




**АЛГЕБРА 9 КЛАСС**  
**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ**  
(обобщающий урок)

Методическая разработка

Учителя математики

Осиновского филиала ГБОУ СОШ с. Сосновый  
Солонец

Хониной Елены Владимировны





# Вставьте пропущенное слово

ПЕРЕСТАНОВКОЙ

из  $n$  элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

РАЗМЕЩЕНИЕМ

из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ) называется любое множество, состоящее из  $k$  элементов, взятых в определенном порядке из данных  $n$  элементов.

СОЧЕТАНИЕ

М

из  $n$  элементов по  $k$  называется любое множество из  $k$  элементов, выбранных из  $n$  элементов.



# ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

(повторяем формулы)

## ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

### ПЕРЕСТАНОВКИ

$$P_n = n!$$

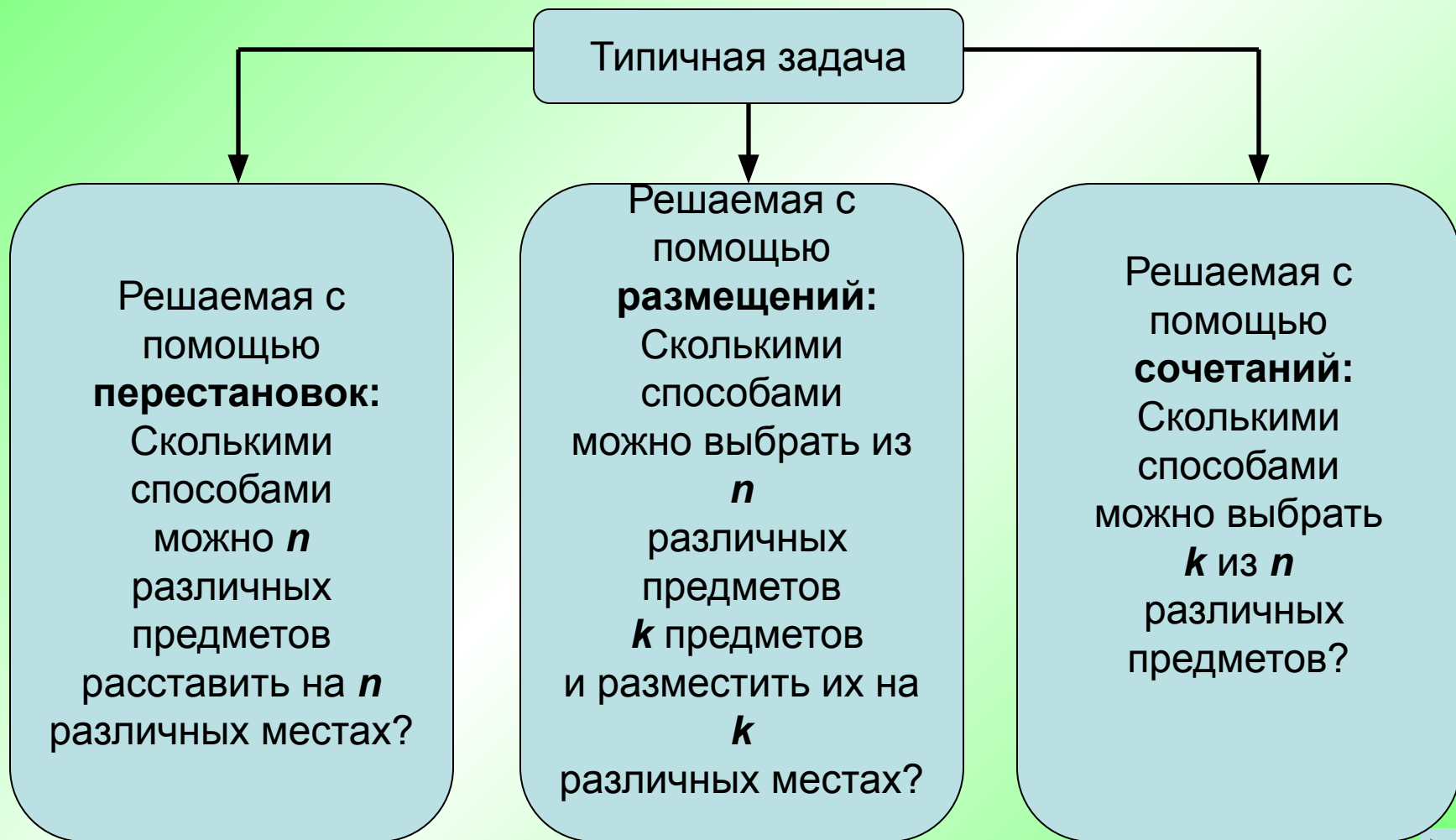
### РАЗМЕЩЕНИЯ

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

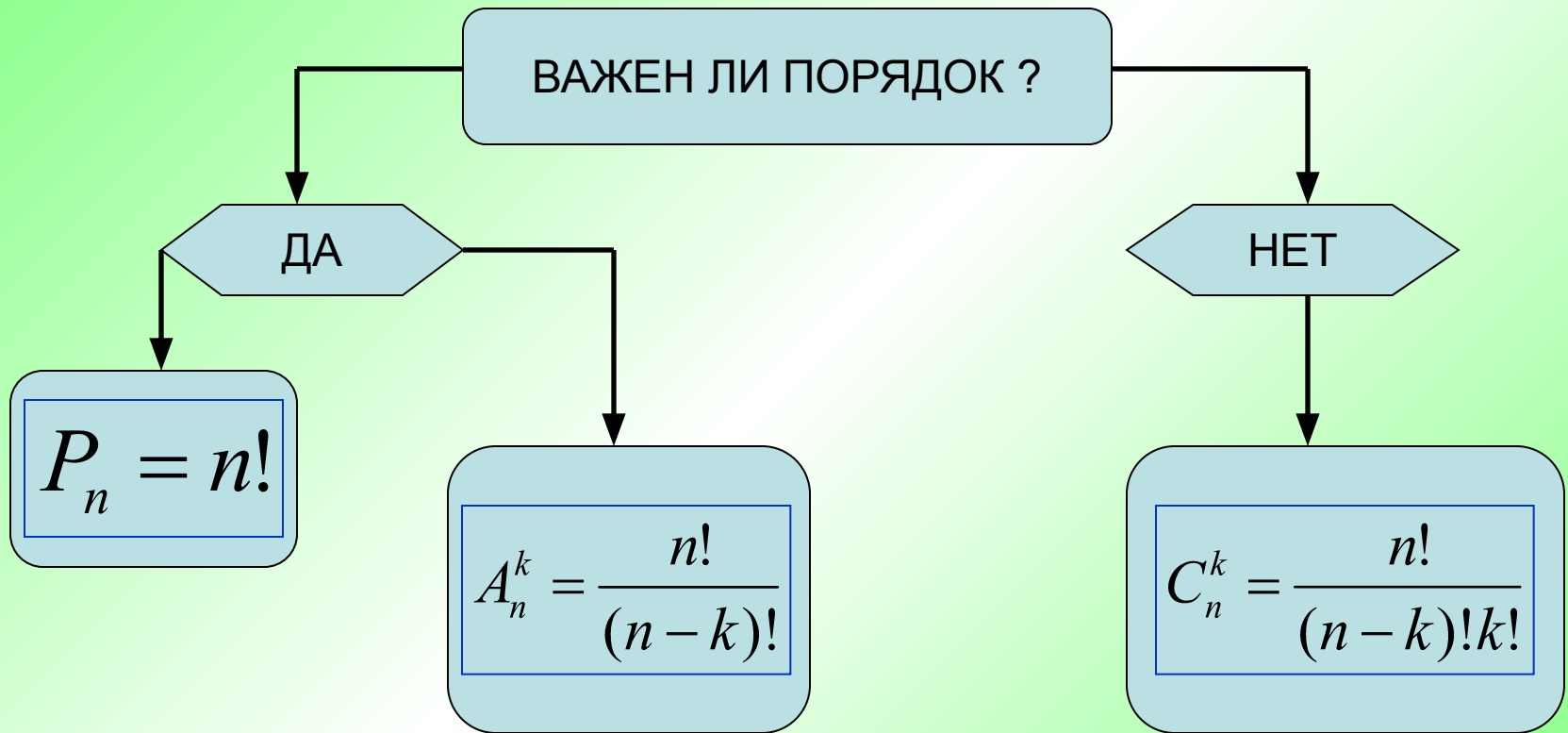
### СОЧЕТАНИЯ

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

# Как различить задачи на размещение, перестановки и сочетание?



# АЛГОРИТМ ДЕЙСТВИЙ



# Задача № 1.

Сколькими способами можно выстроиться в очередь в билетную кассу 5 человек?

**1** 6 способов

Не верно



**2** 50 способов


Не верно

**3** 100 способов

**4** 120 способов

**ВЕРНО!**





## Решение задачи № 1 .

*Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?*

### ***Решение:***

Различные варианты  $n$  человек в очереди отличаются один от другого только порядком расположения людей, т.е. являются различными перестановками из  $n$  элементов.

Пять человек могут встать в очередь

$P_5 = 5! = 120$  различными способами.

*Ответ:* 120 способами.



## Задача № 2.

Сколькими способами человек могут разместиться на четырехместной скамейке?

**1** 4 способами

Не верно

**2** 16 способами

**ВЕРНО!**

**3** 24 способами

Не верно

**4** 48 способами





## Задача № 2.

*Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?*

**Решение:**

*Количество человек равно количеству мест на скамейке, поэтому количество способов размещения равно числу перестановок из 4 элементов:*

$$P = 4! = 24$$

*Можно рассуждать по правилу произведения: для первого человека можно выбрать любое из 4 мест, для второго – любое из 3 оставшихся, для третьего – любое из 2 оставшихся, последний займет 1 оставшееся место; всего  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ .*

**Ответ: 24 способами.**

# Задача № 3.

Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения).

Не верно

1 380

Не верно

2 16

Не верно

3 105

**ВЕРНО!**

4 384



## Задача № 3.

Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 (без их повторения).

### **Решение:**

Каждое четырехзначное число, составленное из цифр 1, 3, 5, 7 (без повторения), имеет сумму цифр, равную  $1+3+5+7=16$ .

Из этих цифр можно составить  $P_4 = 4! = 24$  различных числа, отличающихся только порядком цифр.

Сумма цифр всех этих чисел равна

$$16 \times 24 = 384.$$

**Ответ: 384.**

# Задача № 4.

Сколько существует способов выбрать троих ребят из шестерых желающих дежурить по **ОВОЙ?**

**ВЕРНО!**

**1** 20

Не верно

**2** 720

Не верно

**3** 6

Не верно

**4** 18



## Задача № 4.

*Сколько существует способов выбрать троих ребят из шестерых желающих дежурить по столовой?*

**Решение:**

**Количество сочетаний из 6 по 3 (порядок выбора не имеет значения) равно:**

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20$$

**Ответ: 20 способов**

## Задача № 5.

В классе 9 человек успешно занимаются математикой.  
Сколькими способами можно выбрать из них двоих учащихся для участия в математической олимпиаде?

1 2

Не верно

Не верно

2 18

Не верно

3 81

**ВЕРНО!**

4 36



## Задача № 5.

В классе 9 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих учащихся для участия в математической олимпиаде?

**Решение:**

**Выбираем двух учащихся из 9, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 9 по 2:**

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 36$$

**Ответ: 36 способов**

## Задача № 6.

В классе учатся 18 мальчиков и 14 девочек. Для уборки территории школы требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?



Не верно

Не верно

1 840

2 400400

**ВЕРНО!**

3 1113840

Не верно

4 111000000





## Задача № 6.

В классе учатся 18 мальчиков и 14 девочек. Для уборки территории школы требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?

### **Решение:**

**Нужно сделать два выбора: 4 мальчика из 18 (всего способов) и 3 девочки из 14 (всего способов); порядок выбора значения не имеет (все идущие на уборку равноправны). Каждый вариант выбора мальчиков может сочетаться с каждым выбором девочек, поэтому по правилу произведения общее число способов выбора равно:**

$$C_{18}^4 \cdot C_{14}^3 = \frac{18!}{(18-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{14!}{(14-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1113840$$

**Ответ: 1113840 способов**

## Задача № 7.

Из 25 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Не верно

**ВЕРНО!**

1 140

2 600

3 625

4 2

Не верно

Не верно



## Задача № 7.

Из 25 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

### **Решение**

Из 25 элементов выбираем 2, причем порядок выбора имеет значение.

Количество способов выбора равно

$$A_{25}^2 = \frac{25!}{(25-2)!} = 25 \cdot 24 = 600$$

Ответ: 600  
способов

## Задача № 8.

Сколькими способами 5 выпускников, сдающих ГИА, могут занять места в аудитории, в которой стоит 15 одноместных столов?



Не верно

Не верно

1 36

2 360


**ВЕРНО!**

3 360360

Не верно

4 3636





## Задача № 8.

Сколькими способами 5 выпускников, сдающих ГИА, могут занять места в аудитории, в которой стоит 15 одноместных столов?

Решение:

Выбираем 5 столов для выпускников из 15 имеющихся:  
(порядок выбора учитывается (кто сидит около преподавателя, кто на последней парте, кто около окна и т.п.):

$$A_{15}^5 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 = 360360$$

Ответ: 360 360 способов



## Задача № 9.

На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете  $4 \times 100$  м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

**ВЕРНО!**

Не верно

Не верно

Не верно



**1** 11880

**2** 48

**3** 144

**4** 11800



## Задача № 9.

На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4×100 м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

Решение:

Выбор из 12 по 4 с учетом порядка.

$$A_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$$

Ответ: 11 880


# Решите следующие задачи

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Сколькими способами можно разместить во время проведения итоговой аттестации по алгебре 15 учащихся девятого класса за 15 столами так, чтобы за каждым сидело по одному ученику?</p>	<p>Задание 1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 14 человек?</p>
<p>Задание 2. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 10 участниками конкурса?</p>	<p>Задание 2. Сколькими способами могут занять первое, второе и третье места 15 участниц забега на дистанции 100 метров?</p>
<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 11 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня три экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>	<p>Задание 3. Школьному координатору по проведению итоговой аттестации учащихся 9 классов необходимо разместить в период с 1 по 10 июня два экзамена из семи, которые были определены выбором учащихся.</p>



# Проверьте решение

I вариант	II вариант
<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой <u>перестановок</u>:</p> $P_{15} = 15! = 1307674368000.$ <p>Ответ: 1 307 674 368 000 способов.</p>	<p>Задание 1. Решение: Воспользуемся определением и формулой перестановок:</p> $P_{14} = 14! = 87\,178\,291\,200.$ <p>Ответ: 87 178 291 200 способов.</p>
<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 10 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):</p> $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$ <p>Ответ: 720 способов</p>	<p>Задание 2. Выбираем трех призеров из 15 участников конкурса с учетом порядка (кому какая премия, т. е. задача на размещения):</p> $A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ <p>Ответ: 2730 способов</p>
<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:</p> $C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ <p>Ответ: 35</p>	<p>Задание 3. В данной задаче, например, геометрия, физика, химия и всевозможные перестановки являются одним вариантом, значит, для решения воспользуемся формулой сочетаний:</p> $C_7^2 = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$ <p>Ответ: 21.</p>



## Оцените свою работу самостоятельно

- «5» - правильно выполнены все три задания.
- «4» - правильно выполнены два задания.
- «3» - правильно выполнено только одно задание.
- «2» - все задания выполнены неверно или не выполнены.





# Домашнее задание

Придумайте и решите  
по одной задачи на каждую из тем

- Перестановки
- Размещения
- сочетания





**СПАСИБО ЗА  
УРОК!**

