

5

Системы счисления

9

0

2

4



8

7

5

1

3

План урока



1. Вступление
2. Какие бывают системы счисления
3. Непозиционные системы счисления
 - Единичная система счисления
 - Древнеегипетская система счисления
 - Римская система счисления
 - Греческая система счисления
 - Алфавитные системы счисления
4. Недостатки непозиционных систем счисления
5. Достоинства позиционных систем счисления
6. Какие бывают позиционные системы счисления
7. Развернутая форма записи числа
8. Свернутая форма записи числа

История возникновения и развития систем счисления

Считать человек научился давно. Также давно возникла необходимость записывать результаты счета. Для этого был разработан специальный алфавит, который постоянно совершенствовался по мере развития человеческого общества.

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, которые называют цифрами.



Определения



Цифры

– это символы, участвующие в записи числа и составляющие некоторый алфавит.

Число

– это некоторая величина.

Система счисления

– это способ записи чисел с помощью определенного набора символов (алфавита).



Системы счисления



Непозиционные

- системы счисления, у которых количественный эквивалент цифры **не зависит** от её местоположения в записи числа.

$$XXX = 10 + 10 + 10$$

Позиционные

- системы счисления, у которых количественный эквивалент цифры **зависит** от её местоположения в записи числа.

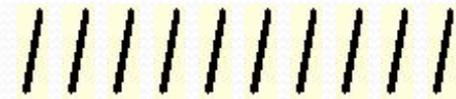
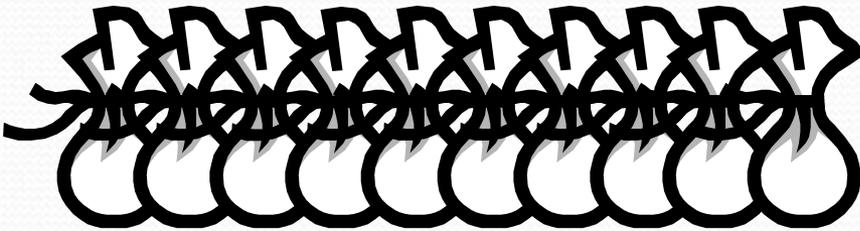
$$888 = 800 + 80 + 8$$

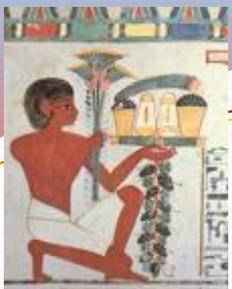




Непозиционные системы счисления

I. Единичная система счисления





Непозиционные системы счисления

II. Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления

| единицы

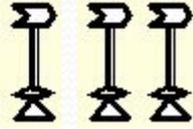
∫ СОТНИ

∩ десятки

⌋ ТЫСЯЧИ

||||||| = ∩

Какое число записано?

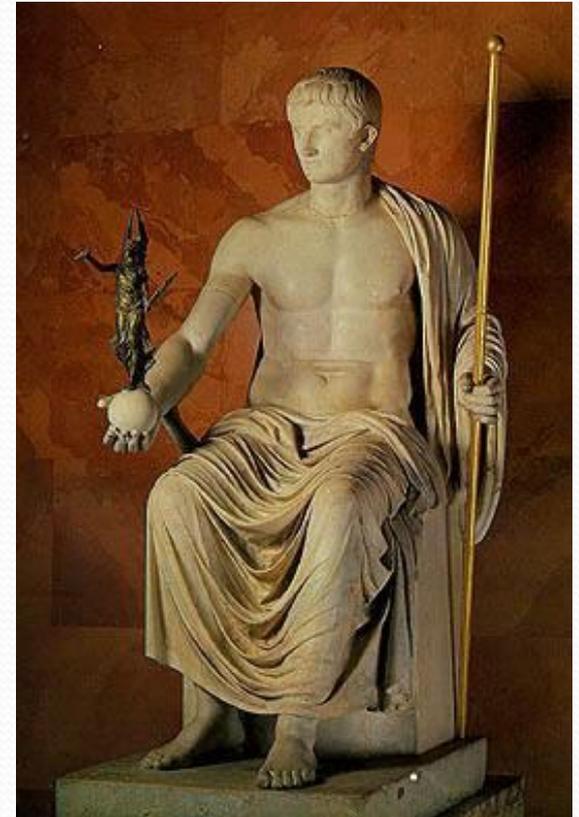
				
}				
3000 +	400 +	20 +	5 =	3425



III Римская система (Латинская) счисления

С данной нумерацией мы достаточно часто сталкиваемся в повседневной жизни. Это номера глав в книгах, указание века, числа на циферблате часов и т.д.

I	- 1	C	- 100
V	- 5	D	- 500
X	- 10	M	- 1000
L	- 50		



Непозиционные системы счисления

Римская система счисления

I – 1, **V** – 5, **X** – 10, **L** – 50,

C – 100, **D** – 500, **M** – 1000

Правила составления чисел в римской системе счисления:

Величина числа определяется как **сумма** или **разность** цифр в числе.

Если меньшая цифра стоит **слева** от большей, то она **вычитается**.

$IV = V - I$ $IX = X - I$ $XL = L - X$ $XC = C - X$

Если меньшая цифра стоит **справа** от большей, то она **прибавляется**.

$VI = V + I$ $XI = X + I$ $LX = L + X$ $CX = C + X$

Примечание: Левая цифра может быть меньше правой максимум на один порядок:

Перед **L** и **C** из младших может стоять только **X**,
перед **D** и **M** – только **C**, перед **V** – только **I**.

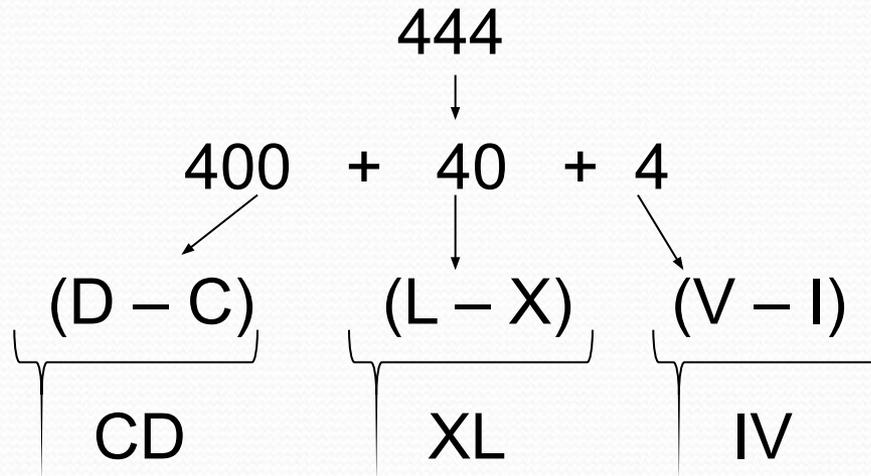


Непозиционные системы счисления

Римская система счисления

I – 1, **V** – 5, **X** – 10, **L** – 50,

C – 100, **D** – 500, **M** – 1000



Непозиционные системы счисления



Римская система счисления

I – 1, **V** – 5, **X** – 10, **L** – 50,

C – 100, **D** – 500, **M** – 1000

Какие числа записаны с помощью римских цифр?

MMIV = 2004 LXV = 65 CMLXIV = 964

Выполните действия:

MMMMD + LX = 3560



Непозиционные системы счисления

IV. Греческая система счисления

Ι - 1

Γ - 5

Δ - 10

Η - 100

Χ - 1000

Μ - 10 000

Ι, ΙΙ, ΙΙΙ, ΙΙΙΙ - 1, 2, 3, 4

Какое число записано?

Δ Δ Δ Ι Ι Ι Ι

$$10+10+10 + 4 = 34$$



Непозиционные системы счисления

V. Алфавитные системы

1	а	Аз	10	і	И	100	р
2	в	Веди	20	к	Како	200	с
3	г	Глаголь	30	л	Люди	300	т
4	д	Добро	40	м	Мыслете	400	у
5	є	Есть	50	н	Наш	500	ф
6	ѕ	Зело	60	ξ	Кси	600	х
7	z	Земля	70	о	Он	700	ψ
8	н	Иже	80	п	Покой	800	ω
9	θ	Фита	90	ц	Червь	900	ц

 - титло

Какое число записано в славянской системе счисления?


КГ = 23


УМД = 444





ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

V. Алфавитные системы

1	а	Аз	10	і	И	100	р
2	в	Веди	20	к	Како	200	с
3	г	Глаголь	30	л	Люди	300	т
4	д	Добро	40	м	Мыслете	400	у
5	е	Есть	50	н	Наш	500	ф
6	ѕ	Зело	60	ξ	Кси	600	х
7	z	Земля	70	о	Он	700	ψ
8	н	Иже	80	п	Покой	800	ω
9	θ	Фита	90	ц	Червь	900	ц

1000 = $\overline{\text{А}}$ 2000 = $\overline{\text{В}}$ 3000 = $\overline{\text{Г}}$
20 000 = $\text{Ⓟ}\overline{\text{В}}$ 30 000 = $\text{Ⓟ}\overline{\text{Г}}$ 40 000 = $\text{Ⓟ}\overline{\text{Д}}$



Непозиционные системы счисления

Каковы недостатки непозиционных систем счисления?

1. В записи больших чисел участвует большое количество цифр.
2. Неудобно выполнять арифметические действия.
3. Невозможно представлять отрицательные и дробные числа.

Позиционные системы счисления

Основные достоинства позиционной системы счисления:

1. Простота выполнения арифметических операций.
2. Ограниченное количество символов, необходимых для записи числа.

Позиционные системы счисления

Разряд - это позиция цифры в числе

Основание позиционной системы счисления - это количество цифр или других знаков, используемых для записи чисел в данной системе счисления

Название	Основание	Цифры
Двоичная	2	0,1
Восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, B, C, D, E, F



Позиционные системы счисления

В позиционной системе счисления любое вещественное число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$$

- развернутая форма записи числа

Здесь:

A – само число

q – основание системы счисления

a_i – цифры данной системы счисления

n – число разрядов целой части числа

m – число разрядов дробной части числа

Как будет выглядеть в развернутом виде число $A_{10} = 4718,63$?

$$q = 10$$

$$n = 4$$

$$m = 2$$

$$A_{10} = 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$



Позиционные системы счисления

В позиционной системе счисления любое вещественное число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$$

- развернутая форма записи числа

Здесь:

A – само число

q – основание системы счисления

a_i – цифры данной системы счисления

n – число разрядов целой части числа

m – число разрядов дробной части числа

Как будет выглядеть в развернутом виде число $A_8 = 7764,1$?

$$A_8 = 7 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1}$$



Позиционные системы счисления

В позиционной системе счисления любое вещественное число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$$

- развернутая форма записи числа

Здесь:

A – само число

q – основание системы счисления

a_i – цифры данной системы счисления

n – число разрядов целой части числа

m – число разрядов дробной части числа

Как будет выглядеть в развернутом виде число $A_{16} = 3AF$?

$$A_{16} = 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0$$



Позиционные системы счисления

Свернутой формой записи числа называется запись в виде:

$$A = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-m}$$

Запишите в свернутой форме следующее число:

$$A_{10} = 9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

$$A_{10} = \quad ,$$

$$A_{16} = A \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 + 7 \cdot 16^{-1} + 5 \cdot 16^{-2}$$

$$A_{16} = A1,75$$

