Теорема Виета

Нестандартные способы решения квадратных уравнений

Франсуа Виет

Франсуа Виет (1540–1603) родился во Франции. Разработал почти всю элементарную алгебру; ввёл в алгебру буквенные обозначения и построил первое буквенное исчисление.

Квадратное уравнение

- Квадратным уравнением называется уравнение вида

  ___________________,

  где *a*, *b*, *c* $\in R$ ($a \neq 0$).

Числа *a*, *b*, *c* носят следующие названия: *a* - ________коэффициент, *b* ________коэффициент, *c* -_________ _________член.

Приведенное уравнение

- Если в уравнении вида:
- $ax^2+bx+c=0$,

  где $a, b, c \in R$

  a =____, то квадратное уравнение вида $x^2+px+q=0$ называется **приведенным.**

Теорема Виета

- Сумма корней приведенного квадратного трехчлена $x^2 + px + q = 0$ равна его второму коэффициенту p с противоположным знаком, а произведение – свободному члену q.
- Т. е. $x_1 + x_2 = -p$ и $x_1 x_2 = q$

Применение теоремы Виета

- Теорема Виета замечательна тем, что, не зная корней квадратного трехчлена, мы легко можем вычислить их сумму и произведение, то есть простейшие симметричные выражения $x_1 + x_2$ и $x_1 x_2$.

Вычисление корней

- Так, еще не зная, как вычислить корни уравнения:

$$x^2 + 2x - 8 = 0,$$

мы, тем не менее, можем сказать, что их сумма должна быть равна – 2, а произведение должно равняться –8.

Пример

- Теорема Виета позволяет угадывать целые корни квадратного трехчлена.
- Так, находя корни квадратного уравнения

$$x^2 – 7x + 10 = 0,$$

можно начать с того, чтобы попытаться разложить свободный член (число 10) на два множителя так, чтобы их сумма равнялась бы числу 7.

Решение

- Это разложение очевидно:

$$10 = 5 \cdot 2,$$

$$5 + 2 = 7.$$

- Отсюда должно следовать, что числа 2 и 5 являются искомыми корнями.

Обратим внимание

- Ещё одно интересное соотношение – дискриминант уравнения равен квадрату разности его корней:

$$D=(x_1-x_2)^2.$$

Посмотрим на теорему Виета в действии

Приведённое квадратное уравнение $x^2-7x+10=0$ имеет корни 2 и 5. Их сумма равна 7, а произведение 10.

Мы видим, что сумма корней равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а произведение свободному члену.