой плоскости лежит прямая PE?

б) В какой плоскости лежит прямая MK?

в) В каких плоскостях лежит прямая BD?

г) В каких гранях лежит прямая AB ?

д) В каких гранях лежит прямая EC?

- а) Ответ: *PE є ABD*. Прямая *PE* лежит в плоскости *ABD*, так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка *E* лежит в плоскости *ABD* и точка *P* лежит в этой же плоскости. Значит, по второй аксиоме все точки прямой *PE* лежат в плоскости *ABD*.

- б) Ответ: *MK є DBC* . Прямая *MK* лежит в плоскости *DBC*, так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка *M* лежит в плоскости DBC и точка *P* лежит в плоскости *DBC*. По второй аксиоме все точки прямой *MK* лежат в плоскости *DBC*.

- в) Ответ: BD є BDA. Прямая *BD* лежит в плоскости *BDA* и в плоскости *BDC*. Значит, прямая *BD* одновременно лежит в двух плоскостях. Прямая *BD* есть линия пересечения двух плоскостей. Говорят, что грани *ABD, BDC* пересекаются по прямой *BD*.

- г) Ответ: Прямая *AB* лежит в грани *ABC* и в грани *ABD*. Значит, прямая AB есть линия пересечения двух этих граней.

- д) Ответ: Прямая EC лежит в плоскости ABC и в плоскости ECD, так как точки E и C лежат одновременно в плоскости ABC и в плоскости ECD. Значит, прямая EC есть линия пересечения этих плоскостей.

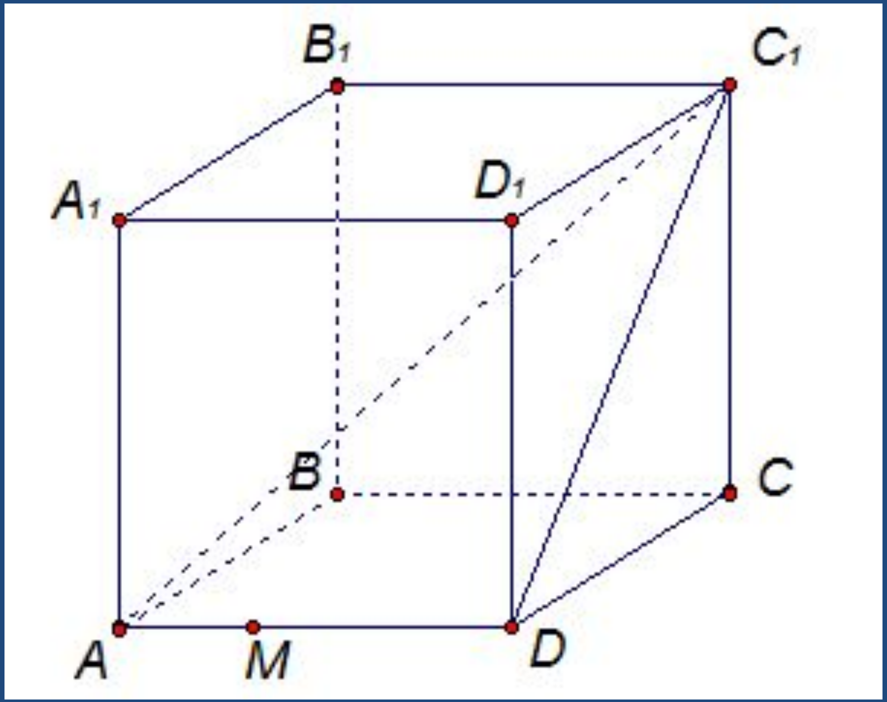
Задача 2.

- а) Найдите точку пересечения прямой *DK* с плоскостью *ABC*.
- б) Найдите точку пересечения прямой *CE* с плоскостью *ADB*.

Задача 3.

- а) Найдите точки, лежащие одновременно в плоскостях *ADB* и *DBC*.
- б) Найдите прямые, по которым пересекаются плоскость *ADB* и *DBC*.
- в) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости *ADB* и *CDA*.
- г) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости *PDC* и *ABC*.

Задача 4.



Дан куб ABCDA1B1C1D1.

1. В каких плоскостях лежат прямые:

а) *AB*

б) AC_1

в) *DC*

2. Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости

а) *ABC* и ABB_1

б) DCC_1 и BB_1C.