# АЛГЕБРА 9 КЛАСС
# ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ
(обобщающий урок)

Методическая разработка

Учителя математики

Осиновского филиала ГБОУ СОШ с. Сосновый Солонец

Хониной Елены Владимировны

# Вставьте пропущенное слово

ПЕРЕСТАНОВКОЙ из $n$ элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

РАЗМЕЩЕНИЕМ из $n$ элементов по $k$ $(k \leq n)$ называется любое множество, состоящее из $k$ элементов, взятых в определенном порядке из данных $n$ элементов.

СОЧЕТАНИЕ
М из $n$ элементов по $k$ называется любое множество из $k$ элементов, выбранных из $n$ элементов.

# ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

(повторяем формулы)

**ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ**

ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

СОЧЕТАНИЯ

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

# Как различить задачи на размещение, перестановки и сочетание?

Типичная задача

Решаемая с помощью **перестановок:** Сколькими способами можно ***n*** различных предметов расставить на ***n*** различных местах?

Решаемая с помощью **размещений:** Сколькими способами можно выбрать из ***n*** различных предметов ***k*** предметов и разместить их на ***k*** различных местах?

Решаемая с помощью **сочетаний:** Сколькими способами можно выбрать ***k*** из ***n*** различных предметов?

# АЛГОРИТМ ДЕЙСТВИЙ

ВАЖЕН ЛИ ПОРЯДОК ?

ДА

$$P_n = n!$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

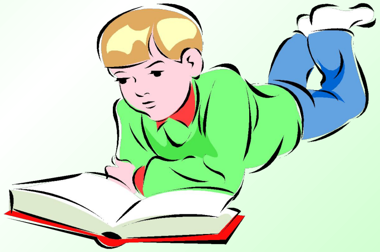
НЕТ

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

# Задача № 1.

Не верно

## Сколькими способам… ать в очередь в билетную кассу 5 человек?



**1** **6 способов**

**Не верно**

**2** **50 способов**

**Не верно**

**3** **100 способов**

**ВЕРНО!**

**4** **120 способов**

# Решение задачи № 1 .

## *Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?*

***Решение:***

Различные варианты *n* человек в очереди отличаются один от другого только порядком расположения людей, т.е. являются различными перестановками из *n* элементов.

Пять человек могут встать в очередь

$P_5$ = 5! = 120 различными способами.

*Ответ:* 120 способами.

# Задача № 2.

Не верно

Сколькими спосо … овека могут разместится на четырехместной скамейке?

**1** **4 способами**

Не верно

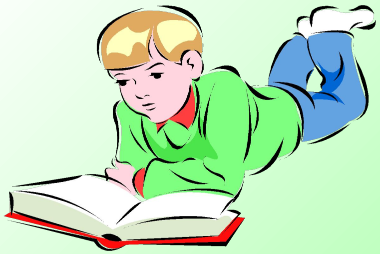
**2** **16 способами**

**ВЕРНО!**

**3** **24 способами**

Не верно

**4** **48 способами**



# Задача № 2.

## *Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?*

***Решение:***

***Количество человек равно количеству мест на скамейке, поэтому количество способов размещения равно числу перестановок из 4 элементов:***

***Р = 4! = 24***

***Можно рассуждать по правилу произведения: для первого человека можно выбрать любое из 4 мест, для второго – любое из 3 оставшихся, для третьего – любое из 2 оставшихся, последний займет 1 оставшееся место; всего 4·3·2·1 = 24.***

***Ответ: 24 способами.***

# Задача № 3.

*Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые мо… …тавить из цифр 1, 3, 5, 7 (бе… …рения).*

Не верно

1 380

Не верно

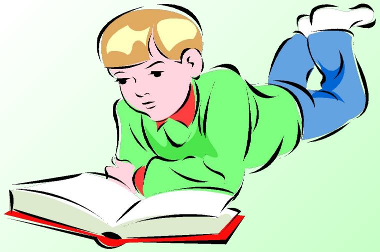
2 16

Не верно

3 105

ВЕРНО!

4 384



# Задача № 3.

*Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 (без их повторения).*

**Решение:**

***Каждое четырехзначное число, составленное из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения), имеет сумму цифр, равную***

***1+3+5+7=16.***

***Из этих цифр можно составить $P_4 = 4! = 24$ различных числа, отличающихся только порядком цифр.***

***Сумма цифр всех этих чисел равна***

***16 x 24 = 384.***

***Ответ: 384.***

# Задача № 4.

*Сколько существует способов выбрать троих ребят из шестерых желающих дежурить по ...овой?*

**ВЕРНО!**

**Не верно**

**Не верно**

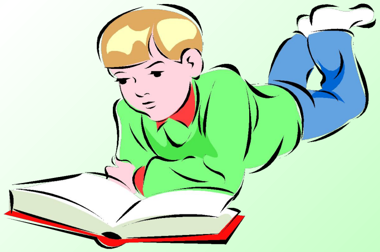
**Не верно**

**1** **20**

**2** **720**

**3** **6**

**4** **18**



# Задача № 4.

*Сколько существует способов выбрать троих ребят из шестерых желающих дежурить по столовой?*

**Решение:**

***Количество сочетаний из 6 по 3 (<u>порядок выбора не имеет значения</u>) равно:***

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

***Ответ: 20 способов***

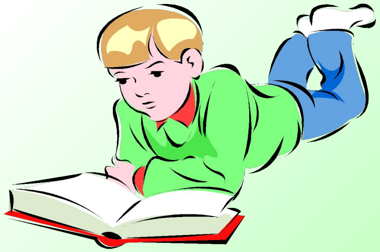
# Задача № 5.

*В классе 9 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способа[illegible]брать из них двоих учащихся для участия в математической олимпиаде?*

**Не верно**

**1** **2**

**Не верно**



**2** **18**

**Не верно**

**3** **81**

**ВЕРНО!**

**4** **36**

# Задача № 5.

*В классе 9 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих учащихся для участия в математической олимпиаде?*

**Решение:**

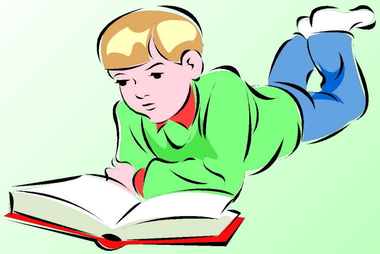
**Выбираем двух учащихся из 9, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 9 по 2:**

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36$$

**Ответ: 36 способов**

## Задача № 6.

В классе учатся 18 мальчиков и 14 девочек. Для уборки территории школы требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?



Не верно

Не верно

ВЕРНО!

Не верно

1 **840**

2 **400400**

3 **1113840**

4 **111000000**

# Задача № 6.

В классе учатся 18 мальчиков и 14 девочек. Для уборки территории школы требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?

***Решение:***

***Нужно сделать два выбора: 4 мальчика из 18 (всего способов) и 3 девочки из 14 (всего способов); <u>порядок выбора значения не имеет</u> (все идущие на уборку равноправны). Каждый вариант выбора мальчиков может сочетаться с каждым выбором девочек, поэтому по правилу произведения общее число способов выбора равно:***

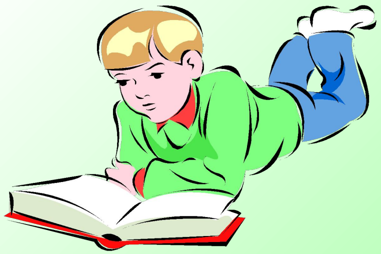
$$C_{18}^{4} \cdot C_{14}^{3} = \frac{18!}{(18-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{14!}{(14-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1113840$$

***Ответ: 1113840 способов***

Задача № 7.

Из 25 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Не верно



ВЕРНО!

1 140

2 600

Не верно

3 625

Не верно

4 2

## Задача № 7.

Из 25 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

***Решение***

Из 25 элементов выбираем 2, причем порядок выбора имеет значение.

Количество способов выбора равно

$$A_{25}^{2} = \frac{25!}{(25-2)!} = 25 \cdot 24 = 600$$

Ответ: 600 способов

## Задача № 8.

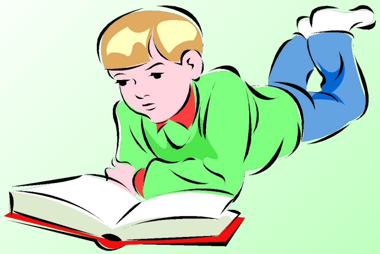
Сколькими способами 5 выпускников, сдающих ГИА, могут занять места в аудитории, в которой стоит 15 одноместных столов?

Не верно

Не верно

ВЕРНО!

Не верно



1 36

2 360

3 360360

4 3636

## Задача № 8.

Сколькими способами 5 выпускников, сдающих ГИА, могут занять места в аудитории, в которой стоит 15 одноместных столов?

Решение:

Выбираем 5 столов для выпускников из 15 имеющихся: (порядок выбора учитывается (кто сидит около преподавателя, кто на последней парте, кто около окна и т.п.):

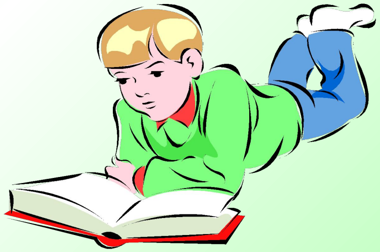
$$A_{15}^{5} = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 = 360360$$

Ответ: 360 360 способов

# Задача № 9.

На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменок. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4×100 м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

ВЕРНО!



Не верно

1 11880

Не верно

2 48

Не верно

3 144

4 11800

## Задача № 9.

На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменок. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4×100 м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

Решение:

Выбор из 12 по 4 с учетом порядка.

$$A_{12}^{4} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$$

Ответ: 11 880

# Решите следующие задачи

| I вариант | II вариант |
|---|---|
| Задание 1.Сколькими способами можно разместить во время проведения итоговой аттестации по алгебре 15 учащихся девятого класса за 15 столами так, чтобы за каждым сидело по одному ученику? | Задание 1.Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 14 человек? |
| Задание 2.<br>Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 10 участниками конкурса? | Задание 2.<br>Сколькими способами могут занять первое, второе и третье места 15 участниц забега на дистанции 100 метров? |
| Задание 3.<br>Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 11 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня три экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся. | Задание 3.<br>Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 9 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня два экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся. |

# Проверьте решение

| I вариант | II вариант |
|---|---|
| Задание 1.<br>Решение:<br>Воспользуемся определением и формулой <u>перестановок:</u><br>$P_{15}$ = 15! = 1307674368000.<br>Ответ: 1 307 674 368 000 способов. | Задание 1.<br>Решение:<br>Воспользуемся определением и формулой перестановок:<br>$P_{14}$ = 14! = 87 178 291 200.<br>Ответ: 87 178 291 200 способов. |
| Задание 2.<br>Выбираем трех призеров из 10 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):<br>$A_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$<br>Ответ: 720 способов | Задание 2.<br>Выбираем трех призеров из 15 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):<br>$A_{15}^{3} = \frac{15!}{(15-3)!} = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$<br>Ответ: 2730 способов |
| Задание 3.<br>В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:<br>$C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$<br>Ответ: 35 | Задание 3.<br>В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:<br>$C_7^2 = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$<br>Ответ:21. |

# Оцените свою работу самостоятельно

- «5» - правильно выполнены все три задания.
- «4» - правильно выполнены два задания.
- «3» - правильно выполнено только одно задание.
- «2» - все задания выполнены неверно или не выполнены.

# Домашнее задание

Придумайте и решите

по одной задачи на каждую из тем

- Перестановки
- Размещения
- сочетания

# СПАСИБО ЗА УРОК!