

**«Хочу всё знать»**

**«Теорема Пифагора»**



# Содержание.

1. Биография Пифагора
2. Доказательства теоремы Пифагора.
3. История развития теоремы Пифагора.
4. Применение теоремы Пифагора в жизни.
5. Пифагор и литература.
6. Немного юмора.



# САМ ПИФАГОР

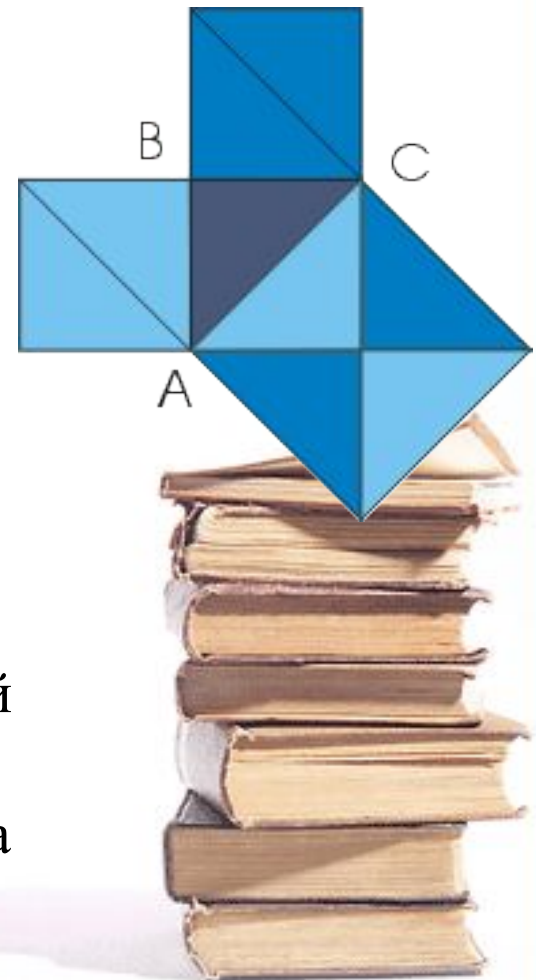
Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора неизвестно. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.



# Простейшее доказательство

Простейшее доказательство теоремы получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника. В самом деле, достаточно просто посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы. Например, для треугольника  $ABC$ : квадрат, построенный на гипотенузе  $AC$ , содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, - по два.

**Теорема доказана.**



# Доказательство индийского математика Бхаскари СМОТРИ

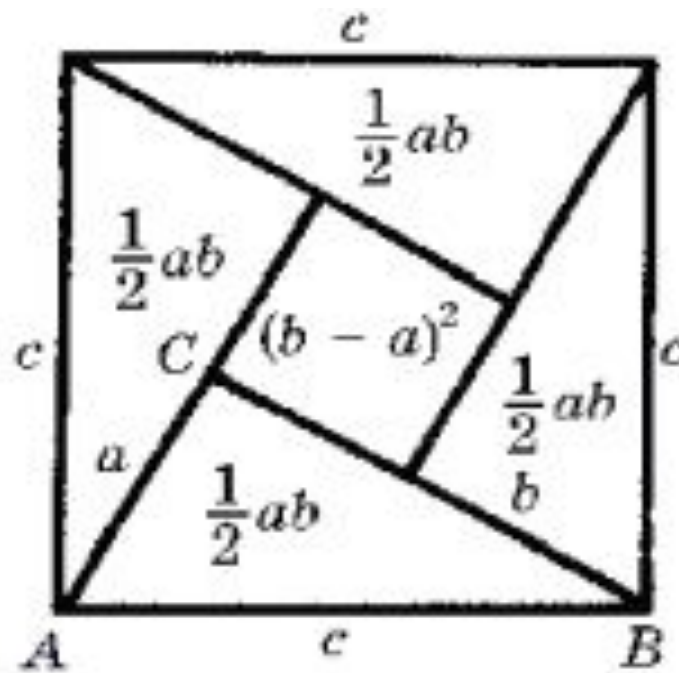
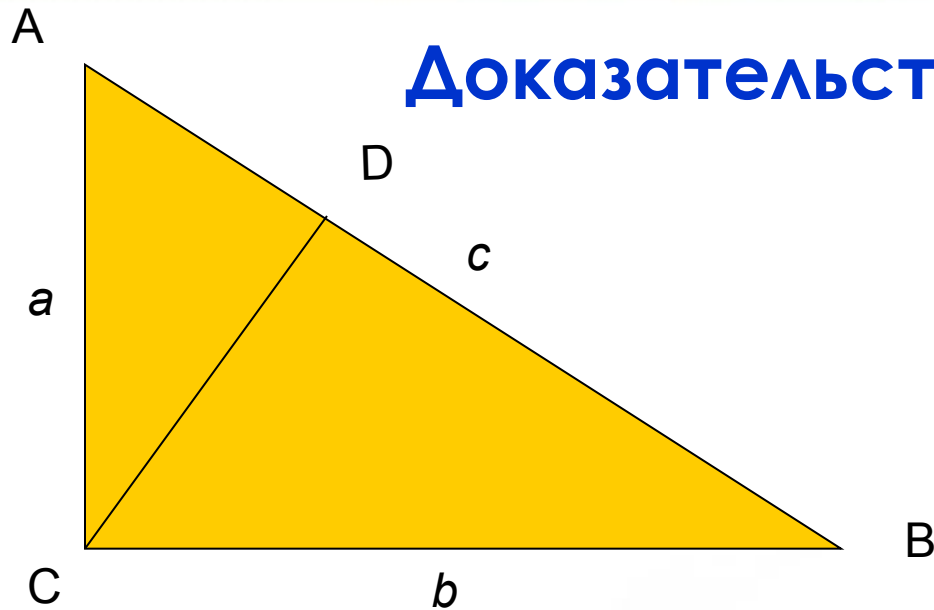


Рис. 12



## Доказательство по косинусу

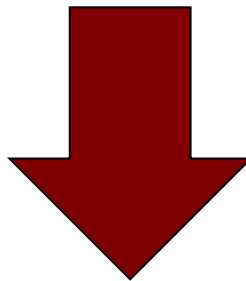


Построим высоту из прямого угла C.  
По определению косинуса:

$$\cos A = AD:AC = AC:AB \Rightarrow AB \cdot AD = AC^2$$



Аналогично:  $\cos B = BD:BC = BC:AB$



$$AB \cdot BD = BC^2$$

Складывая полученные равенства почленно и замечая, что

$$AD + DB = AB,$$

получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB(AD + DB) = AB^2$$

*Теорема доказана!!!*



# История развития теоремы Пифагора

Исторический обзор начнем с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5:

*"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".*

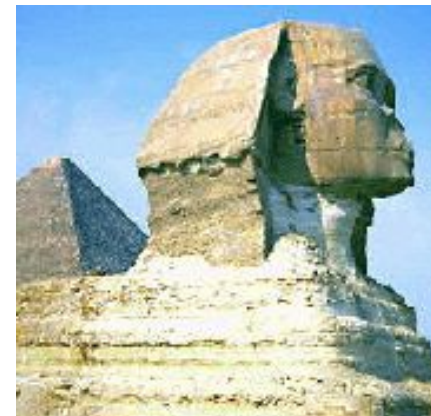
В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.





# История развития теоремы Пифагора

**Кантор** (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство  $3^2 + 4^2 = 5^2$  было известно уже **египтянам** еще около 2300 г. до н. э., во времена царя **Аменемхета I** (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора *гарпедонапты*, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.



# История развития теоремы Пифагора

Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиной в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становится излишним, если воспользоваться, например, деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент, например рисунки, изображающие столярную мастерскую.



Несколько больше известно о теореме Пифагора у **вавилонян**. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой-на критическом изучении греческих источников, **Ван-дер-Варден** (голландский математик) сделал следующий вывод:

*"Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."*



# История развития теоремы Пифагора



Геометрия у **индусов**, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.



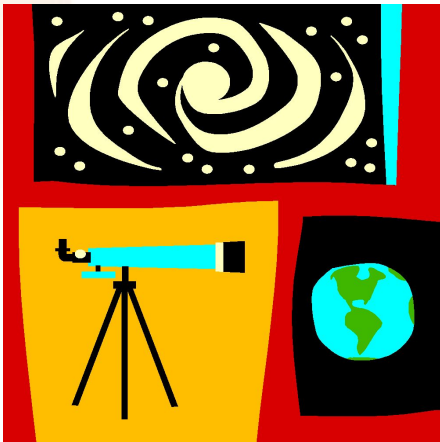
# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

## ПРИМЕНЕНИЕ



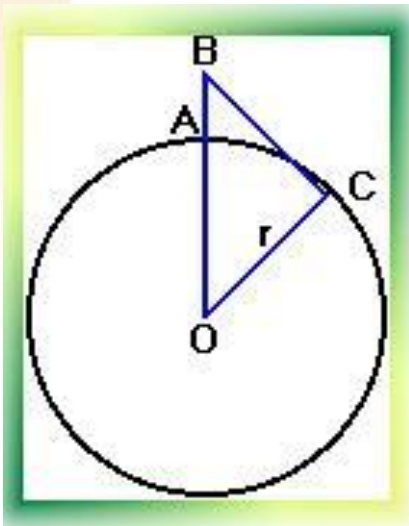
# ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

- Строительство
- Астрономия
- Мобильная связь



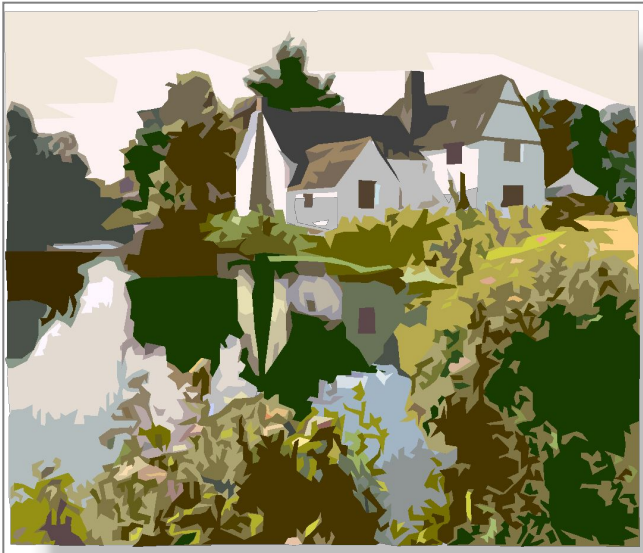
# Мобильная связь

- Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе  $R=200$  км? (радиус Земли равен  $6380$  км.)
- Решение:
- Пусть  $AB = x$ ,  $BC = R = 200$  км,  $OC = r = 6380$  км.
- $OB = OA + AB$   
 $OB = r + x$ .
- Используя теорему Пифагора, получим  
Ответ:  $2,3$  км.



# Строительство

- Окна
- Крыши
- Молниеотводы



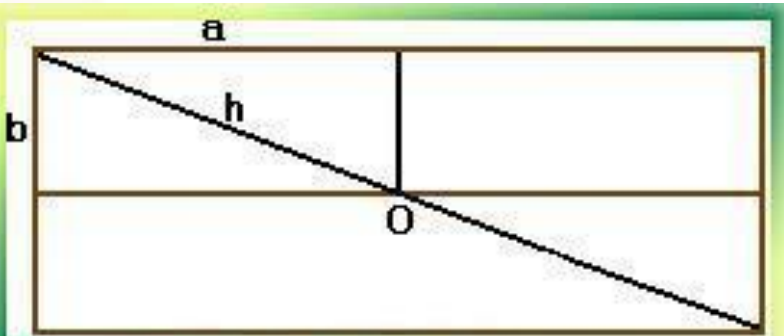


# Молниеотвод

- Известно, что молниеотвод защищает от молнии все предметы, расстояние которых от его основания не превышает его удвоенной высоты. Необходимо определить оптимальное положение молниеотвода на двускатной крыше, обеспечивающее наименьшую его доступную высоту.

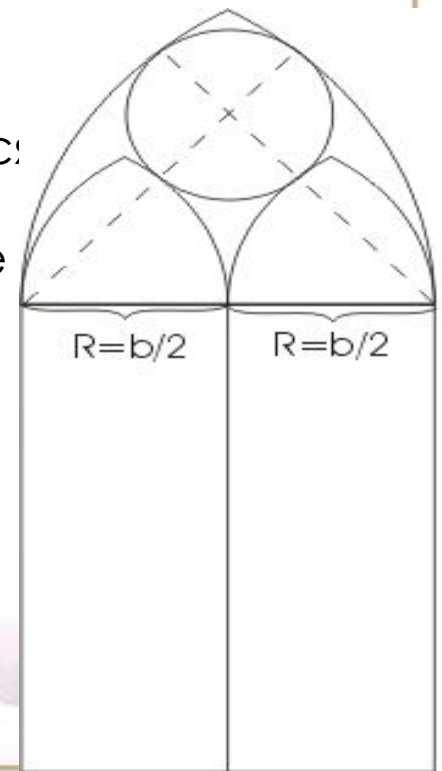
Решение:

- По теореме Пифагора  $2h \geq a^2 + b^2$ , значит  $h \geq (a^2 + b^2) / 2$ .



# Окна

- В зданиях **готического и романского стиля** верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон. На рисунке представлен простой пример такого окна в готическом стиле. Способ построения его очень прост: Из рисунка легко найти центры шести дуг окружностей, радиусы которых равны
- ширине окна ( $b$ ) для наружных дуг
- половине ширины, ( $b/2$ ) для внутренних дуг
- Остается еще полная окружность, касающаяся четырех дуг. Т. к. она заключена между двумя concentрическими окружностями, то ее диаметр равен расстоянию между этими окружностями, т. е.  $b/2$  и, следовательно, радиус равен  $b/4$ .
- А тогда становится ясным и положение ее центра.



- В **романской архитектуре** часто встречается мотив, представленный на рисунке. Если  $b$  по-прежнему обозначает ширину окна, то радиусы полуокружностей будут равны  $R = b / 2$  и  $r = b / 4$ . Радиус  $p$  внутренней окружности можно вычислить из прямоугольного треугольника, изображенного на рис. пунктиром. Гипотенуза этого треугольника, проходящая через точку касания окружностей, равна  $b/4+p$ , один катет равен  $b/4$ , а другой  $b/2-p$ . По теореме Пифагора имеем:

- $(b/4+p)^2 = (b/4)^2 + (b/2-p)^2$

или

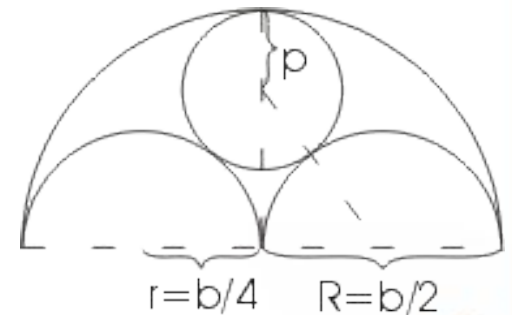
- $b^2/16 + bp/2 + p^2 = b^2/16 + b^2/4 - bp + p^2$ ,

откуда

- $bp/2 = b^2/4 - bp$ .

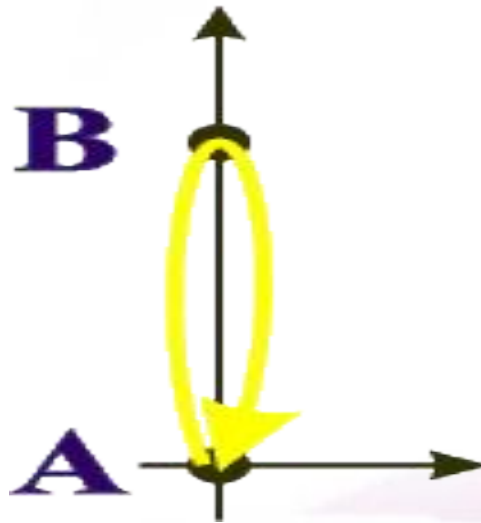
- Разделив на  $b$  и приводя подобные члены, получим:

$$(3/2)p = b/4, \quad p = b/6.$$

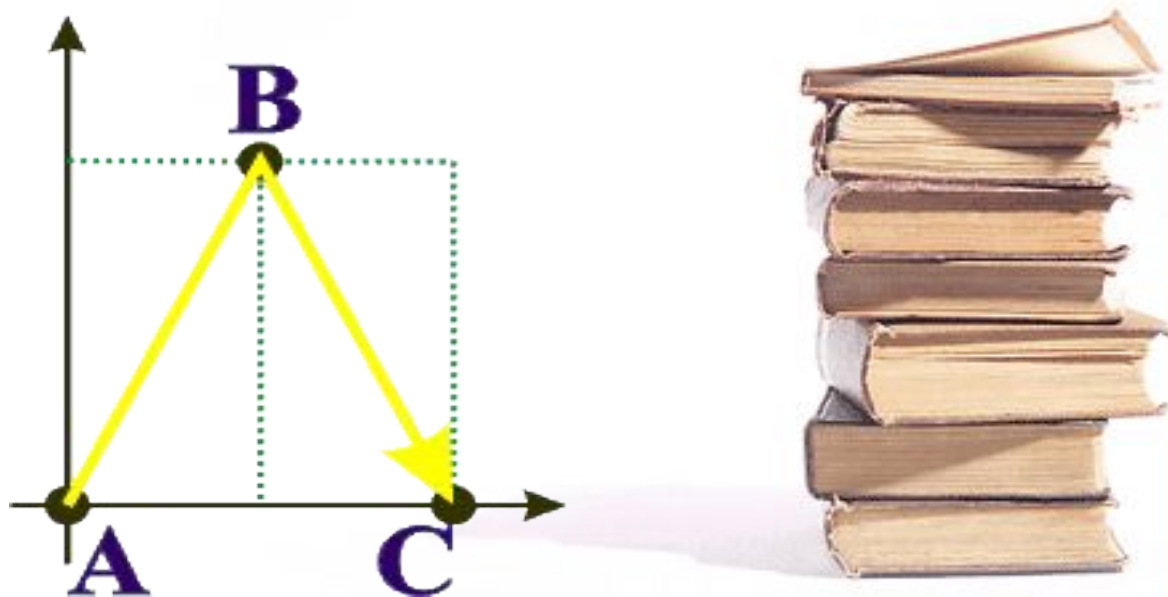


# Астрономия

- На этом рисунке показаны точки А и В и путь светового луча от А к В и обратно. Путь луча показан изогнутой стрелкой для наглядности, на самом деле, световой луч - прямой.
- Какой путь проходит луч? Поскольку свет идет туда и обратно одинаковый путь, спросим сразу: чему равно расстояние между точками?



- На этом рисунке показан путь светового луча только с другой точки зрения, например из космического корабля. Предположим, что корабль движется влево. Тогда две точки, между которыми движется световой луч, станут двигаться вправо с той же скоростью. Причем, в то время, пока луч пробегает свой путь, исходная точка А смещается и луч возвращается уже в новую точку С.





- **В конце девятнадцатого века высказывались разнообразные предположения о существовании обитателей Марса подобных человеку. В шутку, хотя и не совсем безосновательно, было решено передать обитателям Марса сигнал в виде теоремы Пифагора. Неизвестно, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.**



# Строительство крыши

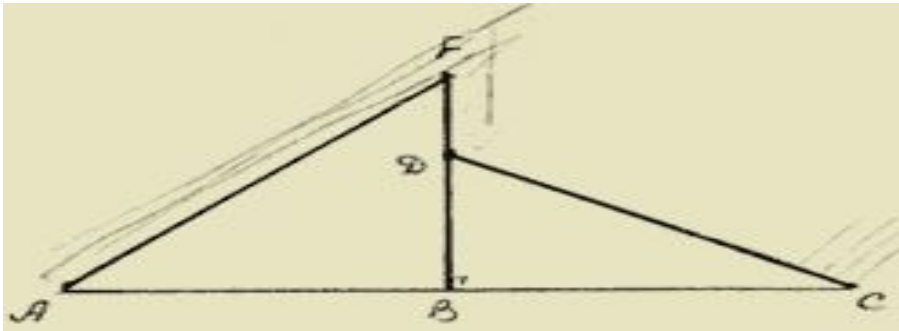
При строительстве домов и коттеджей часто встает вопрос о длине стропил для крыши, если уже изготовлены балки. Например: в доме задумано построить двускатную крышу (форма в сечении). Какой длины должны быть стропила, если изготовлены балки  $AC=8$  м., и  $AB=BF$ .

**Решение:**

Треугольник  $ADC$  - равнобедренный  $AB=BC=4$  м.,  $BF=4$  м. Если предположить, что  $FD=1,5$  м., тогда:

А) Из треугольника  $DBC$ :  $DB=2,5$  м.,

Б) Из треугольника  $ABF$ :  $AF = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} \approx 5,7$



# Пифагор и литература.

Многие при имени Пифагора вспоминают его теорему, но мало кто знает, что он имел отношение не только к математике, но и к литературе...





**Пифагор- это не только  
великий математик, но и  
великий мыслитель своего  
времени.Познакомимся с  
некоторыми его  
философскими  
высказываниями...**



1. Мысль — превыше всего между людьми на земле.
2. Не садись на хлебную меру (т. е. не живи праздно).
3. Уходя, не оглядывайся (т. е. перед смертью не цепляйся за жизнь).
4. По торной дороге не ходи (т. е. следуй не мнениям толпы, а мнениям немногих понимающих).
5. Ласточек в доме не держи (т. е. не принимай гостей болтливых и не сдержанных на язык).
6. Будь с тем, кто ношу взваливает, не будь с тем, кто ношу сваливает (т. е. поощряй людей не к праздности, а к добродетели, к труду).
7. В перстне изображений не носи (т. е. не выставляй напоказ перед людьми, как ты судишь и думаешь о богах).



**Но, конечно, одна из  
самых главных заслуг  
Пифагора – это  
доказательство теоремы,  
которая носит его имя...**



# Теорема Пифагора нашла свое отражение и в литературе.

***А точнее в :***

- В легендах.
- В стихах и песнях.



# Легенда о смерти Пифагора.

Сонную тишину ночного Метапонта прорезал ужасный крик. Послышалось падение на землю тяжелого тела, топот убегающих ног, и все смолкло. Когда ночной караул прибыл на место происшествия, в колеблющемся свете факелов все увидели распростертого на земле Старца и неподалеку от него - мальчика 12 лет с лицом, перекошенным от ужаса.

- Кто это? - спросил начальник караула у мальчика.

- Это Пифагор, - ответил тот.

- Кто такой Пифагор? Среди жителей города нет гражданина с таким именем.

- Мы недавно прибыли из Кротона. Мой господин должен был скрываться от врагов, и выходил только ночью. Они выследили его и убили.

- Сколько их было?

- Я этого не успел заметить в темноте. Они отбросили меня в сторону и накинулись на него.

Начальник караула стал на колени и приложил руки к груди старца.

- Конiec, - сказал он.



Пребудет вечной истина, как скоро  
Ее познает слабый человек!  
И ныне теорема Пифагора  
Верна, как и в его далекий век.  
Обильно было жертвоприношение  
Богам от Пифагора. Сто быков  
Он отдал на закланье и сожженье  
За света луч, пришедший с облаков.  
Поэтому всегда с тех самых пор,  
Чуть истина рождается на свет,  
Быки ревут, ее почуя, в след.  
Они не в силах свету помешать.  
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать  
От страха, что вселил в них Пифагор.

Эти стихи написал немецкий писатель-романист  
А Шамиссо в начале XIX в., участвуя в кругосветном  
путешествии на русском корабле «Рюрик».

