



# «Неразлучная пара» - показательная и логарифмическая функции



Работу выполнили учащиеся 11 класса МОУГ № 97:

# План исследования

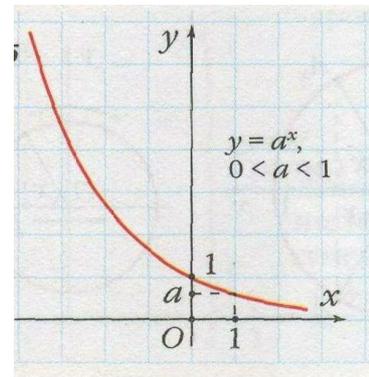
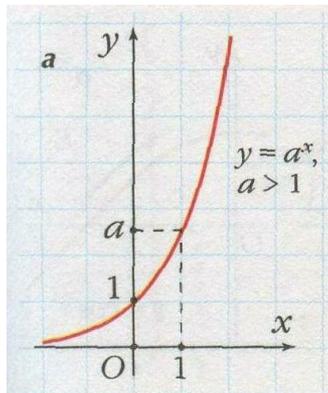
1. Область определения
2. Область значений
3. Промежутки знакопостоянства
4. Монотонность
5. Асимптоты
6. Преобразование графиков
7. Применение свойств функции



# Показательная функция

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

1. Область определения – множество  $\mathbf{R}$  действительных чисел
2. Область значений – множество  $\mathbf{R}_+$  всех положительных действительных чисел
3. При  $\mathbf{a > 1}$  функция возрастает на всей числовой прямой; при  $\mathbf{0 < a < 1}$  функция убывает на множестве  $\mathbf{R}$

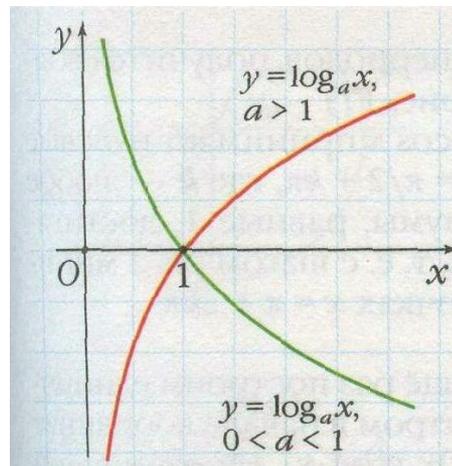


Графиком показательной функции является экспоненциальная кривая.

# Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$$

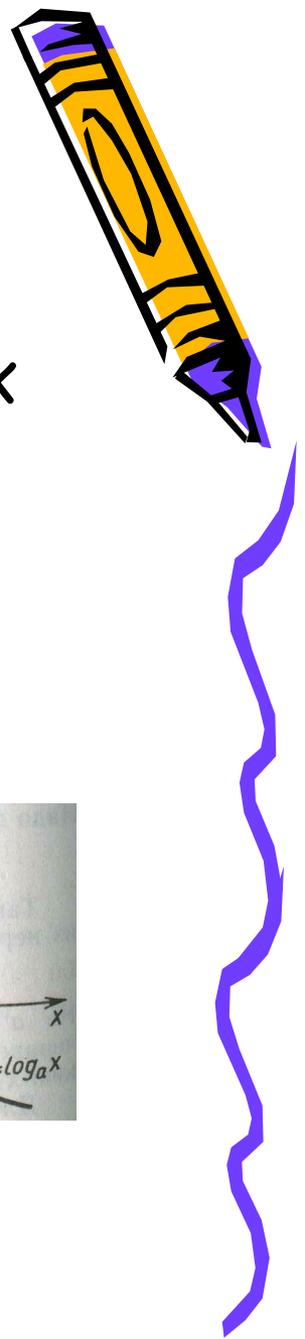
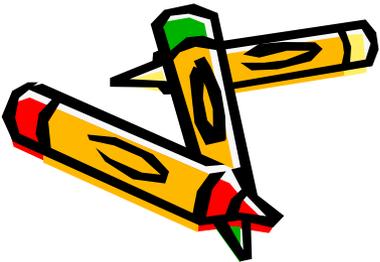
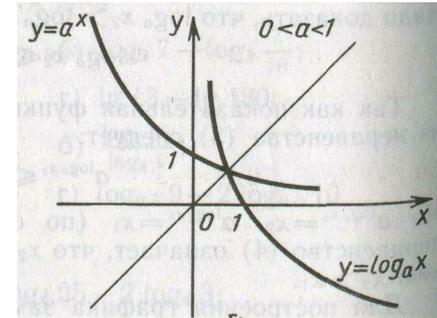
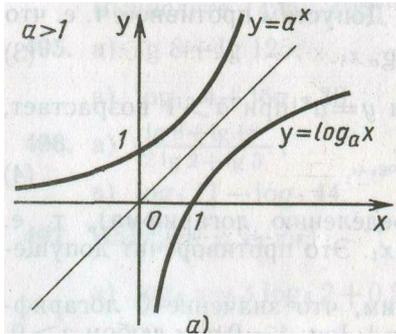
1. Область определения логарифмической функции - множество всех положительных чисел  $\mathbb{R}_+$ .
2. Область значений логарифмической функции - множество всех действительных чисел.
3. При  $a > 1$  функция **возрастает** на всей области определения; при  $0 < a < 1$  функция **убывает**.



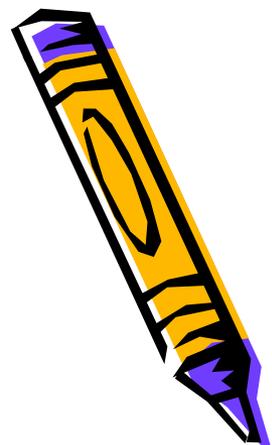
Графиком логарифмической функции является логарифмика.

# «Неразлучная пара»

- Графики показательной и логарифмической функций, имеющих одинаковое основание, симметричны относительно прямой  $y=x$



# Применение свойств функции к решению неравенств



$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$	$a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$
$\log_a f(x) \leq \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$	$\log_a f(x) \leq \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$

**Пример.** Решить неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) < \log_{\frac{1}{2}}(3x-2)$ .

**Решение.**  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) < \log_{\frac{1}{2}}(3x-2) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 3x-2, \\ 3x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5, \\ x > \frac{2}{3}. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(\frac{2}{3}; 5\right).$$

**Пример.** Решить неравенство  $5^{x+2} + 5^{x+1} \geq 6$ .

**Решение.**  $5^{x+2} + 5^{x+1} \geq 6 \Leftrightarrow 5 \cdot 5^{x+1} + 5^{x+1} \geq 6 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 5^{x+1} \geq 6 \Leftrightarrow 5^{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow 5^{x+1} \geq 5^0.$$

Так как основание показательной функции больше единицы, то  $5^{x+1} \geq 5^0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$       **Ответ.**  $[-1; +\infty)$ .





# Литература



- Математический энциклопедический словарь. М., «Советская энциклопедия», 1988
- Энциклопедический словарь юного математика. Изд.» Педагогика», 1985 г.
- А.Г.Мордкович «Алгебра и начала анализа» 10-11, «Мнемозина», 2000.
- «Математическая энциклопедия». М. Изд.»Советская энциклопедия», 1982 т.3, стр.407, т.4, стр.390
- Алгебра и математический анализ. И.Я.Виленкин, О.С.Иванов-Мусатов, С.И.Шварцбурд. М., «Просвещение», 1998
- «Алгебра и начала анализа» учебник 10-11. Под редакцией А. Н.Колмогоров, М.,»Просвещение», 1997.

