

**Проект на тему:  
Решение линейный,  
квадратных и  
дробно -  
рациональных  
неравенств.**

---

Выполнил: учитель математики МБОУ СОШ №23  
Шибанова Наталья Николаева

# I. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ

№	Этапы алгоритма	Обоснование
1	Приведение неравенства к стандартному виду.	Можно перейти к следующим этапам алгоритма.
2	Рассмотрение функции.	Есть возможность перейти к геометрической модели неравенства в системе координат.
3	Нули функции. (ОДЗ, если неравенство дробное рациональное)	Делят ось $x$ на промежутки, на которых функция имеет разные знаки.
4	Работа с геометрической моделью.	Используя метод коэффициентов, легко построить схематический график функции. Определить промежуток, удовлетворяющий знаку неравенства. (для линейных и квадратных неравенств)
5	Внести промежуток в ответ.	Этого требует задание.

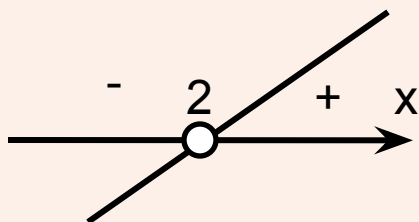
## Линейные неравенства

$kx + b > 0$  ( $<$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ ), где  $k \neq 0$ ,  $b$  – любое число.

Решить неравенство:

$$5x > 10$$

1.  $5x - 10 > 0$
2.  $y = 5x - 10$
3.  $5x - 10 = 0$ , то  $x = 2$
4.  $k = 5$ , то функция возрастает:



5. Ответ:  $(2; +\infty)$ .

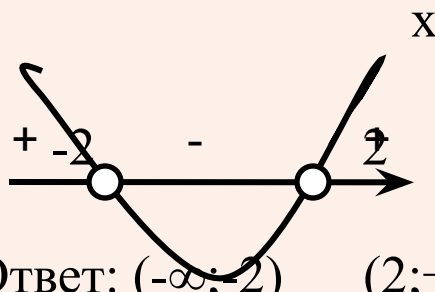
## Квадратные неравенства

$ax^2 + bx + c > 0$  ( $<$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ )  
 $a \neq 0$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

Решить неравенство:

$$x^2 > 4$$

1.  $x^2 - 4 > 0$
2.  $y = x^2 - 4$ .
3.  $x^2 - 4 = 0$ , то  $x = -2$ ;  $x = 2$ .
4.  $a = 1$ , то ветви параболы вверх:



5. Ответ:  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$



## Неравенства вида

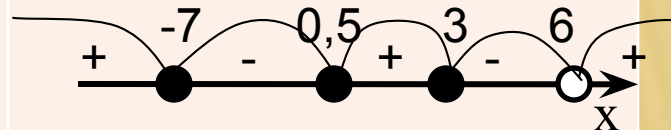
$$\frac{(x-a)(x-b) \dots (x-c)}{(x-d)} \geq 0$$

( $<$ ;  $\leq$ ;  $\geq$ ), где  $a, b, c, d$  – некоторые числа.

Решить неравенство:

$$\frac{(x+7)(x-3)(2-4x)}{(3x-18)} \geq 0$$

1.  $(x+7)(x-3)(4x-2)/(3x-18) \leq 0$
2.  $y = (x+7)(x-3)(4x-2)/(3x-18)$ .
3.  $y = 0$ , то  $x = -7$ ;  $x = 0,5$ ;  $x = 3$ .
4. ОДЗ:  $x \neq 6$ .

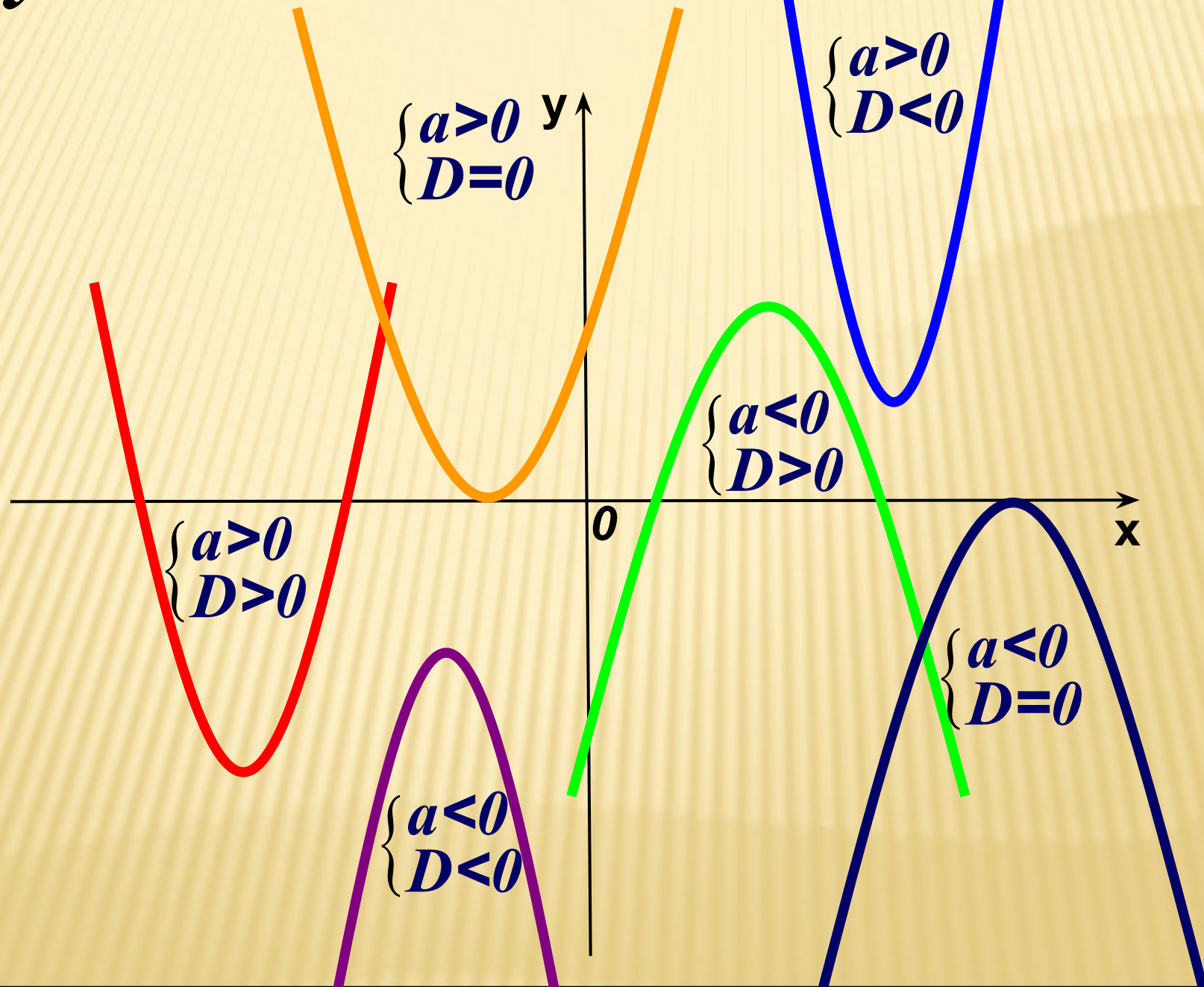


5. Ответ:  
 $[-7; 0,5] \cup [3; 6)$

***Подготовка к решению  
квадратных неравенств.***



$y = ax^2 + bx + c$





*Найдите корни квадратного трехчлена:*

**I вариант.**

а)  $x^2+x-12$

б)  $x^2+6x+9$ .

**II вариант.**

а)  $2x^2-7x+5$ ;

б)  $4x^2-4x+1$ .



**Найдите корни квадратного трехчлена:**

**I вариант.**

а)  $x^2+x-12$ ;  $x_1=-4$ ;  $x_2=3$

б)  $x^2+6x+9$ ;  $x_{1,2}=-3$

**II вариант.**


а)  $2x^2-7x+5$ ;  $x_1=1$ ;  $x_2=2,5$

б)  $4x^2-4x+1$ ;  $x_{1,2}=0,5$

*Решение квадратных  
неравенств.*








**Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**.

$$ax^2+bx+c>0 \quad ax^2+bx+c\geq 0$$

$$ax^2+bx+c<0 \quad ax^2+bx+c\leq 0$$

**Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство.

**Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.



# Квадратные неравенства в окружающем мире



$$h = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$h$  - высота подъема тела над землей;

$v_0$  - начальная скорость;

$g$  - ускорение свободного падения;

$h_0$  - начальная высота


$\alpha$  - угол наклона

$$\frac{v_0^2 \sin^2 60^\circ}{2 \cdot 9,8} > 3$$

$h = 3\text{ м}$ ;

$\alpha = 60^\circ$





## Являются ли следующие неравенства квадратными?

---

$$a) \frac{-2x^2 - 4x + 6}{2} < 0; \quad z) 4y^2 - 5y + 7 > 0;$$

$$б) 4x^2 - 2x \geq 0; \quad д) 5x^2 - 6x + 4 \leq 0;$$

$$в) 2x - 4 > 0; \quad e) 3y - 5y^2 + 7 < 0.$$



## Алгоритм решения

### квадратных неравенств:

1. Приведите неравенство к виду  $ax^2+bx+c>0$  ( $\geq 0$ ),  $ax^2+bx+c<0$  ( $\leq 0$ ).
2. Рассмотрите функцию  $y=ax^2+bx+c$ .
3. Определите направления ветвей.
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них  $y=0$ ;  $x_1$  и  $x_2$  найдите, решая уравнение  $ax^2+bx+c=0$ ).
5. Схематически постройте график функции  $y=ax^2+bx+c$ .
6. Выделите часть параболы для которой  $y>0$  ( $\geq 0$ ) или  $y<0$  ( $\leq 0$ ).
7. На оси абсцисс выделите те значения  $x$ , для которых  $y>0$  ( $\geq 0$ ) или  $y<0$  ( $\leq 0$ ).
8. Запишите ответ.

## Решите неравенство

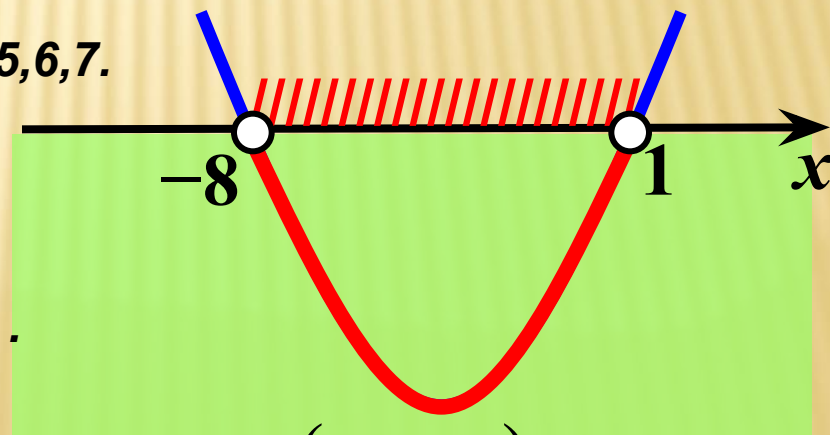
$$x^2+7x-8 < 0.$$

2. Рассмотрим функцию  $y=x^2+7x-8$ .
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
4.  $x^2+7x-8=0$ .

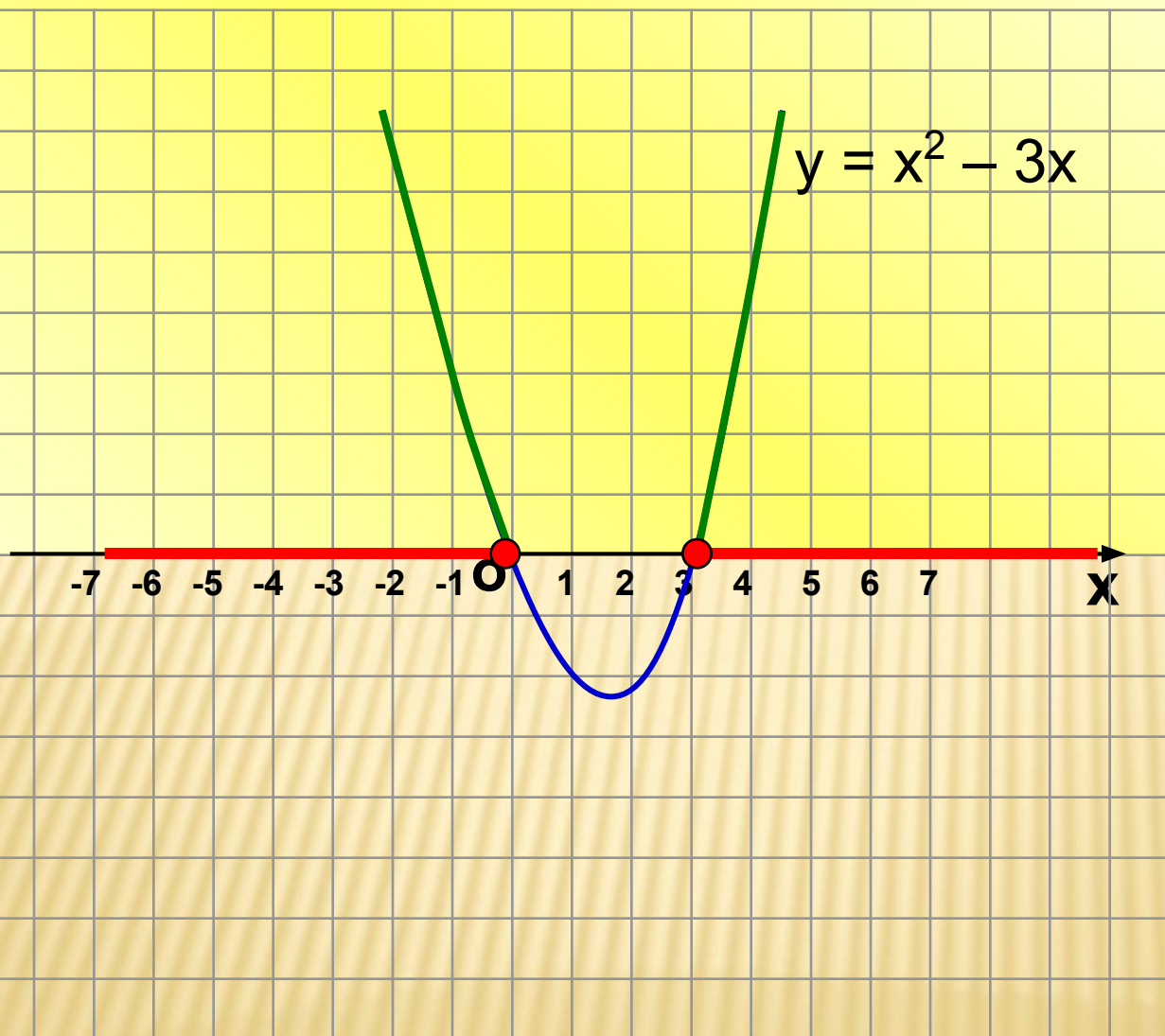
По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-7 \\ x_1 \cdot x_2=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=1 \end{cases}$$

5,6,7.



8. Ответ:  $(-8; 1)$



Решите неравенство  
 $x^2 - 3x \geq 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3)=0$$

$$x=0 \text{ или } x-3=0$$

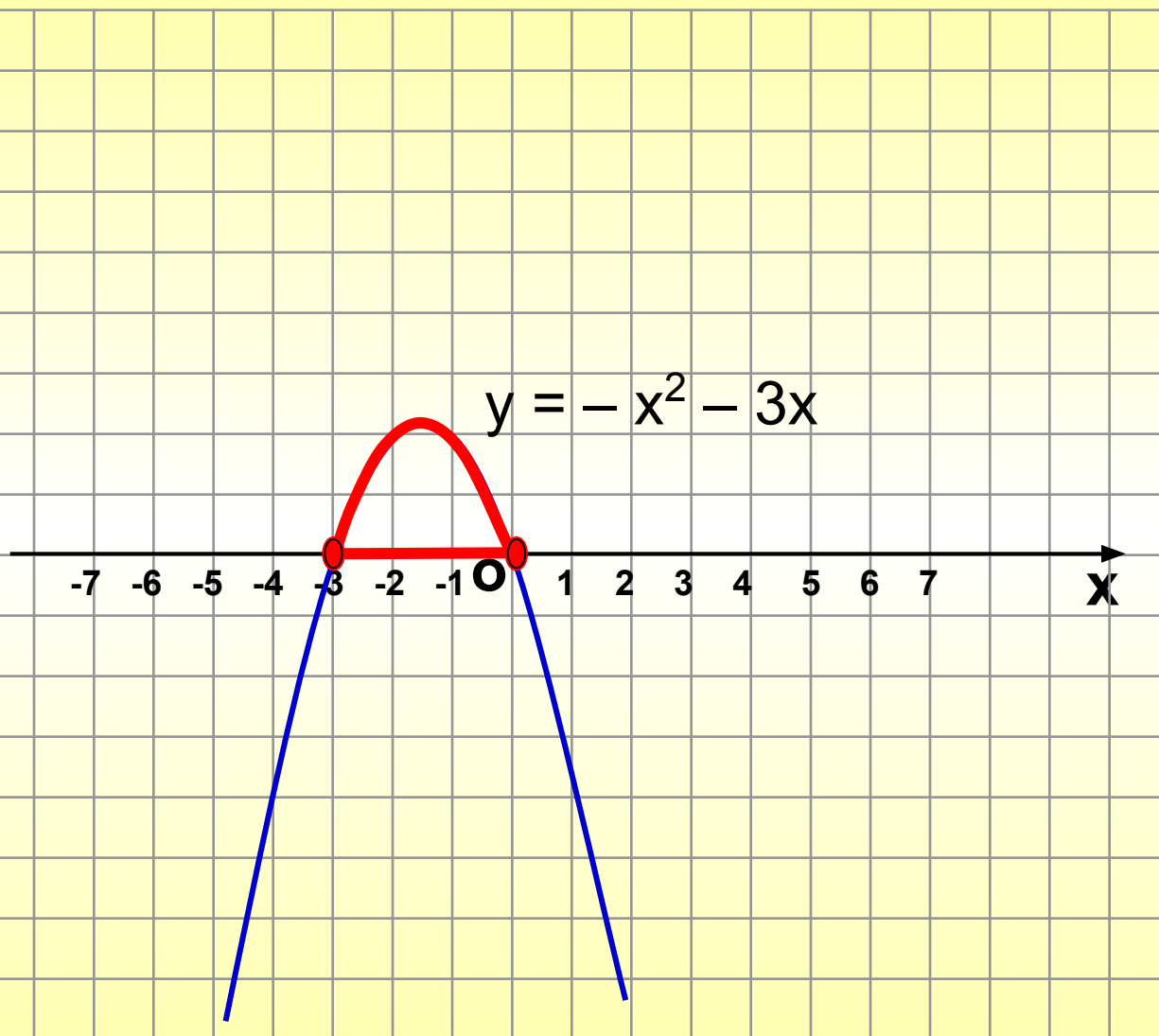
$$x=3$$

*Ответ* :  $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$



Решите неравенство  
 $-x^2 - 3x > 0$

*Ответ* :  $(-3; 0)$



Решите неравенство  
 $-x^2 - 3x \geq 0$

*Ответ* :  $[-3; 0]$



Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 > 0$$

$$-x^2 + 5x - 9,6 = 0$$

$$x^2 - 5x + 9,6 = 0$$

$$D = 25 - 38,4 = -13,4 < 0$$

нет корней,

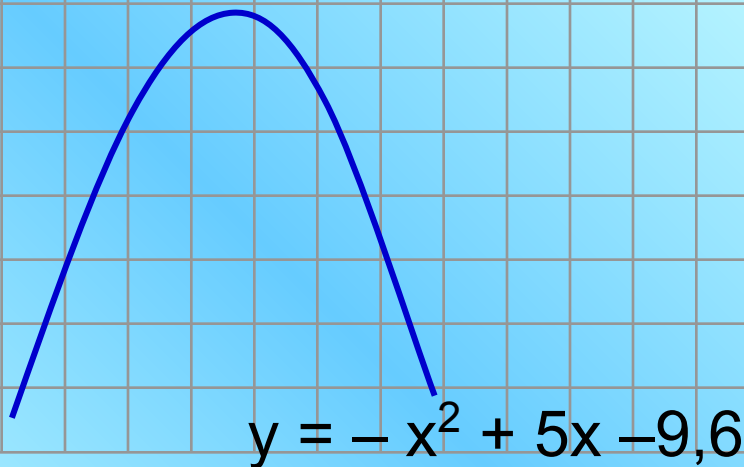
парабола не  
пересекает ось  $x$

*Ответ* :  $\emptyset$

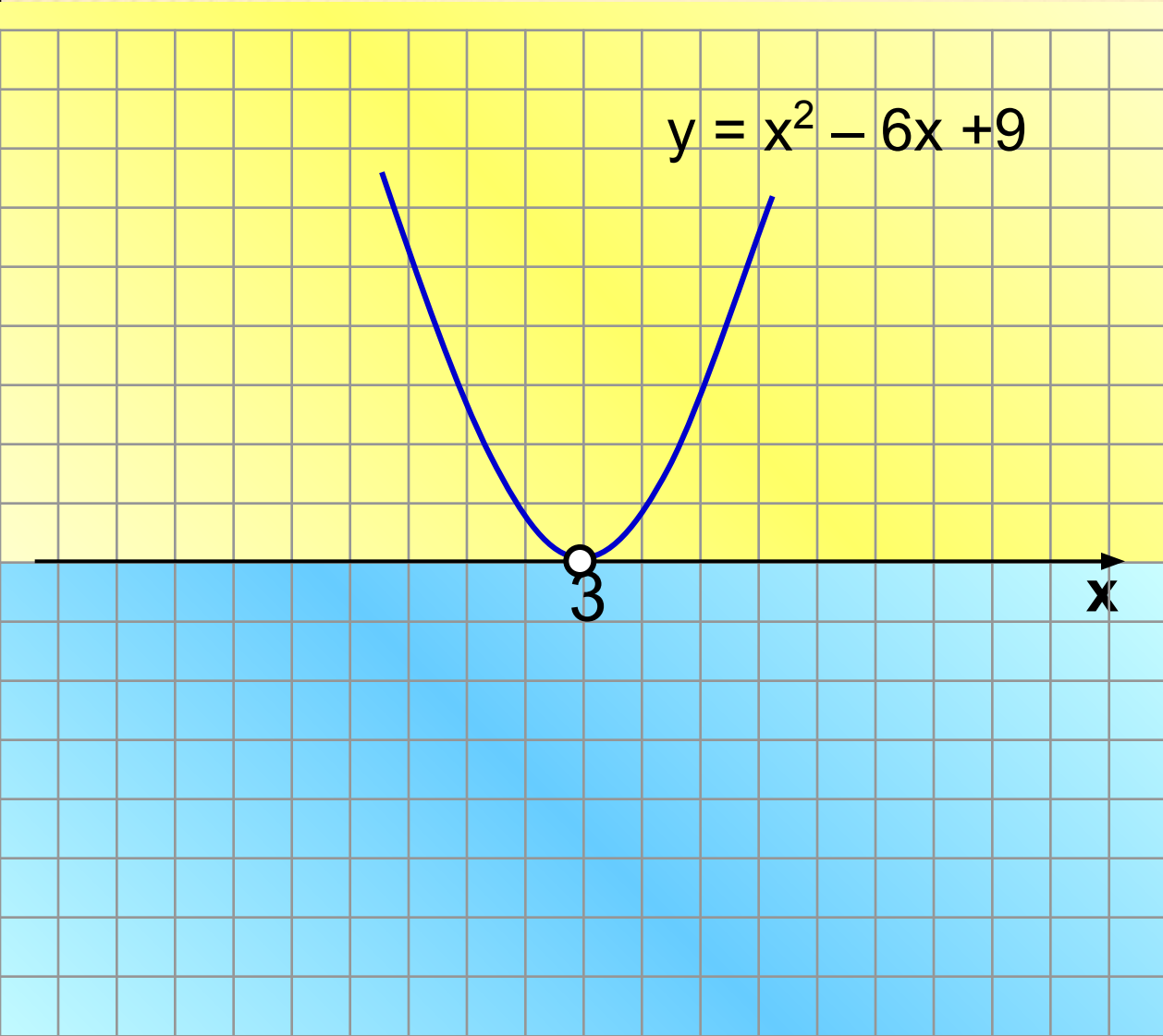
Решите неравенство

$$-x^2 + 5x - 9,6 < 0$$

*Ответ* :  $x \in \mathbb{R}$ .







Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 < 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

*Ответ* :  $\emptyset$

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

*Ответ* :  $x = 3$

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 > 0$$

*Ответ* :  $x \neq 3$ .

Решите неравенство

$$x^2 - 6x + 9 \geq 0$$

*Ответ* :  $x \in R$ .



Решите неравенство

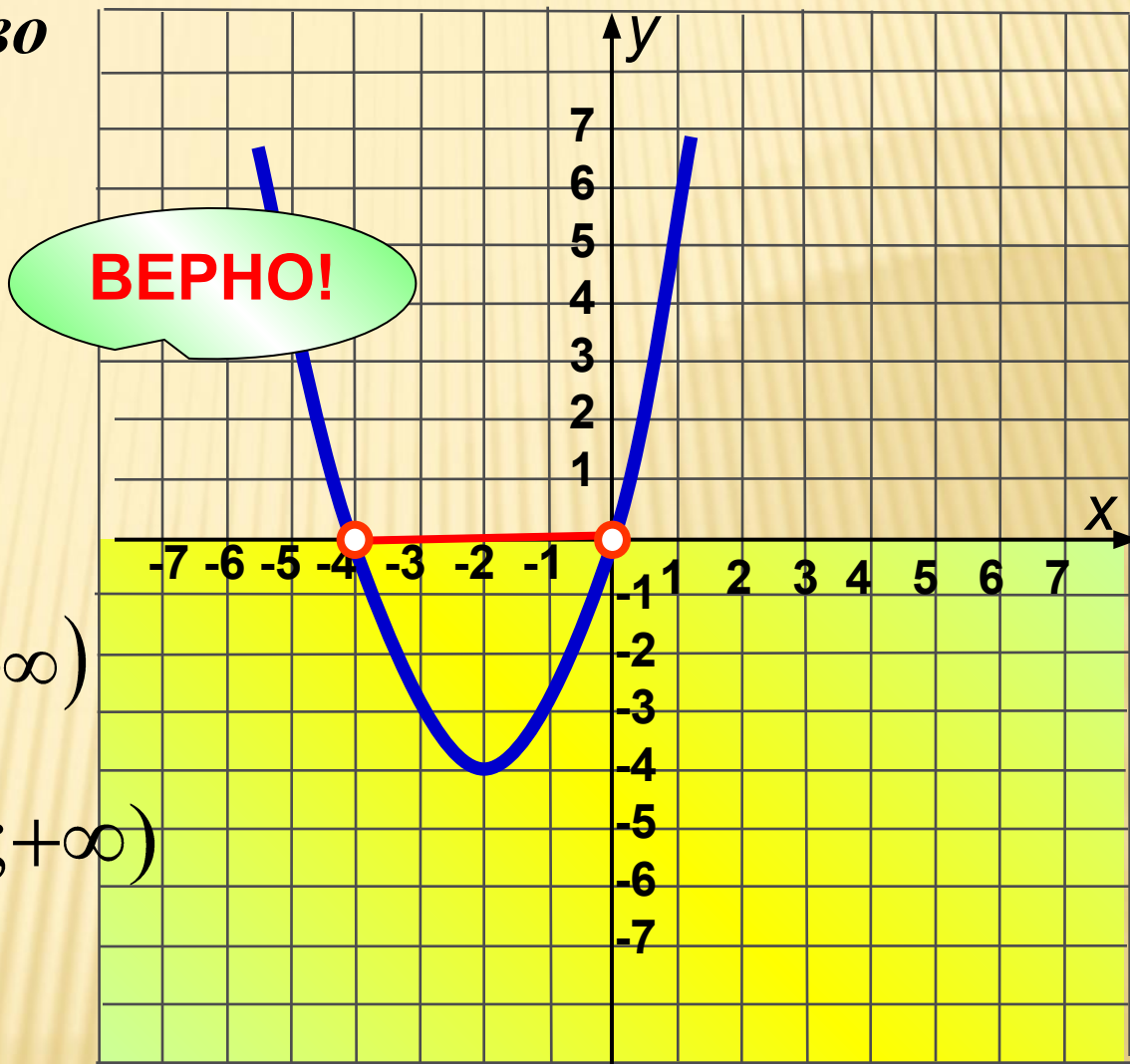
$$x^2 + 4x < 0$$

1 [-4; 0]

2 (-4; 0)

3  $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

4  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

$$x^2 + 4x \geq 0$$

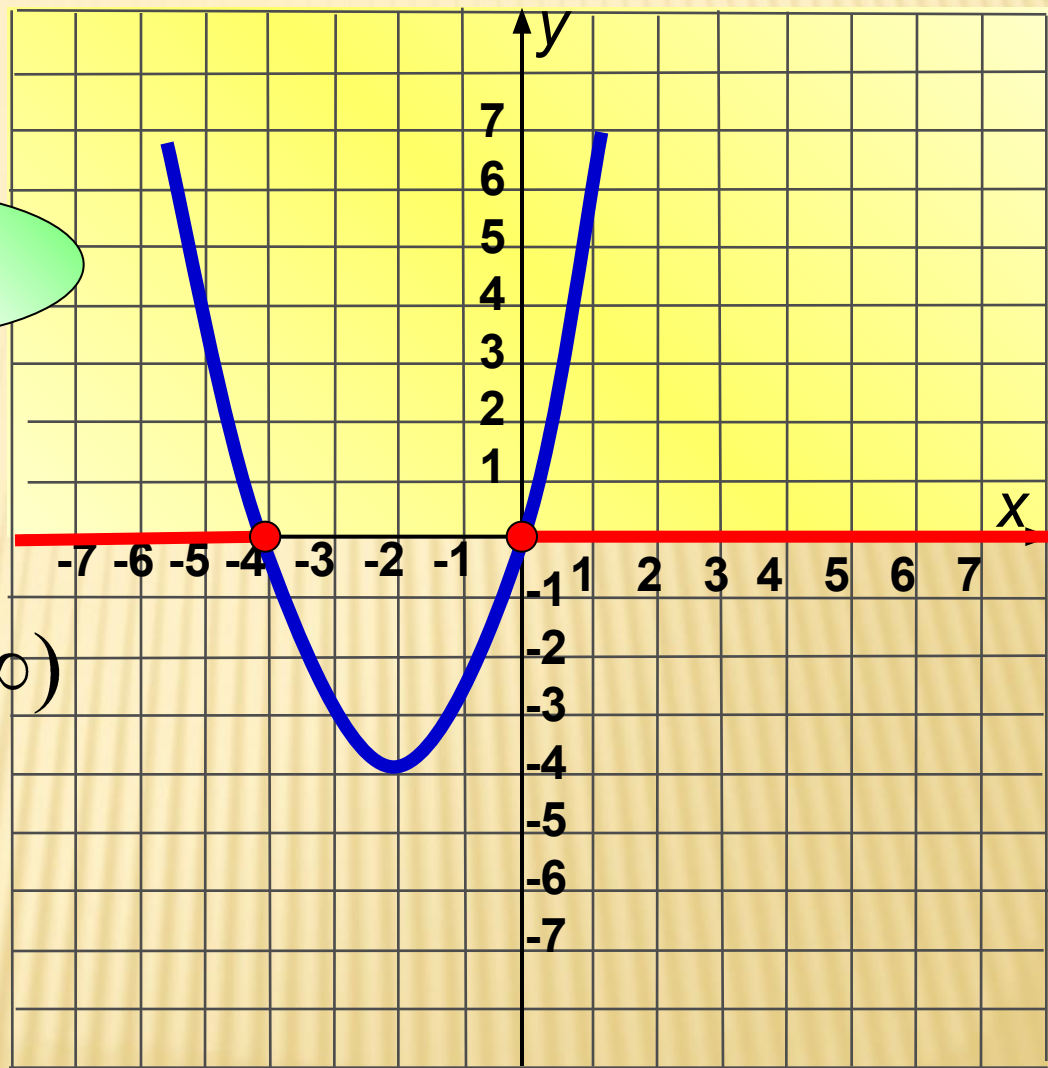
1  $[-4; 0]$

2  $(-4; 0)$

3  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$

4  $(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

**ВЕРНО!**



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

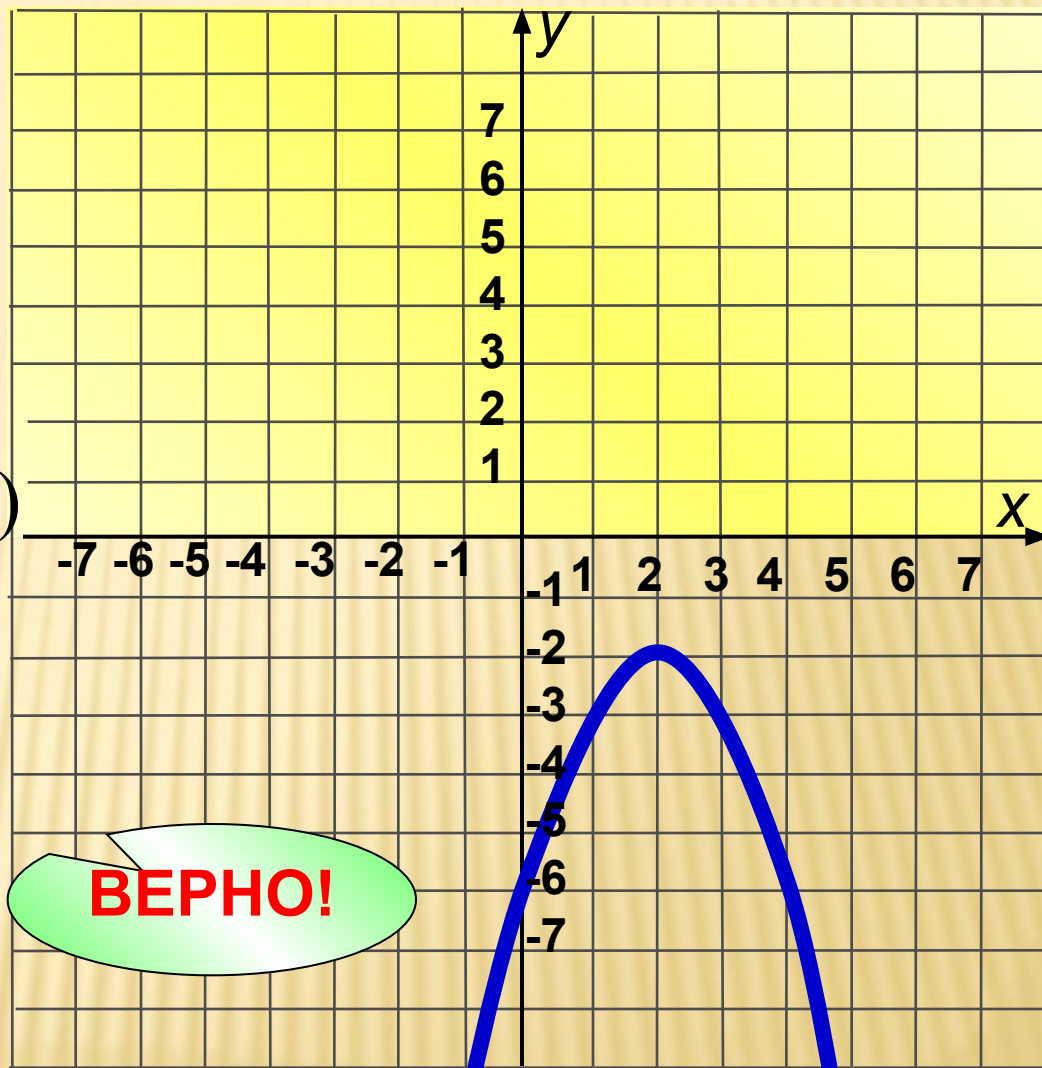
$$-x^2 + 4x - 6 \geq 0$$

1  $x=2$

2  $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

3 нет решений

4  $(-\infty; -\infty)$



Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Решите неравенство

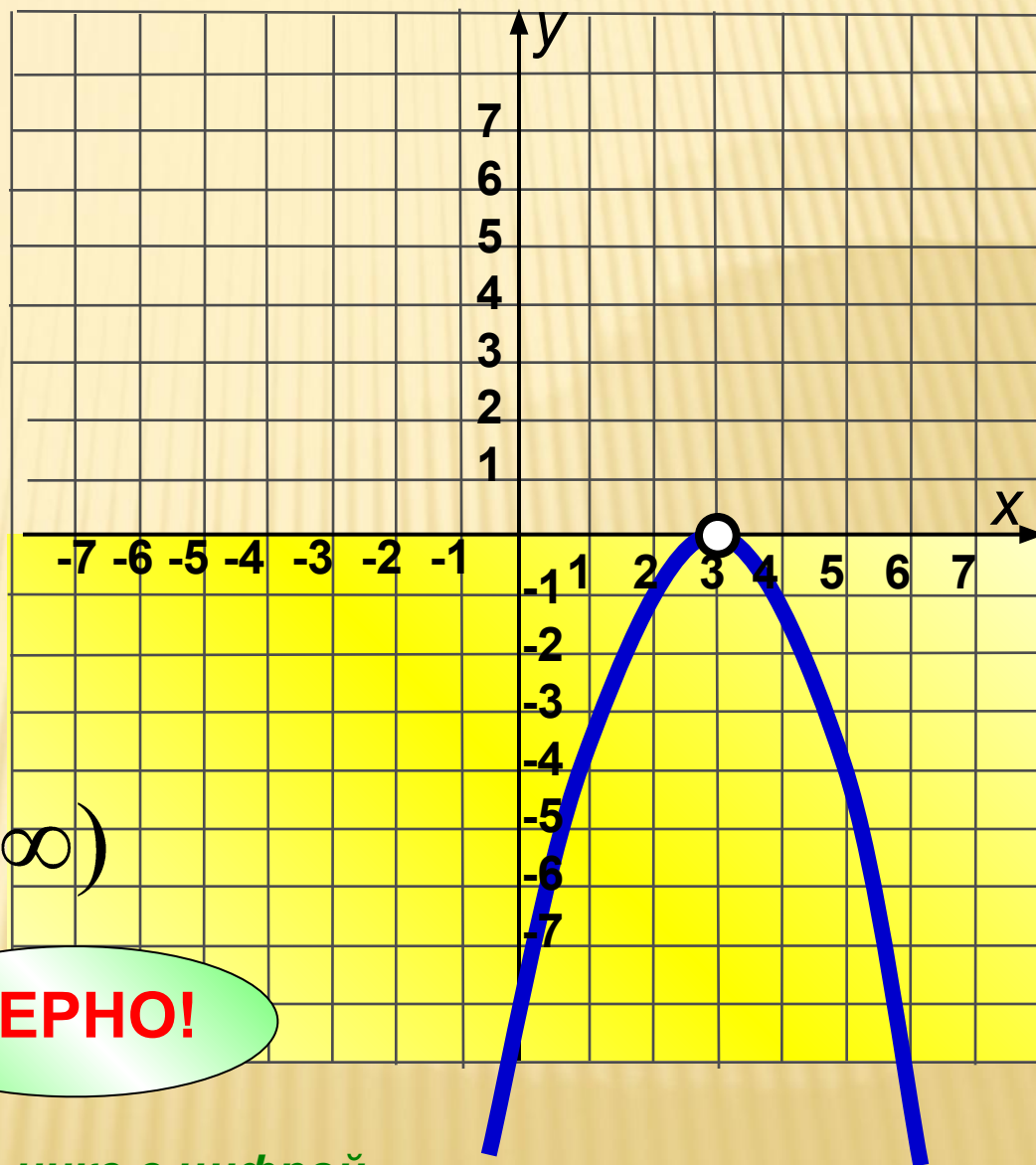
$$-x^2 + 6x - 9 < 0$$

1  $x = 3$

2  $x \in \mathbb{R}$

3 нет решений

4  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$



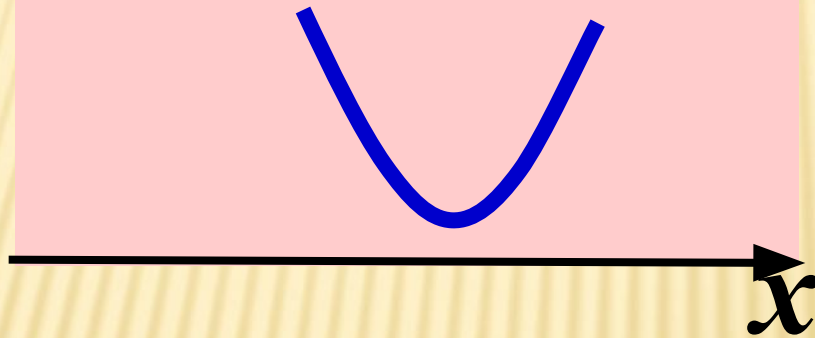
**ВЕРНО!**

Сделайте клик на прямоугольнике с цифрой.

Найдите все значения  $a$ , при которых  
неравенство  $x^2+(2a+4)x+8a+1 \leq 0$  не имеет  
решений? **Решение.**

$$f(x) = x^2 + (2a+4)x + 8a+1$$

Ветви параболы направлены **вверх**, т.к. старший  
коэффициент равен 1.



$$D < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} D &= (2a+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (8a+1) = 4a^2 + 16a + 16 - 32a - 4 = \\ &= 4a^2 - 16a + 12 \end{aligned}$$

$$4a^2 - 16a + 12 < 0$$

$$a^2 - 4a + 3 < 0$$

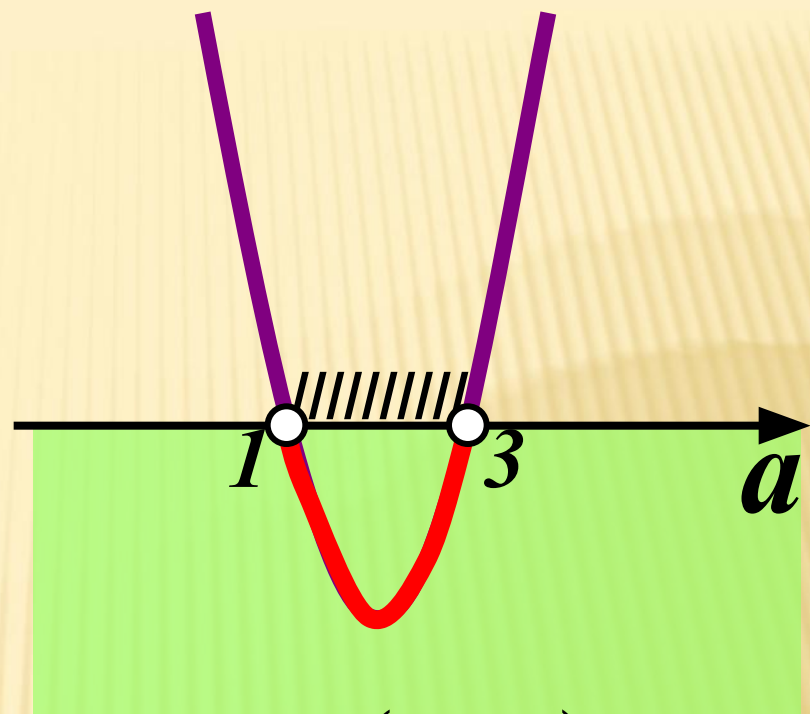
$$g(a) = a^2 - 4a + 3$$

$$g(a) = 0$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

*По теореме Виета*

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 4 \\ a_1 \cdot a_2 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 3 \end{cases}$$



$$a \in (1; 3)$$

**Ответ: при  $a \in (1; 3)$**

**неравенство  $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$**

**не имеет решений.**

Спасибо за внимание!

