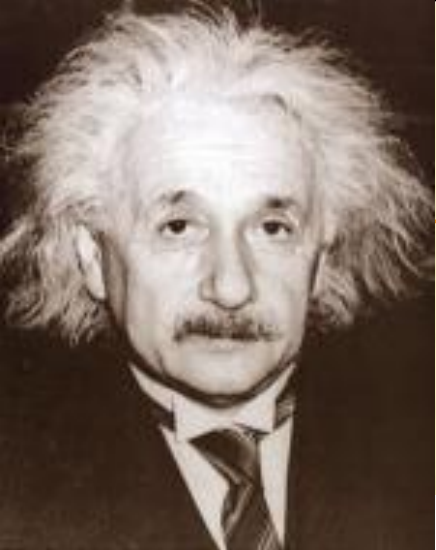


«РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ »

Учитель
математики
Короткова А.Э.



*« Уравнения для меня
важнее, потому что
политика — для
настоящего, а уравнения
— для вечности. »*

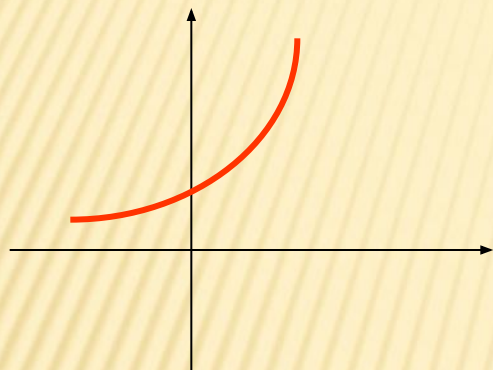
Альберт Эйнштейн

□ Свойства показательной функции:

□ Известно, что показательная функция $y=a^x$

□ при $a>1$ возрастает ,

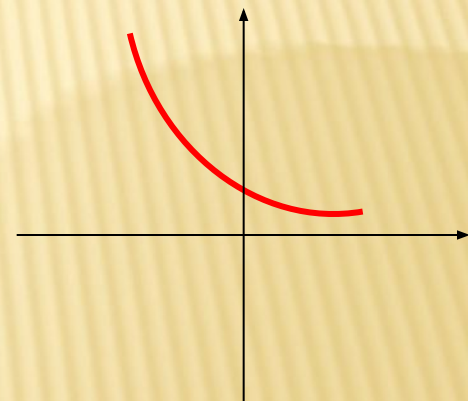
а при $0<a<1$ убывает.



при $a>1$

□ При $x=0$ $y=1$

□ При любых x функция $y=a^x$ принимает значения $y>0$.



при $0<a<1$

□ При $x=0$ $y=1$

СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

- $a^0=1$;
- $a^m a^n = a^{m+n}$;
- $a^m b^m = (ab)^m$;
- $a^m / a^n = a^{m-n}$;
- $(a^m)^n = a^{mn}$;
- $a^{m*} b^m = (a*b)^m$,
- $a^m / b^m = (a/b)^m$,
- $a^{-k} = 1/a^k$;

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- Показательным называют уравнение, содержащее переменную в показателе степени, например:
- $2^X=4$; $3^x=2^x$; $5^{X-2}=25$.
- Рассмотрим типы решения показательных уравнений:
- 1 тип: приведение показательного уравнения к виду $a^{f(x)}=a^{u(x)}$.**
- Известно, что показательная функция $y=a^x$ при $a>0$, $a\neq 1$ возрастает или убывает, поэтому каждое свое значение она принимает только при одном значении аргумента.
- Из равенства $a^{f(x)}=a^{u(x)}$ следует равенство $F(x)=U(x)$.
- Этим утверждением руководствуются при решении показательных уравнений, т.е. обе части уравнения приводят к степени с одинаковым основанием.

ПРИМЕР 1

$$5^{3X-2}=5^{10-X}; \quad 3X-2=10-X; \quad 3X+X=10+2; \quad 4X=12; \quad X=3.$$

ПРИМЕР 2

$$\left(\frac{7}{2}\right)^X=\left(\frac{2}{7}\right)^{4-5X}; \quad \left(\frac{7}{2}\right)^X=\left(\frac{7}{2}\right)^{-4+5X}; \quad X=-4+5X; \quad X-5X+4=0; \quad X=4.$$

ПРИМЕР 3

$\left(\frac{2}{3}\right)^X\left(\frac{9}{8}\right)^X=\frac{27}{64}$. Т.к. показатели степени одинаковые, то при умножении степеней с одинаковыми показателями надо перемножить их основания, а показатель степени оставить прежним, т.е.

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}\right)^X=\frac{27}{64}; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^X=\left(\frac{3}{4}\right)^3; \quad X=3.$$

Решение уравнений.

2 ТИП: вынесение общего множителя за скобки.

ПРИМЕР 1

$$3^X - 2 * 3^{X-2} = 63; \quad 3^{X-2}(3^{X-X+2} - 2) = 63;$$

$$3^{X-2} * 7 = 63; \quad 3^{X-2} = 9; \quad 3^{X-2} = 3^2;$$

$$X - 2 = 2; \quad X = 4.$$

ПРИМЕР 2

$$5^{2X-1} - 5^{2X} + 2^{2X} + 2^{2X+2} = 0;$$

$$2^{2X} + 2^{2X} \cdot 2^2 = 5^{2X} - 5^{2X} \cdot 5^{-1};$$

$$2^{2X}(1 + 2^2) = 5^{2X}(1 - 5^{-1});$$

$$2^{2X} \cdot 5 = 5^{2X}(1 - 1/5);$$

$$2^{2X} * 5 = 5^{2X} * 4/5;$$

$$(2/5)^{2X} = 4/(5 * 5);$$

$$(2/5)^{2X} = (2/5)^2;$$

$$2X = 2; \quad X = 1.$$

ПРИМЕР 3

$$2^{3X+2} - 2^{3X+1} = 12 + 2^{3X-1};$$

$$2^{3X-1}(2^3 - 2^2 - 1) = 12;$$

$$2^{3X-1} * 3 = 12;$$

$$2^{3X-1} = 4;$$

$$2^{3X-1} = 2^2;$$

$$3X - 1 = 2; \quad 3X = 3;$$

$$X = 1.;$$

3 ТИП : ПРИВЕДЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ К КВАДРАТНОМУ.

ПРИМЕР 1.

$$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0.$$

Введем подстановку: $7^x = y$, тогда $y^2 - 8y + 7 = 0$.

Решаем уравнение и находим корни

$$D = b^2 - 4ac, \quad D = 36; \quad y_1 = (8+6)/2 = 7; \quad y_2 = (8-6)/2 = 1;$$

Подставим значения переменной y в подстановку.

$$7^x = 7 \quad \text{или} \quad 7^x = 1$$

$$x = 1 \quad \text{или} \quad 7^x = 7^0, \quad x = 0.$$

ПРИМЕР 2

$$2^{2+x} - 2^{2-x} = 15;$$

$$2^2 \cdot 2^x - 2^2 / 2^x = 15;$$

$$4 \cdot 2^x - 4 / 2^x = 15;$$

Пусть $2^x = y$, тогда

$$4y - 4/y = 15;$$

$$4y^2 - 4 = 15y;$$

$$4y^2 - 15y - 4 = 0;$$

$$D = 289 \quad y_1 = (15+17)/(2 \cdot 4); \quad y_2 = (15-17)/8 = -1/4;$$

Подставим найденные значения y в подстановку. Получим

$$2^x = 4, \quad 2^x = 2^2, \quad x = 2. \quad \text{или} \quad 2^x = -1/4; \text{решения нет.}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

3 группа	С 1 № 503127, С 1 № 503252 http://reshuege.ru
2 группа	http://reshuege.ru Каталог задач В7, показательные уравнения
1 группа	

