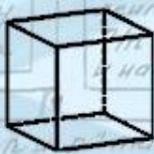
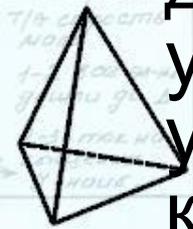


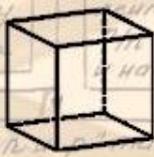
Участник школьного тура ВОШ, кто он?



1. Школьник, имеющий опыт участия в олимпиадах и некоторую подготовку (возможно, даже прошлогодний призёр муниципального тура). Ожидаемый результат: 30-35 баллов.
2. Школьник с хорошими оценками по математике без особого олимпиадного опыта и олимпиадной подготовки. Ожидаемый результат: 18-25 баллов.
3. Школьник с математическими способностями, но не обладающий достаточной настойчивостью и усидчивостью. Ожидаемый результат указать трудно. Для детей такого типа в каждом варианте присутствуют задачи конструктивно-алгоритмического характера.



Образцы конструктивно-алгоритмических задач



Задача 9-2

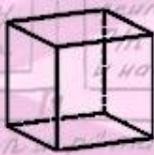
Продавец на рынке хочет разложить кучку из 25 орехов на 25 кучек по одному ореху. Ему разрешается разделить любую кучку на 2, но, если при этом получились две неодинаковые кучки, он должен заплатить хозяину рынка 1 рубль. Как ему выполнить свою задачу, заплатив всего 2 рубля?

Решение. Например, так:

$25=1+24=1+8+16=1+4+4+16=1+2+2+2+2+16=1+1+1+1+1+1+1+1+1+16$ и т.д. Ясно, что придётся заплатить всего два рубля за два первых шага.



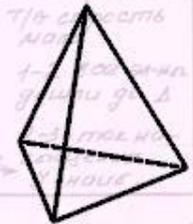
Образцы конструктивно-алгоритмических задач



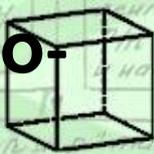
Задача 5-3

Разрежьте клетчатый квадрат 10×10 на 11 различных прямоугольников (линии разрезов должны идти по сторонам клеток).

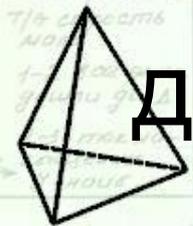
11	11	11	11	11	11	11	11	11
11	11	11	11	11	11	11	11	11
11	11	11	11	11	11	11	11	11
11	11	11	11	11	11	11	11	11
8	9	9	9	9	10	10	10	10
8	9	9	9	9	10	10	10	10
8	9	9	9	9	10	10	10	10
4	5	5	6	6	6	7	7	7
4	5	5	6	6	6	7	7	7
1	2	2	2	2	3	3	3	3



Главное правило при проверке конструктивно-алгоритмических задач



Максимальной оценкой (7 баллов) оценивается любой верный пример без каких-либо пояснений. Только в тех конструктивно-алгоритмических задачах, где правильность построенного примера не очевидна, нужны дополнительные объяснения.



Задача 10-3

Петя написал на доске смешанное число, меньшее 2, прибавил к нему его дробную часть и записал полученное смешанное число. Вася проделал с новым числом то же самое. Могло ли в результате получиться число 3?

Ответ: Да, могло.

Решение. Пете нужно взять число $7/4$. Тогда

$$\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} \rightarrow 1\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$$

Критерии проверки. Правильный ответ с проверкой – 7 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.

Задача 8-2.

В формулу линейной функции вместо букв k и b впишите числа от 1 до 10 (каждое по одному разу) так, чтобы получилось пять функций, графики которых проходят через одну точку.

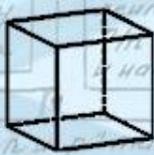
Решение. Например, графики функций $y=x+10$, $y=2x+9$, $y=3x+8$, $y=4x+7$, $y=5x+6$, проходят через точку $(1,11)$

Критерии проверки. Любой правильный пример с указанием общей точки: 7 баллов. Приведён правильный пример, но общая точка не указана явно: 5 баллов. Неверный пример или отсутствие примера: 0 баллов.

Шаповалов А. В. «Математические конструкции: от хижин к дворцам», Изд-во МЦНМО, 2015.

Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



Простые задачи

Задача конструктивного характера с использованием школьных знаний.

1. Вставьте в окошки цифры 1, 2, 3, ..., 9, используя каждую ровно один раз, чтобы получились верные неравенства:

$$\square < \square < \square < \square < \square$$

Ответ: $1 < \frac{6}{5} < \frac{7}{4} < \frac{8}{3} < \frac{9}{2}$

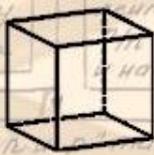
Критерии проверки. Любой верный пример даже без каких-либо объяснений и вычислений:

7 баллов. Ответ неверен либо отсутствует: 0 баллов.



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



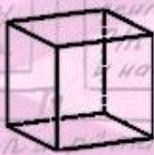
Школьная задача на составление простейших уравнений

2. Рейсовый автобус Змеюкино – Рыбкино идет по маршруту: Змеюкино – Гадюкино – Лягушкино – Рыбкино. Расстояние от Змеюкино до Гадюкино 120 км, а от Лягушкино до Рыбкино – 30 км. Известно, что от Змеюкино до Лягушкино автобус идет 4 часа, а от Гадюкино до Рыбкино – 2 часа. Сколько часов идет автобус от Змеюкино до Рыбкино, если его скорость на всем пути постоянна?



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



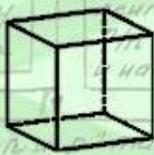
Ответ: 4 часа 40 минут.

Решение. Пусть расстояние Гадюкино – Лягушкино составляет x км. Тогда из условия следует, что $120+x=2(x+30)$ и $x=60$. Значит, вся дорога составляет $120+60+30=210$ км, а расстояние от Гадюкино до Рыбкино составляет 90 км. Тогда автобус идёт со скоростью 45 км/час, и на всю поездку уходит четыре и две трети часа.

Критерии проверки. Верное решение: 7 баллов. Логика решения соблюдена, но есть вычислительные ошибки: в зависимости от количества ошибок снимается 1 или 2 балла. Уравнение составлено, но решено неверно: 2 балла. Ответ неверен либо отсутствует: 0

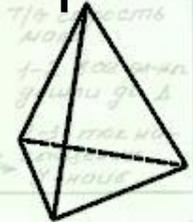
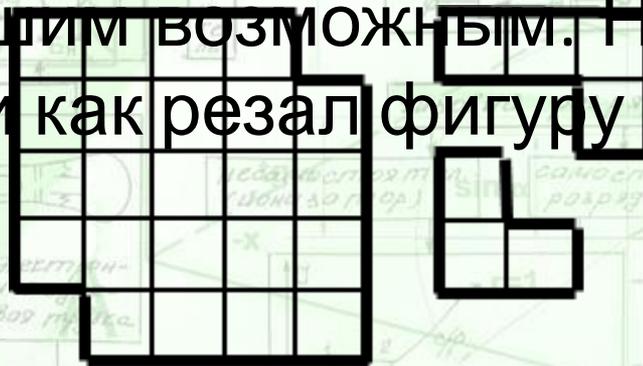
Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



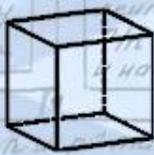
Задачи средней сложности конструктивно-алгоритмического характера

3. Петя и Вася резали фигуру на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки (см. рисунок). Петя разрезал так, что число трёхклеточных уголков оказалось наименьшим возможным, а Вася разрезал так, что число трёхклеточных уголков оказалось наибольшим возможным. Нарисуйте, как резал фигуру Петя и как резал фигуру Вася.



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



Ответ.

2	2	6	6	
1	2	6	5	5
1	2	3	4	5
1	1	3	4	5
	3	3	4	4

2	1	1	1	
2	1	6	6	5
2	2	6	5	5
7	7	4	4	3
7	4	3	3	

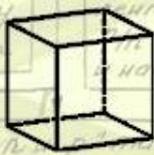
Критерии проверки. За каждый правильный пример даётся по 3 балла. За объяснение максимальности числа 5 (во втором случае) даётся ещё 1 балл.



Вариант 7-го класса

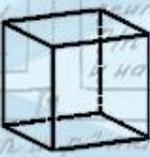
Пять задач, время работы 2 часа 30 минут

4. В новогоднюю ночь на подоконнике стояли в ряд (слева направо) фикус, ирис и кактус. Каждое утро Маша, вытирая пыль, меняет местами цветок справа и цветок в центре. Днем Таня, поливая цветы, меняет местами тот, что в центре, с тем, что слева. В каком порядке будут стоять цветы через 365 дней в следующую новогоднюю ночь?



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



Ответ: Ирис-кактус-фикус.

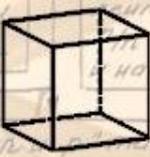
Решение. Проследим закономерности, по которым меняется набор цветов на балконе:
ФИК → ФКИ → КФИ → КИФ → ИКФ → ИФК → ФИК.

Далее всё будет повторяться и цветы будут возвращаться на исходные места каждые трое суток. Это значит, что через 363 дня порядок будет тот же, а ещё через двое суток (через четыре перестановки) порядок будет таким: ирис-кактус-фикус.



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



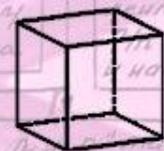
Сложная задача (логика)

5. Путешественник на острове лжецов и рыцарей встретил трех аборигенов. Ему известно, что их зовут Петя, Вася и Толя, но неизвестно, кого как. Он спросил одного из них: «Сколько рыцарей в паре Петя и Толя?» и получил ответ «Ноль». Он спросил другого: «Сколько рыцарей в паре Вася и Толя?» и снова получил ответ «Ноль». Сколько всего рыцарей среди этих трёх аборигенов? Найдите все возможные варианты ответа, и объясните, почему другие невозможны.



Вариант 7-го класса

Пять задач, время работы 2 часа 30 минут



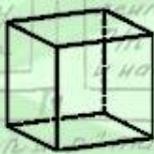
Ответ: Только один.

Решение. Допустим, оба ответа ложны. Тогда среди троих есть двое лжецов и хотя бы один рыцарь, то есть рыцарь ровно один. Допустим, среди ответов есть верный. Тогда тот, кто его дал, рыцарь, а двое, о которых спрашивали, — лжецы, то есть рыцарь снова один.

Критерии проверки. Верное рассуждение: 7 баллов. Исключены некоторые из невозможных вариантов (три рыцаря, два рыцаря или ноль рыцарей): 1 или 2 балла. Только ответ без пояснений или отсутствие ответа: 0 баллов.

Рекомендуемый результат для участия в муниципальном туре: от 20 баллов.

Имеющиеся впечатления



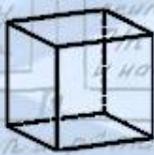
Задача 11-3 (аналогичные задачи есть в других вариантах старших классов)

Вкладчик Сидоров накопил 900 тысяч рублей и разложил свои сбережения по трём банкам, первый из которых даёт в год 10% прибыли, второй – 15%, а третий – 20% прибыли. Через год он изъясил все первоначально вложенные денежные суммы, а всю прибыль первого банка положил во второй банк, всю прибыль второго банка положил в третий банк, всю прибыль третьего банка – в первый банк. Ещё через год оказалось, что во всех трёх банках он получил одну и ту же сумму прибыли. Какие суммы положил Сидоров в каждый из трёх банков изначально?

Ошибка: путают выручку и прибыль.



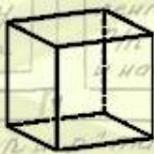
Имеющиеся впечатления 😊



Решение. Пусть Сидоров вложил в 1-й, 2-й и 3-й банки a , b , c рублей соответственно. Тогда через год в 1-м банке оказалось $0,2c$, во втором $0,1a$, в третьем $0,15b$. Следовательно, через два года прибыли от вложений в 1-й банк составит $0,02c$ рублей, во 2-й банк – $0,015a$ и 3-й банк – $0,03b$ рублей. В силу условия $0,02c=0,015a=0,03b \Leftrightarrow 4c=3a=6b \Leftrightarrow c=3/4a, b=1/2a$. Отсюда $9/4a=900000 \Rightarrow a=400000, b=200000, c=300000$.

Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов. Правильное соотношение между вложенными изначально суммами получено, но ответ дан неверный – 5 баллов. Верный ответ с проверкой – 2 балла. В остальных случаях – 0 баллов.

Имеющиеся впечатления



Задача 9-6

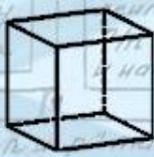
Докажите, что квадрат со стороной 1 можно разрезать на пять треугольников, площадь каждого из которых строго меньше $1/4$. Не забудьте подтвердить вычислениями пригодность Вашего примера.

Кроме примера, приведённого в решении, есть много других.

Критерии проверки. Любой верный ответ, подтверждённый вычислениями, – 7 баллов. В остальных случаях – 0 баллов.

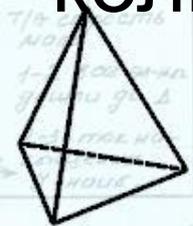


**Школьник, решивший последнюю задачу, –
потенциальный призёр следующего тура!**

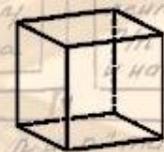


Задача 10-6 (задача типа «оценка+ пример»)

Нужно сделать набор из пяти гирь, с помощью которого можно уравновесить любой целый вес от 1 до 10 г (гири кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую, а веса гирь не обязательно целые). Одна гиря делается из золота, каждая из остальных не тяжелее золотой. Каким наименьшим количеством золота можно обойтись?



**Школьник, решивший последнюю задачу, –
потенциальный призёр следующего тура!**



Ответ: 2,5 г.

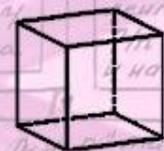
Пример: 1; 2; 2; 2,5; 2,5.

Оценка. Общий вес гирь не меньше 10. Среди всех гирь есть набор весом 5 г. Тогда набор остальных гирь весит не меньше 5 г. В каком-то из двух наборов не больше двух гирь, поэтому самая тяжелая из них весит не менее 2,5 г. Значит, и золотая гиря весит не менее 2,5 г.

Критерии проверки. Верное решение – 7 баллов. Только оценка – 4 балла. Только пример – 2 балла. Только ответ без подробного описания весов всех гирь или отсутствие ответа – 0 баллов.

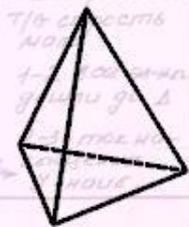


Школьник, решивший последнюю задачу, –
потенциальный призёр следующего тура!

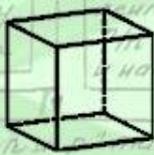


Задача 8-5 (задача типа «оценка+ пример»)

Четыре мальчика собирали яблоки, каждый собрал хотя бы одно. Коля собрал треть всех собранных яблок, а Вася собрал в два раза больше, чем Миша, и на 12 яблок больше, чем Петя. Какое наименьшее количество яблок мог собрать Вася? Сколько в этом случае соберёт каждый из мальчиков?

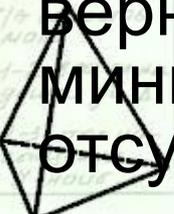


Школьник, решивший последнюю задачу, – потенциальный призёр следующего тура!



Решение. Пусть Миша собрал x яблок. Тогда Вася собрал $2x$ яблок, а Петя собрал $2x-12$ яблок. Из условия следует, что Коля собрал половину яблок, собранных остальными, то есть $(5x-12)/2$ яблок. Количество яблок, собранных Васей минимально, если минимально x . Но ясно, что $x > 6$ и чётно. Значит минимально возможное число собранных Васей яблок равно 16. Тогда Миша собрал 8 яблок, Вася собрал 16 яблок, Петя собрал 4 яблока, и Коля собрал 14 яблок.

Критерии проверки. Правильное решение с объяснением: 7 баллов. Получен и аргументирован только ответ на первый вопрос: 4 балла. Приведено верное распределение яблок, но нет объяснений минимальности: 2 балла. Неверный ответ или отсутствие ответа: 0 баллов.



Муниципальный тур Всероссийской олимпиады школьников:
18 ноября.

Олимпиада «Путь к Олимпу» для учеников 5-го класса:
21 ноября (воскресенье, 1-й корпус ОмГУ, 10-00).
Регистрация на сайте http://www.perspektiva-omsk.ru/put_k_olimpi будет открыта в ближайшее время.

Олимпиада им. профессора Г.П. Кукина для учеников 8-11 классов состоится **20 декабря** (воскресенье, 1-й корпус ОмГУ), для учеников 5-7 классов (ориентировочно) 6 февраля 2016 г.

Во втором полугодии начинаются дистанционные курсы олимпиадной подготовки для призёров указанных олимпиад в рамках гранта, полученного АНО ДО «Перспектива»