

# Тригонометрические формулы

# Цель урока

- Повторение изученного материала
- Подготовка к контрольной работе

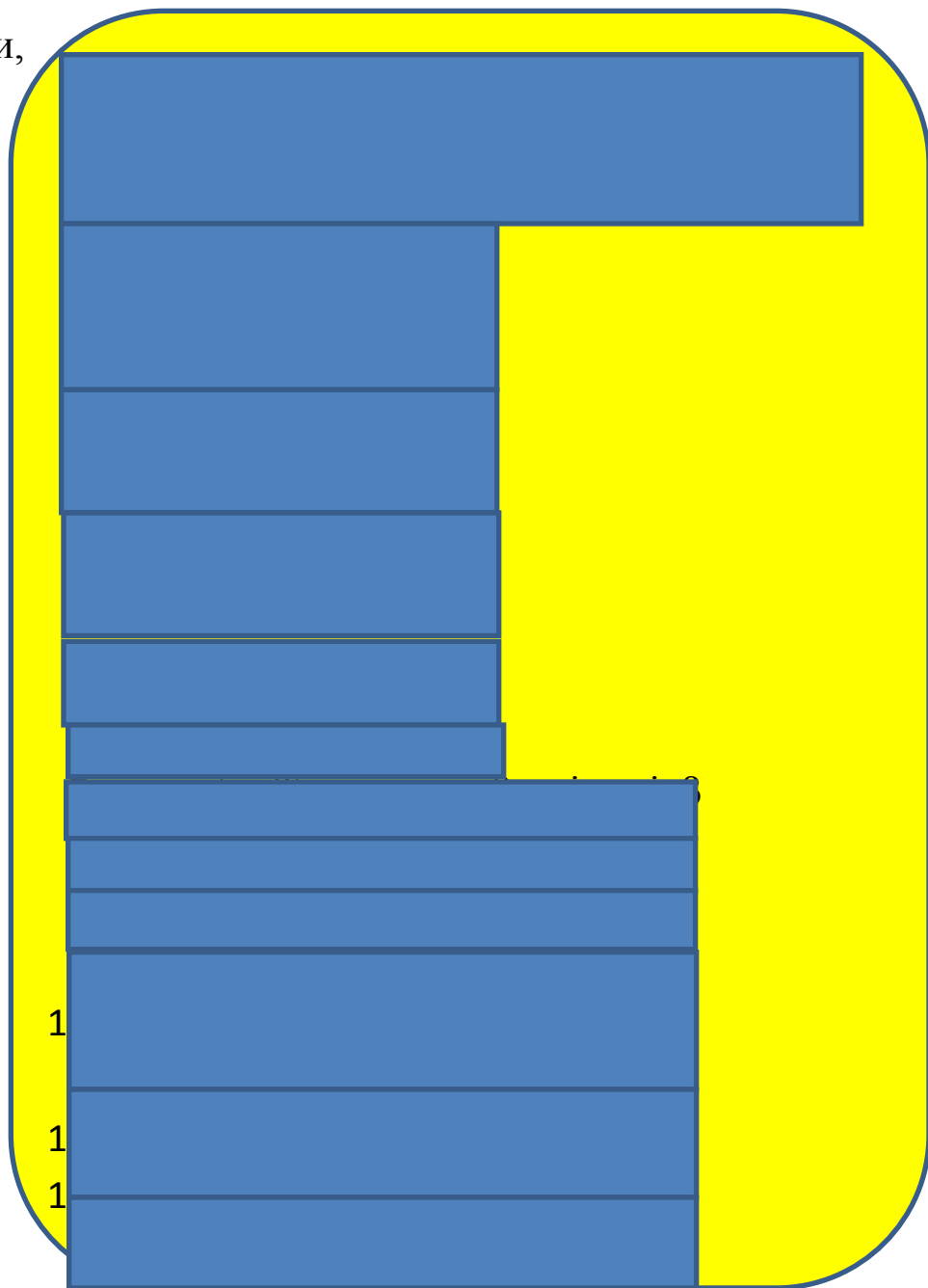
# Задачи урока

- Повторить определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа  $\alpha$ ;
- Повторить формулы приведения, формулы двойного угла, формулы сложения;
- Повторить основное тригонометрическое тождество и формулы, выражающие связь между тангенсом и косинусом, между котангенсом и синусом.
- Научить применять полученные знания при решении задач.

# Ход урока

1. Блиц-опрос
2. Закрепление знаний и умений
3. Самостоятельная работа (тест)
4. Проверка самостоятельной работы
5. Это интересно
6. Итог урока
7. Домашнее задание

1. Синусом угла  $\alpha$  называется \_\_\_\_\_ точки, полученной поворотом точки \_\_\_\_\_ вокруг начала координат на угол  $\alpha$
2.  $\operatorname{tg} \alpha =$
3.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$
4.  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$
5.  $\sin(-\alpha) =$
6.  $\operatorname{tg}(-\alpha) =$
7.  $\cos(\alpha + \beta) =$
8.  $\sin(\alpha - \beta) =$
9.  $\sin 2\alpha =$
10.  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) =$
11.  $\sin(\pi - \alpha) =$
12.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$



1. Косинусом угла  $\alpha$  называется \_\_\_\_\_ точки, полученной поворотом точки \_\_\_\_\_ вокруг начала координат на угол  $\alpha$

2.  $\operatorname{ctg} \alpha =$

3.  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$

4.  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha =$

5.  $\cos(-\alpha) =$

6.  $\operatorname{ctg}(-\alpha) =$

7.  $\cos(\alpha - \beta) =$

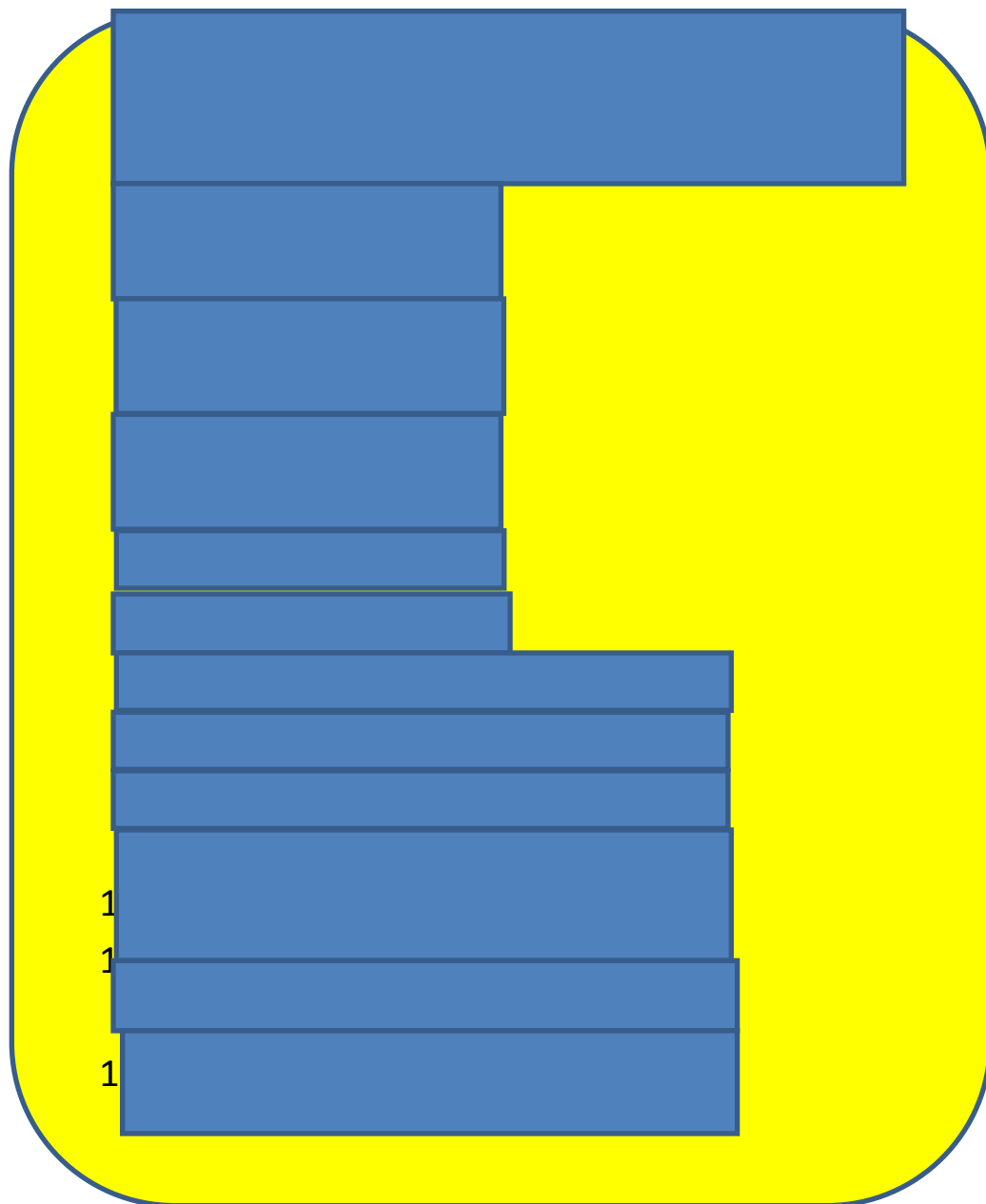
8.  $\sin(\alpha + \beta) =$

9.  $\cos 2\alpha =$

10.  $\operatorname{tg} 2\alpha =$

11.  $\cos(\pi - \alpha) =$

12.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$



# Закрепление знаний и умений

1) Дано:  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Найти:  $\cos \alpha$

ОТВЕТ:  $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{2}{3}}$

# преобразование выражений

Упростите

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

✘

$$1 / \sin^2 \alpha$$

✘

$$1 / \cos^2 \alpha$$

✘

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha$$

✘

$$\operatorname{tg}^2 \alpha$$

**ОТВЕТ**



# преобразование выражений

Упростите

$$1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

✘

$$1/\sin^2 \alpha$$

✘

$$1/\cos^2 \alpha$$

✘

$$1/\operatorname{ctg}^2 \alpha$$

✘

$$1/\operatorname{tg}^2 \alpha$$

**ОТВЕТ**

# преобразование выражений

Упростите

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

**ОТВЕТ**

# преобразование выражений

Упростите

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$-1 / \sin^2 \alpha$$

$$0$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha$$

$$-1$$

**ОТВЕТ**

# преобразование выражений

Упростите

$$1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

✘

$$-ctg^2 \alpha$$

✘

$$-tg^2 \alpha$$

✘

$$ctg^2 \alpha$$

✘

$$tg^2 \alpha$$

**ОТВЕТ**

## 2) Вычислить:

**Дано:**  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}; 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

**Найти:**  $\sin \alpha$

**ОТВЕТ:**  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

## Упростить выражение

$$3) \quad 2 \sin(-\alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 2 \cos(-\alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

**Ответ: -2**

$$4) \quad (1 - \operatorname{tg}(-\alpha)) \cdot (1 - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)) \cdot \cos^2 \alpha$$

**Ответ:  $\cos 2\alpha$**

**5) Доказать:**

$$\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

**6) Доказать:**

$$\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

## вариант 1

1) Найдите значение

$$3 \sin^2 120^\circ - 4 \cos 180^\circ + 3 \operatorname{tg} 135^\circ$$

а) -2,5; б) 5,5; в) -4,75; г) 3,25.

2) Дано:

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}; \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

Найдите значение:

$$\cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$$

а)  $-\frac{31}{20}$  б)  $-\frac{1}{20}$  в)  $\frac{1}{20}$  г)  $\frac{31}{20}$

3) Упростите выражение:

$$\frac{1 - (1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha}$$

а)  $-\cos \alpha$  б)  $\sin^2 \alpha$  в)  $\cos \alpha$  г)  $\sin \alpha$

## вариант 2

1) Найдите значение

$$2 \cos^2 150^\circ - 3 \sin(-90^\circ) - 5 \operatorname{ctg} 135^\circ$$

а) -3,5; б) 9,5; в) -0,5; г) 6,5.

2) Дано:  $\cos \alpha = \frac{4}{5}; \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Найдите значение:  $\sin \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$

а)  $-\frac{11}{15}$  б)  $1\frac{14}{15}$  в)  $\frac{11}{15}$  г)  $-1\frac{14}{15}$

3) Упростите выражение:

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha}{1 - (\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$$

а)  $-2 \cos \alpha$  б)  $\frac{1}{2 \cos \alpha}$  в)  $2 \sin \alpha$  г)  $-\frac{1}{2 \sin \alpha}$



# Проверка

1 вариант

1. г)
2. б)
3. г)

2 вариант

1. б)
2. в)
3. г)



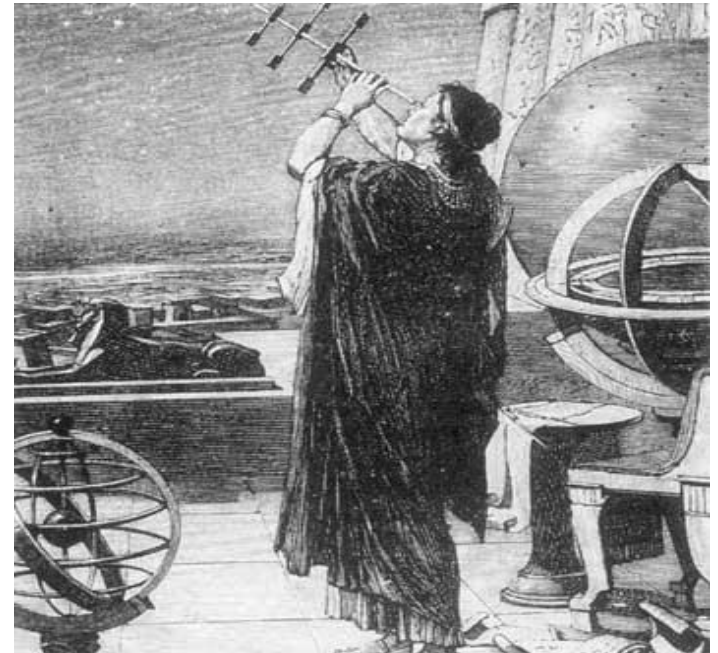
***Это интересно***

Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности. Само название «**тригонометрия**» греческого происхождения, обозначающее «**измерение треугольников**».

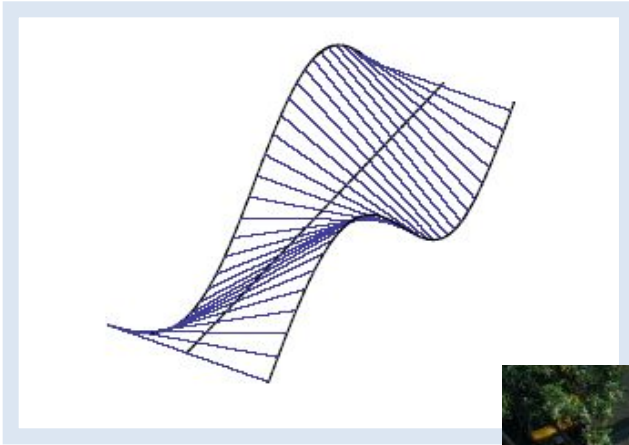


Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во 2 веке до нашей эры.

Гиппарх является автором первых тригонометрических таблиц и одним из основоположников астрономии.



# Тригонометрия и ее применение в различных сферах науки и жизни



$$z = kx \sin \frac{y}{a}, \quad k=1, a=1$$

**В архитектуре**



Детская школа Гауди в Барселоне

**Сантьяго Калатрава**  
**Винодельня «Бодегас Исиос»**





**Феликс Кандела**  
**Ресторан в Лос-Манантиалесе**

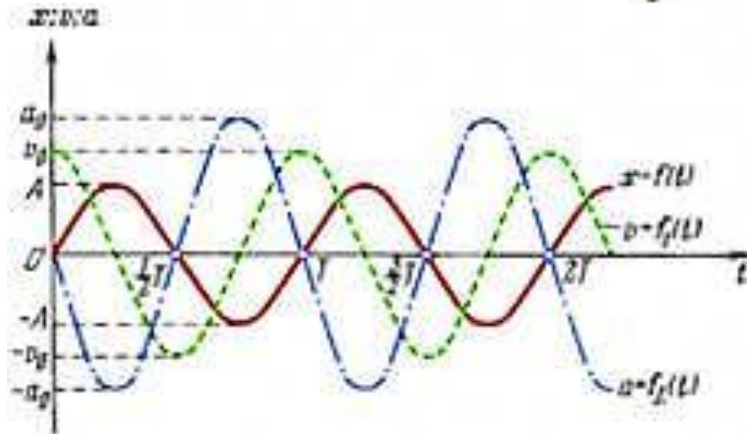


# Тригонометрия в

**физике**  
Колебания, при которых изменения физических величин происходят по закону косинуса или синуса (гармоническому закону), называются **гармоническими колебаниями**.

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad x = x_m \sin(\omega t + \varphi'_0)$$

Выражение, стоящее под знаком косинуса или синуса, называется *фазой*  $\varphi = \omega t + \varphi_0$





# Теория радуги

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2}$$

$n_1$  - показатель преломления первой среды

$n_2$  - показатель преломления второй среды



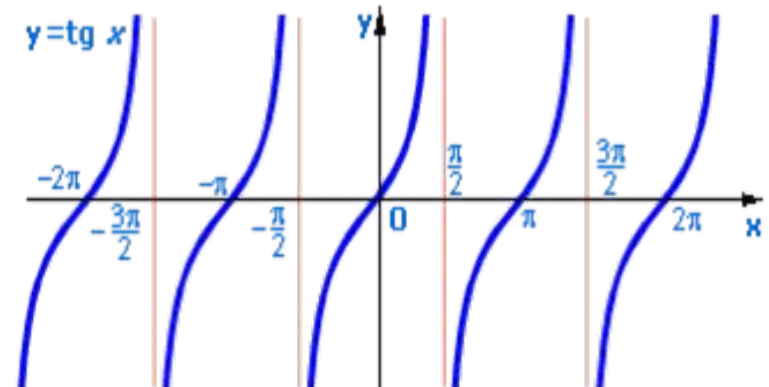
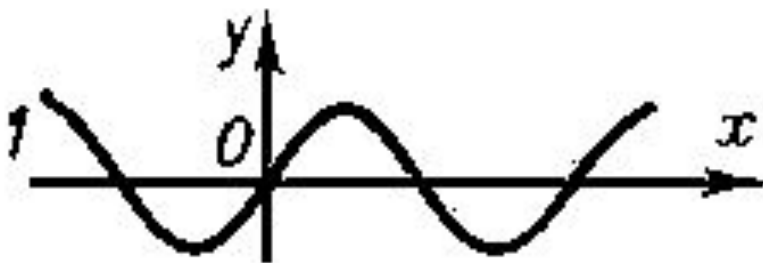
Угол преломления света

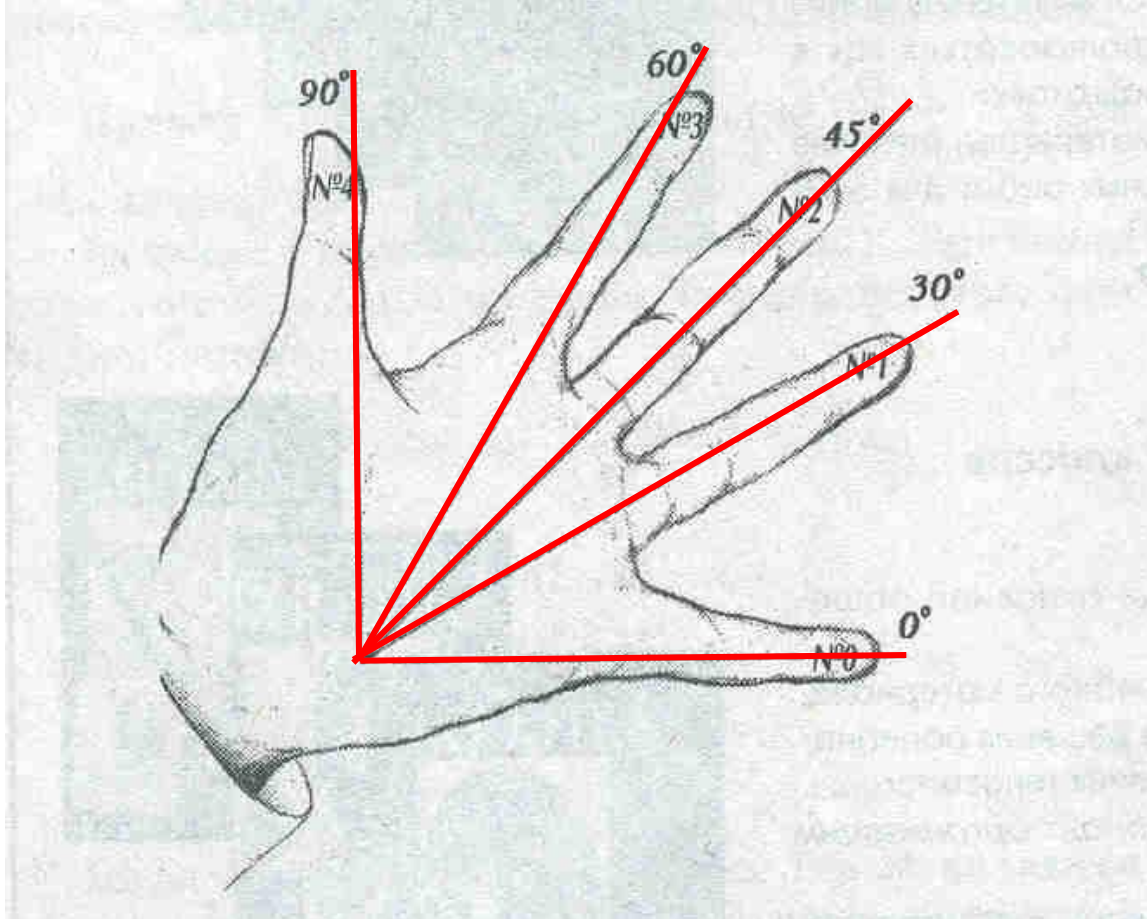
## Северное сияние

$$F = q \left[ \vec{v} \cdot \vec{B} \right] = qvB \sin \alpha$$



# Тригонометрия в биологии





## *Тригонометрия в ладони*

№0 Мизинец	0°
№1 Безымянный	30°
№2 Средний	45°
№3 Указательный	60°
№4 Большой	90°

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

# Значение синуса

№ пальца	Угол $\alpha$	
0	0	$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30	$\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90	$\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

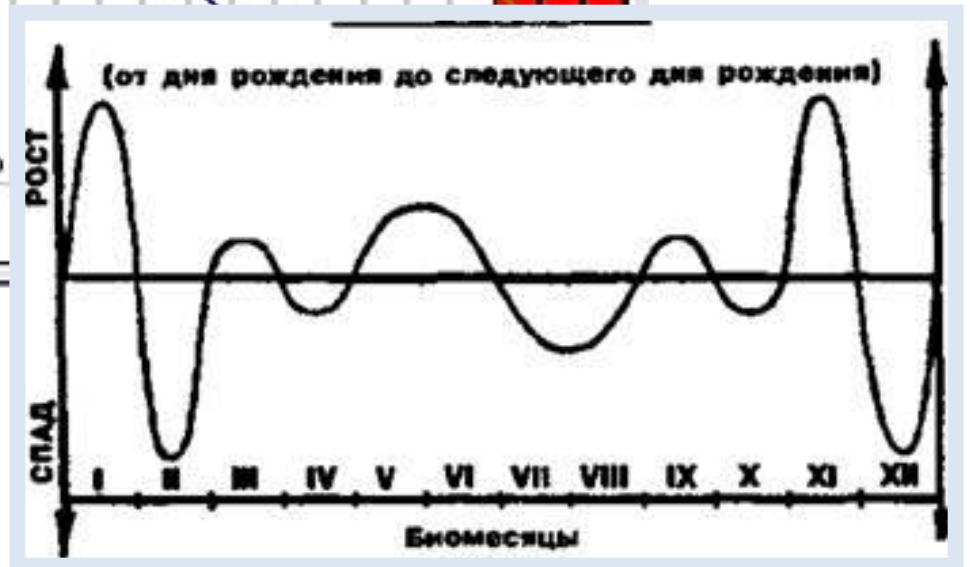
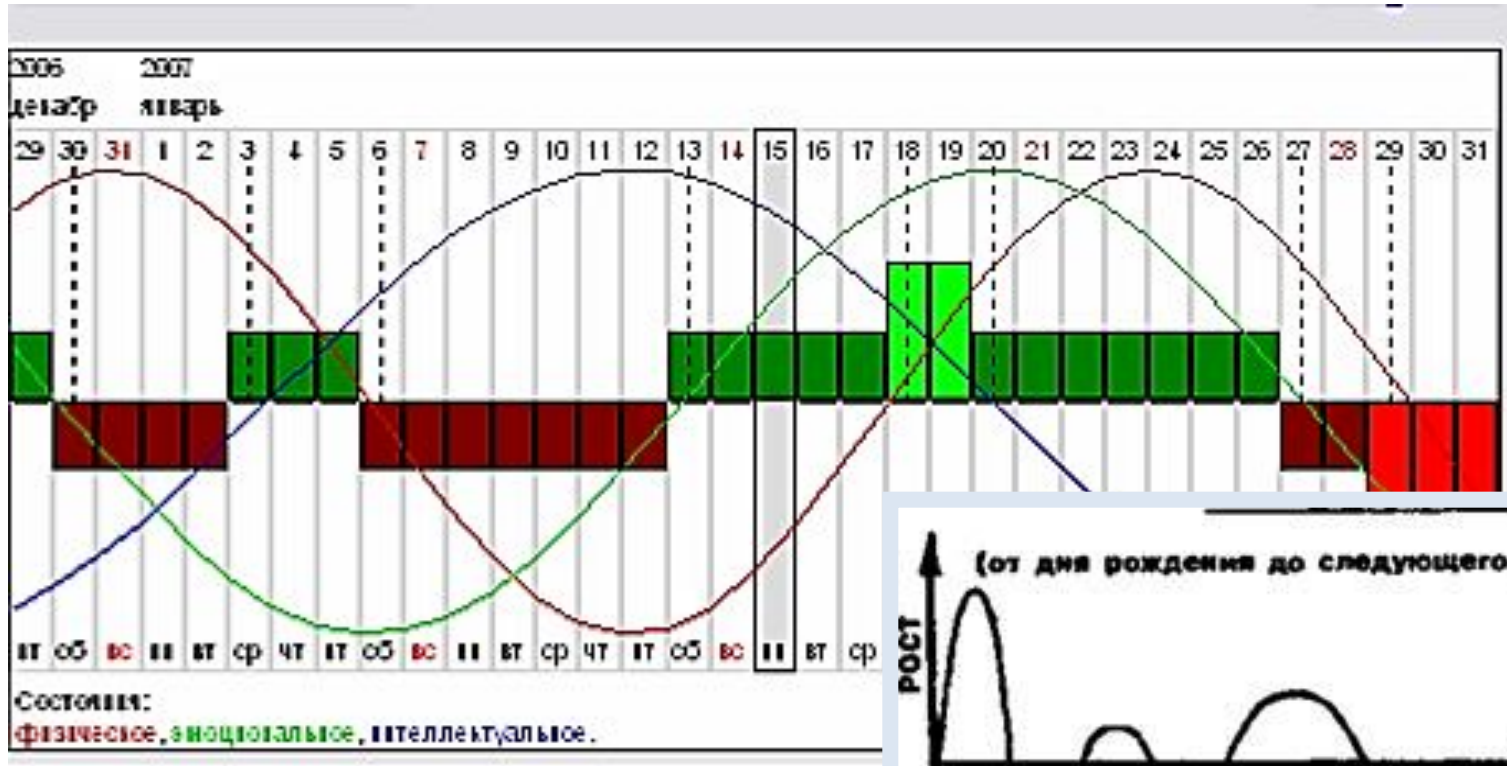
# Значение косинуса

№ пальца	Угол $\alpha$	
4	0	$\cos 0^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
3	30	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
1	60	$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
0	90	$\cos 90^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

# Биоритмы

Экологические ритмы : суточные, сезонные (годовые), приливные и лунные циклы

Физиологические ритмы: ритмы давления, биения сердца, артериальное давление.



# Домашнее задание

- стр. 12 № 14,15а),б)
- Стр.20 № 31
- Стр.21 № 38,39 а),б)

Доказать:

$$\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

*МАТЕРИАЛ К УРОКУ ПОДОБРАН  
ИЗ РАЗЛИЧНЫХ САЙТОВ  
ИНТЕРНЕТА*