

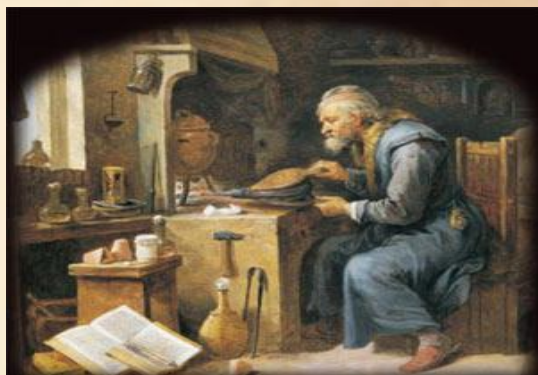
***Задачи на  
смеси,  
растворы и  
сплавы***





**«Расчлените каждую изучаемую  
вами задачу  
на столько частей, на сколько  
сможете и  
на сколько это потребуется вам,  
чтобы их  
было легко решать».  
Р. Декарт.**

Речь о задачах, решение которых связано с понятиями «концентрация» и «процентное содержание». В условиях речь идет о составлении сплавов, растворов или смесей двух или более веществ.



У многих учеников такие задачи вызывают затруднения. Вместе с тем они входят в различные сборники заданий по подготовке к итоговой аттестации по математике за курс основной школы, включаются в варианты ЕГЭ и вступительных экзаменов в вузы.



Цель работы:

- получить расширенную информацию о задачах на смеси и их применении, в расчетах при решении задач в курсе химии;
- научиться решать задачи на смеси, растворы и сплавы;
- составить дидактический материал по данной теме.
- выявить практическое применение задач

Основные понятия  
задачах на смеси,  
растворы и сплавы

- «Смесь»
- «Чистое вещество»
- «Примесь»
- Доли чистого вещества в смеси – « $a$ »
- Чистое вещество – « $m$ »
- Общее количество – « $M$ »

$$a = m : M$$

$$m = a M \quad M = m : a$$

Понятие доли чистого  
вещества в смеси  
можно вводить  
следующей условной  
записью:

*Доля чистого*  
*вещества в смеси*

~~*Количество чистого вещества*~~

*Общее количество см*

Отметим, что  $0 \leq a \leq 1$ ,  
ввиду того, что  $0 \leq m \leq M$ .  
 $M$ .

$a=0$  - отсутствие  
чистого вещества в  
смеси ( $m=0$ ),

$a=1$  - смесь состоит  
только из чистого  
вещества ( $m=M$ ).



# Процентное содержание чистого вещества в смеси

$w$

$$w = a \cdot 100\%,$$

$$a = w : 100\%$$



**При решении задач о смесях, сплавах и растворах используются следующие допущения:**

- ❖ Всегда выполняется «Закон сохранения объема или массы», если два раствора (сплава) соединяют в «новый» раствор (сплав):  
 $V = V_1 + V_2$  – сохраняется объем;  
 $m = m_1 + m_2$  – закон сохранения массы.
- ❖ Данный закон выполняется и для отдельных составляющих частей (компонентов) сплава (раствора).
- ❖ Смешивание различных растворов происходит мгновенно;
- ❖ При соединении растворов и сплавов не учитываются химические взаимодействия их отдельных компонентов.
- ❖ Все полученные смеси, сплавы и растворы считаются однородными;

# Основные этапы решения

- I. **Выбор неизвестной (или неизвестных).**
- II. **Выбор чистого вещества.**
- III. **Переход к долям.**
- IV. **Отслеживание состояния смеси.**
- V. **Составление уравнения.**
- VI. **Решение уравнения (или их системы).**
- VII. **Формирование ответа.**

**В ходе осуществления  
этих этапов  
рекомендую ввести  
следующую таблицу:**

<b>Состояние смеси</b>	<b>Количество чистого вещества (<math>m</math>)</b>	<b>Общее количество смеси (<math>M</math>)</b>	<b>Доля (<math>a</math>)</b>
<b>1</b>			
<b>2</b>			
<b>...</b>			
<b>Итоговое состояние</b>			

# Основными методами решения задач на смешивание растворов являются:

- С помощью расчетной формулы
- Правило смешения
- Графический метод
- Алгебраический метод
- Правило креста  
(Старинный способ решения задач на смеси)  
– арифметический метод

## С помощью расчетной формулы

Масса полученного при смешивании

раствора равна  $m_{p-pa} = m_{1p-pa} + m_{2p-pa}$

Массы растворенных веществ:  $m_{1в-ва} = m_{1p-pa} \cdot \omega_1$ ;  $m_{2в-ва} = m_{2p-pa} \cdot \omega_2$

Масса растворенного вещества в

полученном растворе:  $m_{в-ва} = m_{1в-ва} +$

$m_{2в-ва} = m_{1p-pa} \cdot \omega_1 + m_{2p-pa} \cdot \omega_2$

Массовая доля растворенного вещества:

$$\omega = (m_{1p-pa} \cdot \omega_1 + m_{2p-pa} \cdot \omega_2) / (m_{1p-pa} + m_{2p-pa})$$

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2)$$

При решении задач удобно  
составлять следующую таблицу:

	1-й раствор	2-й раствор	Смесь растворов
Масса растворов			
Массовая доля растворенного вещества			
Масса вещества в растворе			

## Правило смешения

Воспользуемся формулой:

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2),$$

тогда

$$m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2 = \omega \cdot (m_1 + m_2)$$

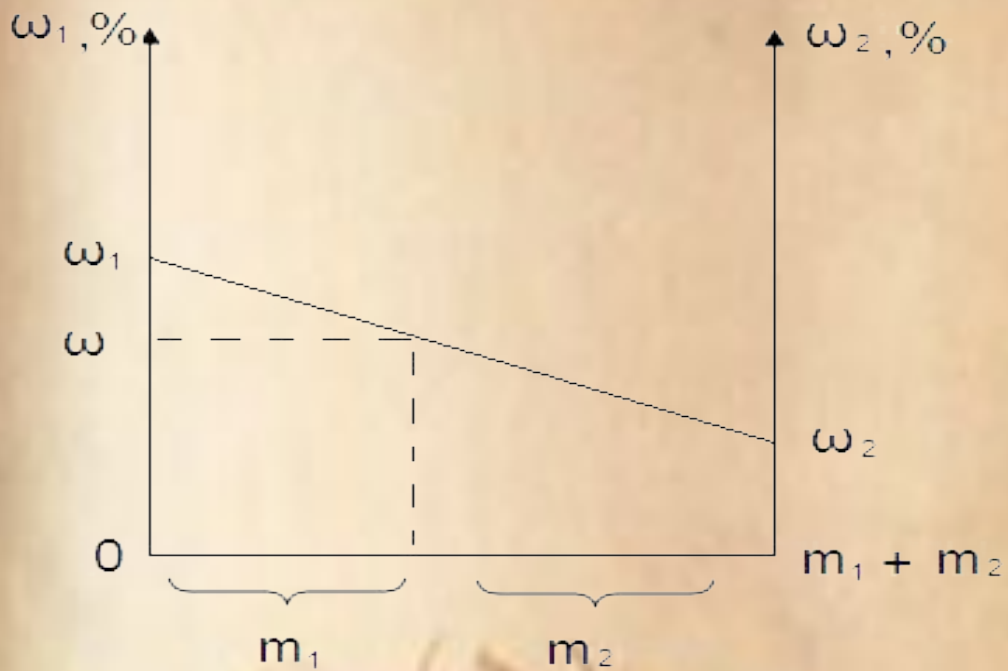
$$m_1 \cdot \omega_1 - m_1 \cdot \omega = m_2 \cdot \omega - m_2 \cdot \omega_2$$

$$m_1 (\omega_1 - \omega) = m_2 (\omega - \omega_2)$$

$$m_1 / m_2 = (\omega - \omega_2) / (\omega_1 - \omega).$$

Таким образом, отношение массы первого раствора к массе второго равно отношению разности массовых долей смеси и второго раствора к разности массовых долей первого раствора и смеси.

# Графический метод



$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2),$$

$$y = k/x$$



## Алгебраический метод

Задачи на смешивание растворов решают также с помощью составления уравнения или системы уравнений.



### Задача. (ЕГЭ)

В 100 г 20% раствора соли добавили 300 г её 10% раствора. Определите процентную концентрацию раствора.

Решение:

С помощью расчетной формулы.

$$m_{1р-ра} = 100 \text{ г}$$

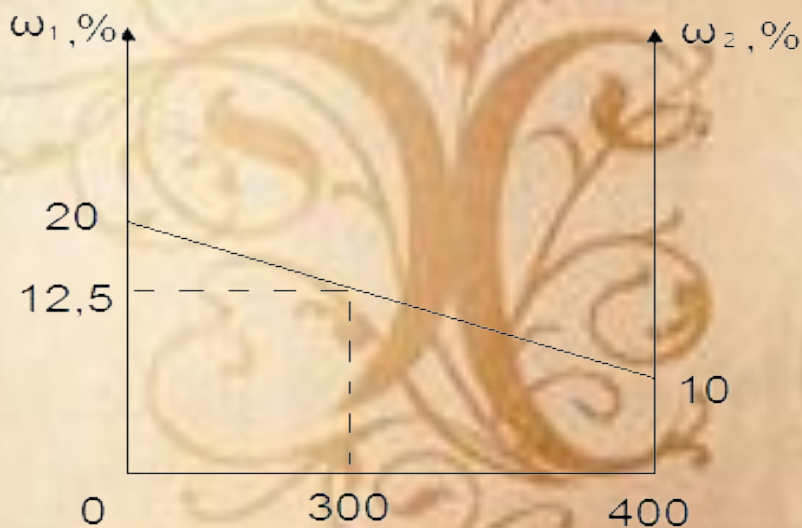
$$m_{2р-ра} = 300 \text{ г}$$

$$\omega_1 = 0,2$$

$$\omega_2 = 0,1$$

$$\omega = (m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2) / (m_1 + m_2)$$
$$\omega = (0,2 \cdot 100 + 0,1 \cdot 300) / (100 + 300) = 0,125$$
$$\omega = 12,5\%$$

Графический.



## Алгебраический.

Пусть  $x$  – процентная концентрация полученного раствора. В первом растворе содержится  $0,2 \cdot 100$ (г) соли, а во втором  $0,1 \cdot 300$ (г), а в полученном растворе  $x \cdot (100+300)$ (г) соли.

Составим и решим уравнение:

$$0,2 \cdot 100 + 0,1 \cdot 300 = x \cdot (100 + 300);$$

$$x = 0,125$$

$$x = 12,5\%$$

**Ответ:** 12,5%



# Старинный способ решения задач на смеси ( правило креста)

## Пример

В каких пропорциях нужно смешать раствор  $a$ -процентной и раствор  $b$ -процентной кислоты, чтобы получить раствор  $c$ -процентной кислоты?

Решение.

Можно считать, что,  $a < b$ , причем,  $a \leq c \leq b$ : если  $c < a$  или  $c > b$ , то  $c$ -процентный раствор, конечно, получить нельзя. Возьмем  $x$  г  $a$ -го раствора и  $y$  г  $b$ -го раствора кислоты.

Составим таблицу:

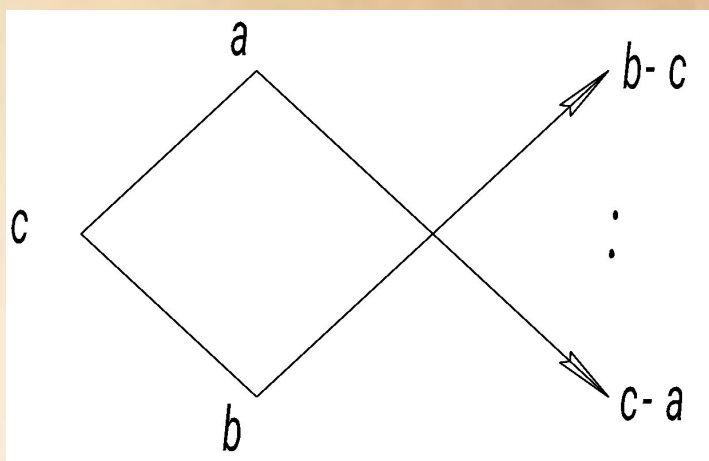
Концентрация раствора, %	Масса раствора, г	Масса кислоты, г
$a$	$x$	$0,01ax$
$b$	$y$	$0,01by$
$c$ (смесь)	$x + y$	$0,01c(x + y)$

Составим и решим уравнение:

$$0,01ax + 0,01by = 0,01c(x + y),$$

$$(b - c)y = (c - a)x,$$

$$x : y = (b - c) : (c - a).$$



В этой схеме слева записана  $c$  - требуемая концентрация кислоты в процентах, затем друг под другом записаны  $a$  и  $b$  - концентрации имеющихся исходных растворов, а «крест-накрест» - записаны их разности ( $b - c$ ) и ( $c - a$ ), соответствующие отношению масс растворов  $a$  и  $b$ .

# Задача.

В каких пропорциях нужно смешать раствор 50-процентной и раствор 70-процентной кислоты, чтобы получить раствор 65-процентной кислоты?

Решим эту задачу старинным способом.

Для решения задачи нарисуем схему:



### Алгебраический способ.

Пусть мы смешиваем  $x$  г. раствора 50-процентной и  $y$  г. раствора 70-процентной кислоты.

Тогда в первом растворе содержится чистой кислоты  $\frac{50}{100}x$  г, а во втором  $\frac{70}{100}y$  г.

В полученной смеси массой  $(x + y)$  г. будет содержаться  $\frac{50x+70y}{100}$  г. чистой

кислоты, что должно составлять 65% от смеси, т.е.  $\frac{65}{100}(x+y)$  г. Таким образом,

получаем уравнение

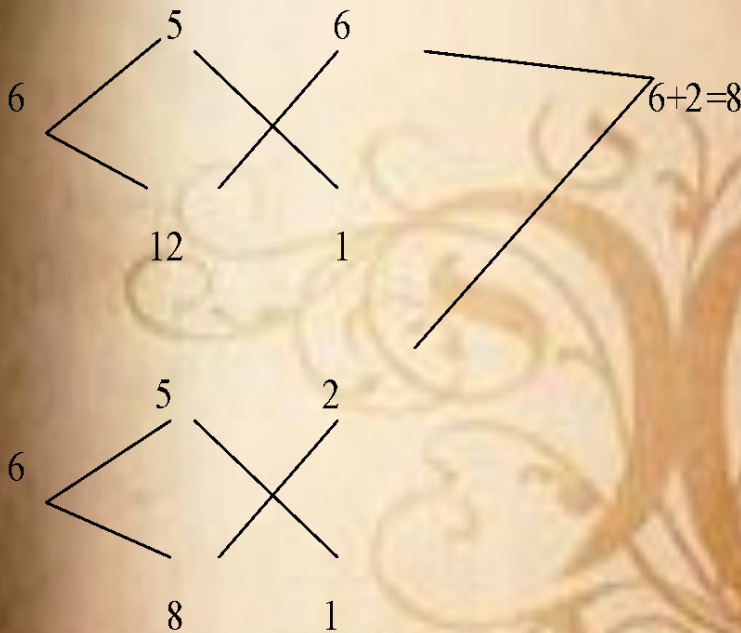
$$\frac{50x+70y}{100} = \frac{65}{100}(x+y),$$

откуда имеем  $5y=15x$  и находим искомое отношение  $x : y = 5 : 15 = 1 : 3$ . Это означает, что смешивать надо 1 часть первого раствора с 3 частями второго.

# Задача

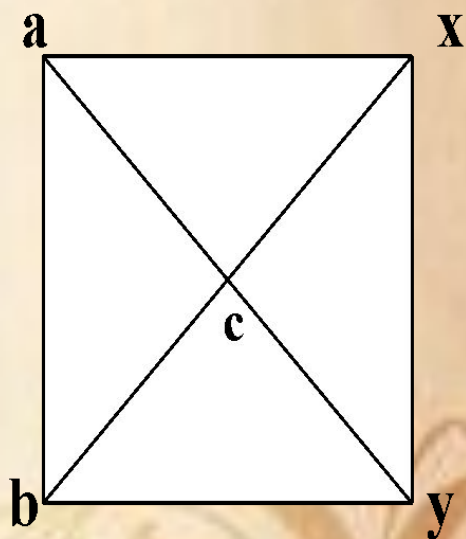
Имеет некто чай 3х сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти три сорта, чтобы получить чай по 6 гривен за фунт?

Вот решение из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого: «А когда случится мешати три товара из них же сделати четвертый по желаемой цене и тогда един перечень малейший дважды в правиле полагается. Яко же здесь видимо есть:





# Квадрат Пирсона (диагональная схема)



### Задача 8.

Имеется два куска олова и свинца, содержащие 60 % и 40 % олова. По сколько граммов от каждого куска надо взять, чтобы получить 600 г сплава, содержащего 45 % олова?

### Решение.

#### Алгебраический способ

Пусть масса куска, взятого от первого сплава  $m_1$  г, тогда масса куска от второго сплава будет  $600 - m_1$ , составим уравнение

$$m_1 0,6 + (600 - m_1)0,4 = 600 \cdot 0,45,$$

$$6 m_1 + 2400 - 4 m_1 = 2700,$$

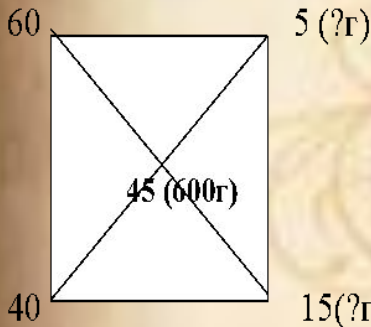
$$20 m_1 = 3000, \quad m_1 = 150,$$

$$600 - m_1 = 450,$$

$$m_2 = 450.$$

Ответ: 150 г; 450 г.

#### С помощью квадрата Пирсона (арифметический)



Значит, всего надо взять  $\frac{5}{20}$  60% сплава и  $\frac{15}{20}$  40% сплава.

1 часть составляет 30 г, значит 5 частей содержат 150 г, а 15 частей – 450 г.

Ответ: 150 г и 450 г

