

# Нестандартные приемы решения квадратных уравнений

Алгебра 8 класс

Урок - практикум

# Тема 1.

## Как решали квадратное уравнение в древности?

*Впервые квадратное уравнение смогли решить древние египтяне. В одном из папирусов была найдена такая задача.*

# Задача

**«Найти стороны поля, имеющего форму прямоугольника, если его площадь 12, а  $\frac{3}{4}$  длины равны ширине».**

## **Решение:**

Пусть длина поля равна  $x$ , тогда его ширина –  $\frac{3}{4}x$ , а площадь -  $\frac{3}{4}x^2$ . Получаем квадратное уравнение:  $\frac{3}{4}x^2 = 12$ . В папирусе описано правило его решения. Надо разделить 12 на  $\frac{3}{4}$ . Получим, что  $x^2 = 16$ . «Длина поля равна 4», - говорится в папирусе.

## Тема 2

# Введение новой переменной

Решите уравнение

$$(5x+3)^2 = 3(5x+3) - 2$$

Решение: Пусть  $5x+3=t$ . Произведем замену переменной:  $t^2 = 3t - 2$ .

Решаем уравнение  $t^2 - 3t + 2 = 0$

Получим  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = 2$ .

Обратная замена: если  $t = 1$ ,  $5x + 3 = 1$ ,  
 $x = -0,4$ ;

Если  $t = 2$ , то  $5x + 3 = 2$ ,  $x = -0,2$

Ответ:  $-0,4$ ;  $-0,2$ .

## Тема 3

# Метод разложения на множители

# Решите уравнение

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

Решение: Воспользуемся способом группировки, для чего представим  $2x$  в виде разности  $3x$  и  $x$ .

$$3x^2 + 3x - x - 1 = 0$$

$$3x(x+1) - (x+1) = 0$$

$$(x+1)(3x-1) = 0$$

$$x+1=0 \text{ или } 3x-1=0$$

$$x=-1$$

$$x=1/3$$

Ответ:  $-1; 1/3$ .

# Тема 4

Квадратные уравнения,  
коэффициенты которых  
обладают некоторыми  
свойствами.

$$ax^2+bx+c=0, \text{ где } a \neq 0$$

Если  $a+b+c=0$ , то  $x_1=1$ ,  
 $x_2=c/a$

Если  $a+c=b$ , то  $x_1=-1$ ,  $x_2=-c/a$

Решите уравнения:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$x$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$a=1, b=4, c=-5$$

$$a+b+c=0$$

$$x_1=1, x_2=-5$$
$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$+2x - 1 = 0$$

$$a=2, b=-5, c=3$$

$$a+b+c=0$$

$$a=1, b=6, c=5$$

$$a+c=b$$

$$3x^2 - 1 = 0; x_1=-1; x_2=-5$$

$$a=3, b=2, c=-1$$

$$a+c=b$$

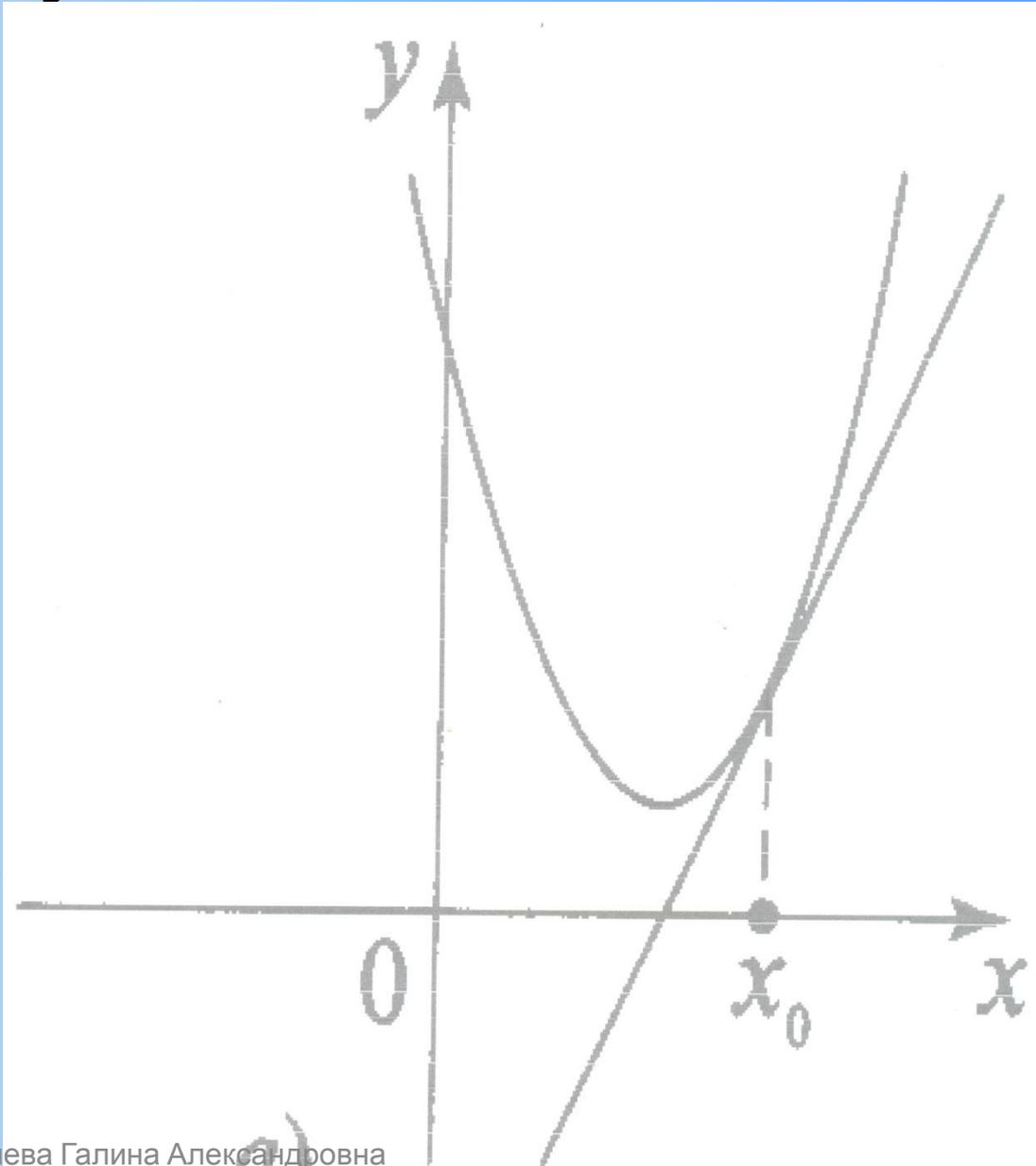
# Тема 5

## Графический способ квадратных уравнений

*Графический способ решения уравнения состоит в построении на одной координатной плоскости графиков двух функций и нахождении абсцисс их точек пересечения (если такие точки есть). В случае квадратного уравнения строятся графики квадратичной и линейной функций - парабола и прямая.*

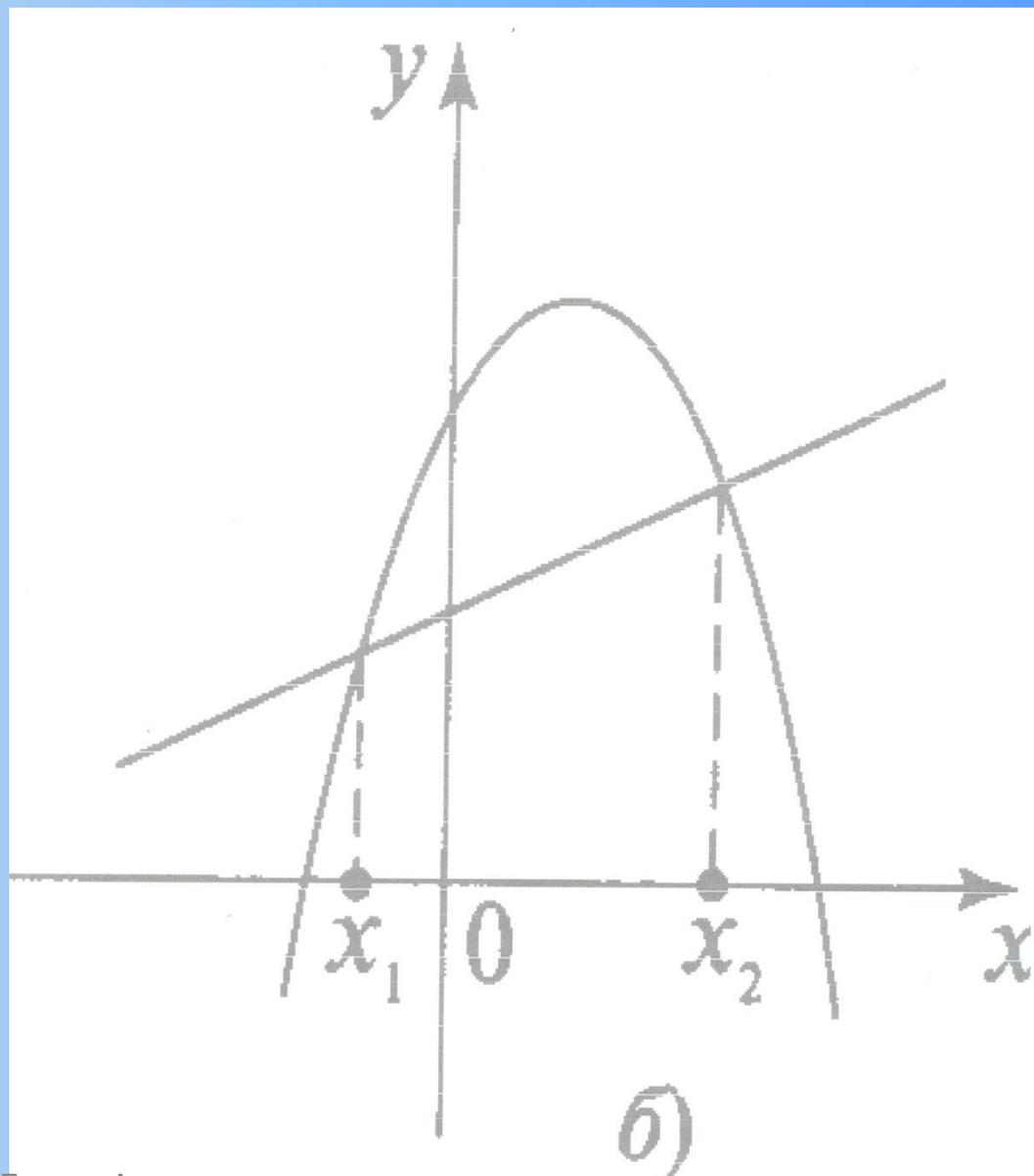
# Возможны случаи:

- 1) прямая и парабола касаются (имеют единственную общую точку), абсцисса точки касания - корень уравнения.



# Возможны случаи:

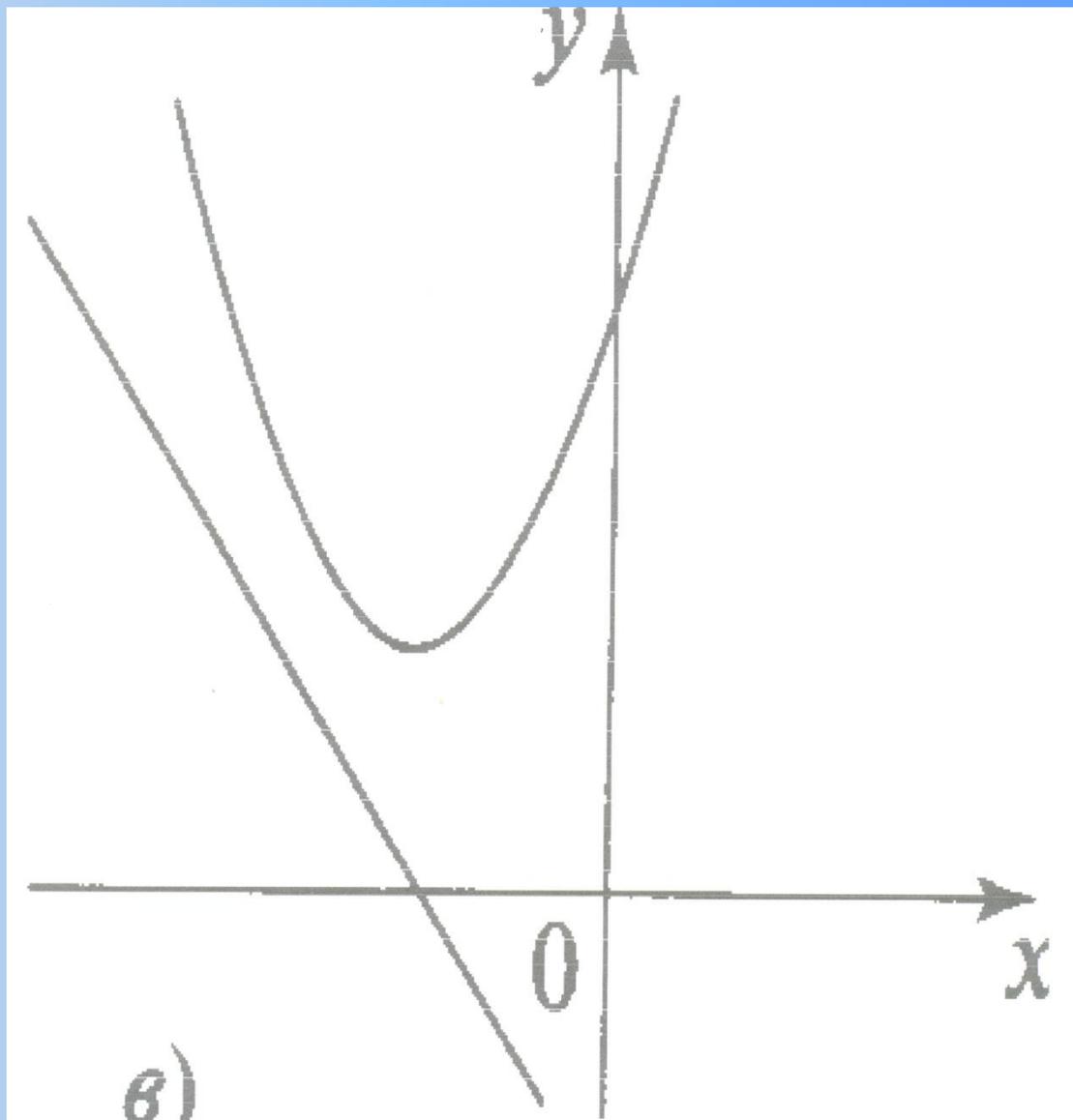
- 2) прямая и парабола пересекаются в двух точках, абсциссы этих точек являются корнями уравнения.



# Возможны

случаи:

- 3) прямая и парабола не имеют общих точек, тогда уравнение не имеет корней.



# Тема 6

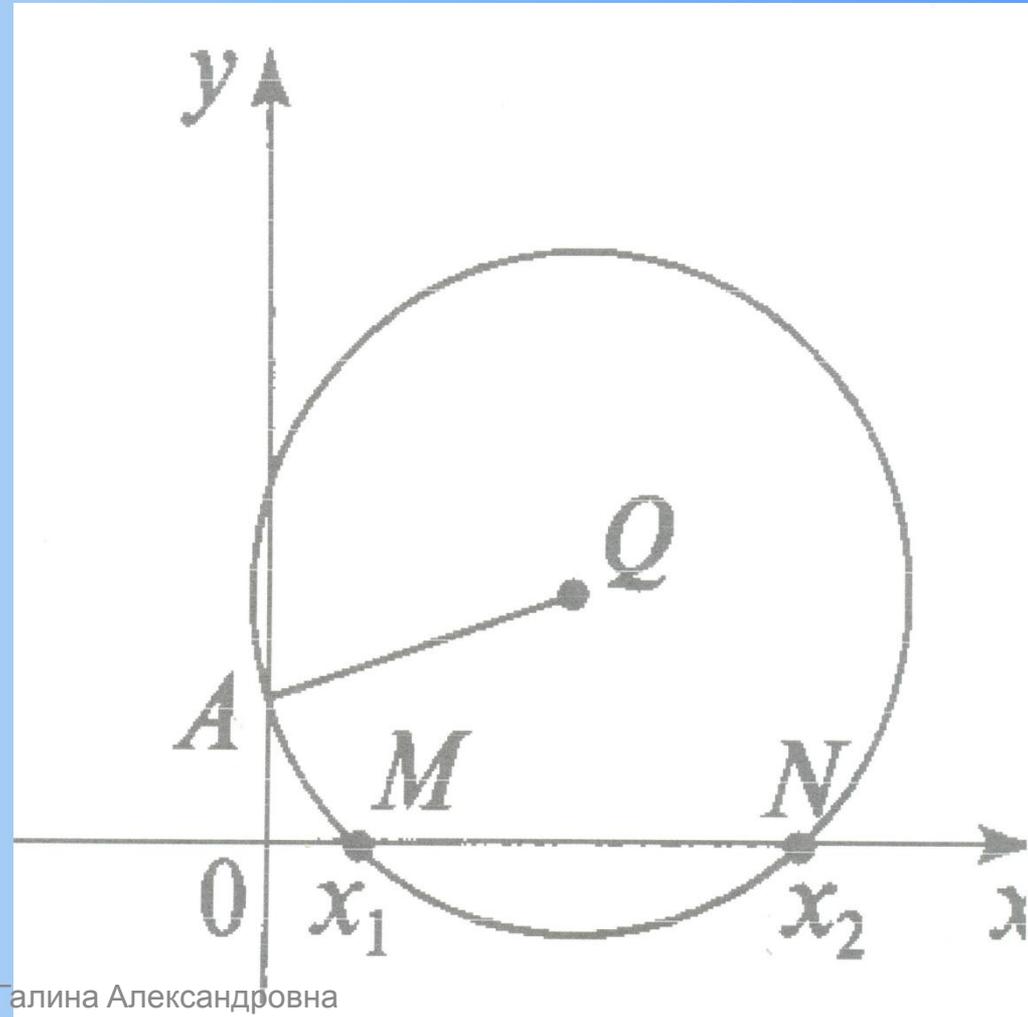
## Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки

- Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) можно рассматривать как абсциссы точек пересечения окружности с центром  $Q(-b/2a; a+c/2a)$ , проходящей через точку  $A(0;1)$  и оси  $OX$ .
- Решение уравнения сводится к построению окружности с центром точки  $Q$  и радиусом  $QA$  и определению абсцисс точек пересечения

# Рассмотрим 3 случая:

## Первый:

если  $QA > a + c/2a$ , то  
окружность  
пересекает ось  $Ox$   
в двух точках: два  
решения:  $x_1; x_2$ .

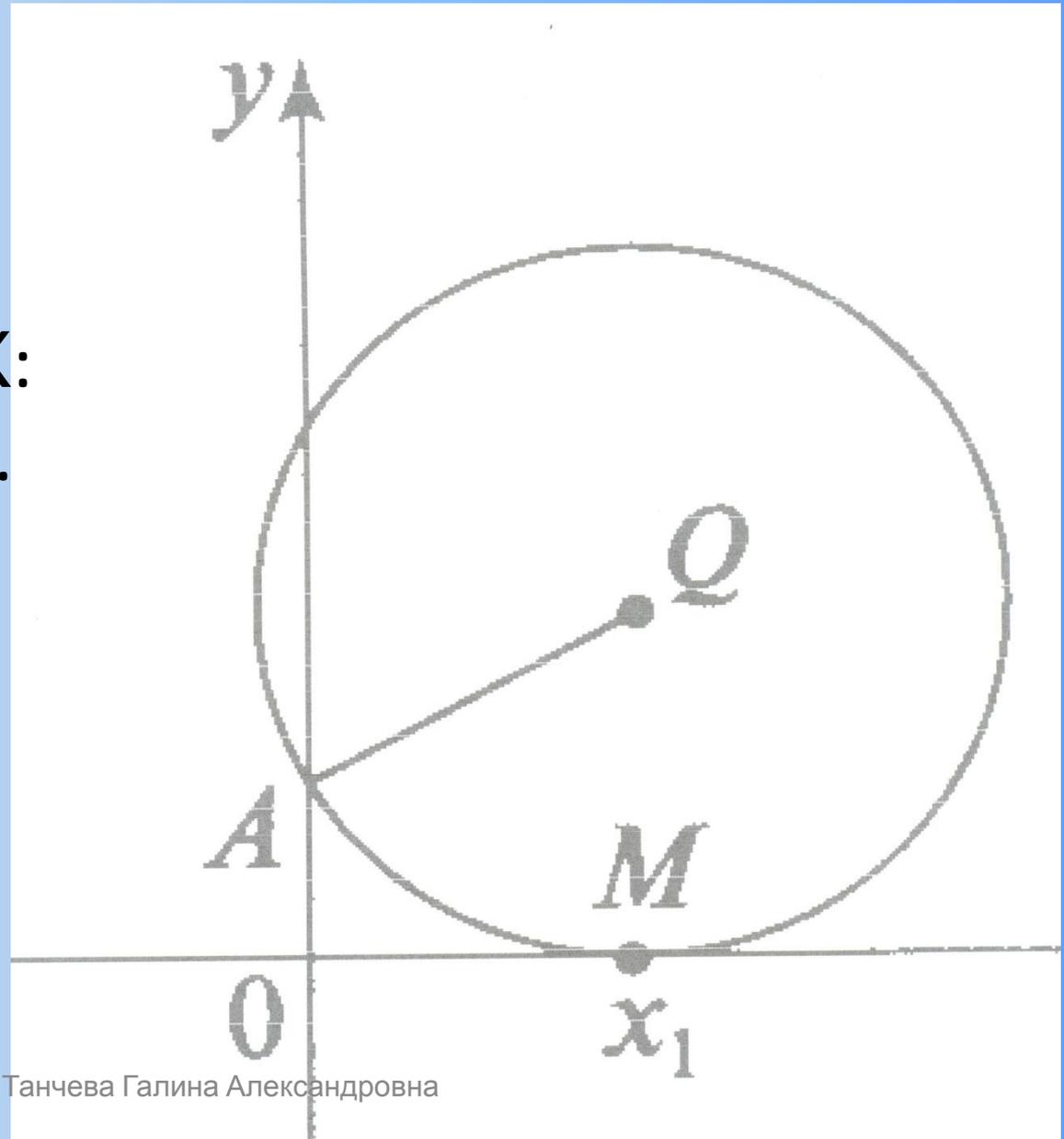


# Рассмотрим 3 случая:

Второй:

если  $QA = a + c/2a$ ,

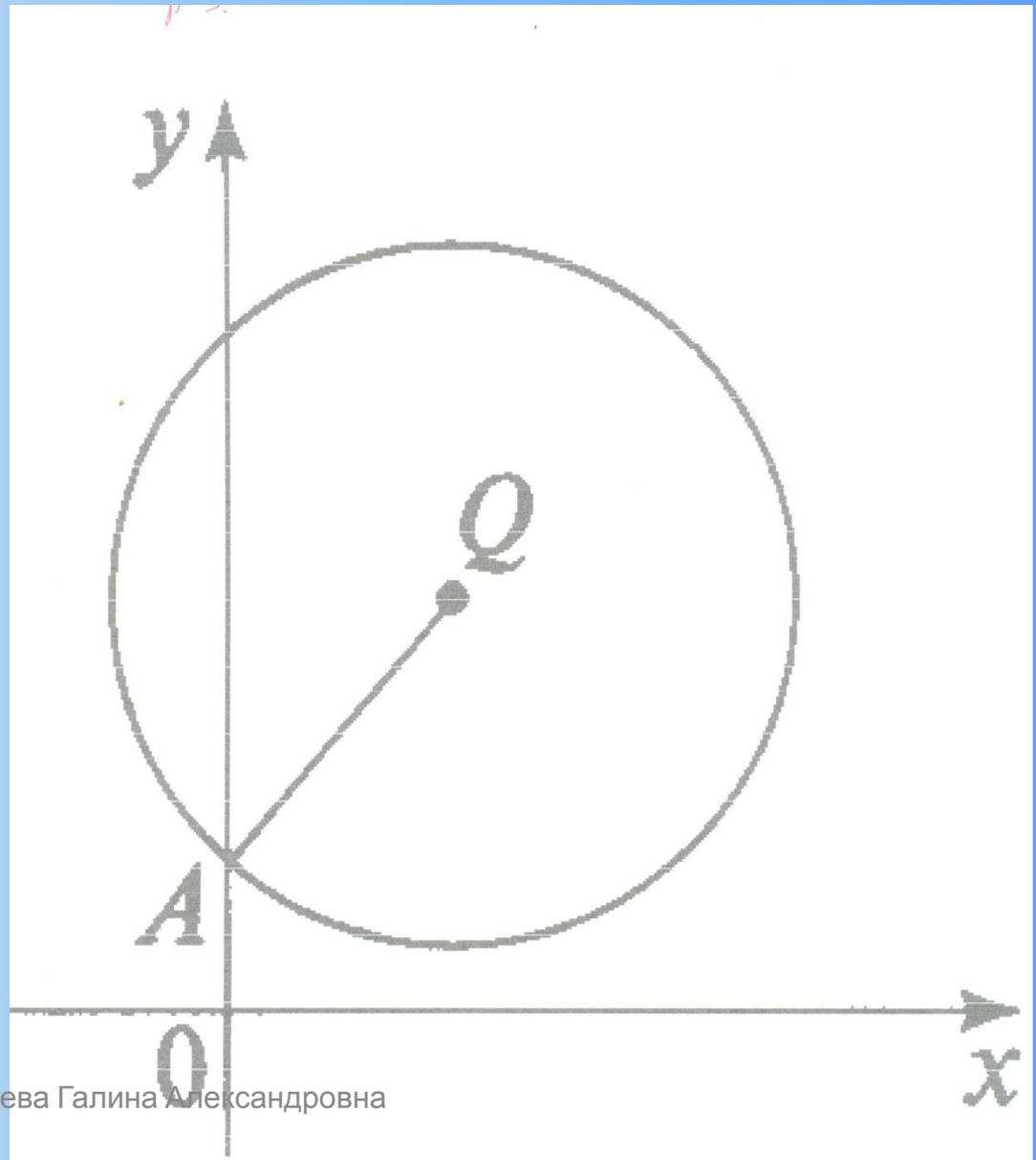
то окружность  
касается оси  $Ox$ :  
одно решение  $x$ .



# Рассмотрим 3 случая:

Третий:

если  $QA < a + c/2a$ , то  
окружность не  
имеет общих  
точек с осью  $Ox$ :  
уравнение не  
имеет корней.



# Самостоятельная работа

## 1 вариант

$$3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 6 = 0$$

$$-5x^2 - 9x + 14 = 0$$

## 2 вариант

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$3x^2 + 8x + 5 = 0$$

# Проверим себя

## 1 вариант

1;5/3.

-1;-0,5.

Нет решения

1;2,8.

## 2 вариант

1;3.

-1;-3.

0;2.

-1;-5/3.

# Домашнее задание:

***Решите с помощью квадратного уравнения древнеиндийскую задачу:***

Обезьянок резвых стая  
Всласть поевши, развлекаясь.  
Их в квадрате часть восьмая  
На поляне забавлялась.  
А двенадцать по лианам  
Стали прыгать, повисая.  
Сколько было обезьянок,  
Ты скажи мне в этой стае.

Автор: Танчева Галина Александровна,  
учитель математики МОУ «Благоевская  
СОШ»

2013г.