

КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Решение квадратных неравенств $ax^2+bx+c>0$ (<0 ; ≥ 0 ; ≤ 0) состоит из 5 этапов:

1. Вводим функцию $y=ax^2+bx+c$
2. Определяем направление ветвей параболы $y=ax^2+bx+c$ (при $a>0$ ветви вверх; при $a<0$ ветви вниз)
3. Находим нули функции, т.е. решаем уравнение $ax^2+bx+c=0$
4. Если уравнение имеет корни, то отмечаем корни на координатной прямой и схематически рисуем параболу в соответствии с направлением ветвей. Если уравнение не имеет корней, то схематически рисуем параболу в соответствии с направлением ветвей
5. Находим решение неравенства с учетом смысла знака неравенства

**РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ
НЕРАВЕНСТВ, В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ ДИСКРИМИНАНТА
СООТВЕТСТВУЮЩЕГО
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ,
РАЗБИВАЕТСЯ НА 3 СЛУЧАЯ:**

$$D > 0$$

$$D = 0$$

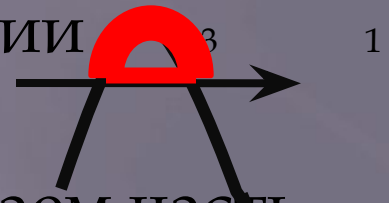
$$D < 0$$

Рассмотрим первый случай: $D > 0$

Решите неравенство $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть $y = -x^2 - 2x + 3$
2. Так как $a = -1$, то ветви параболы направлены вниз
3. Решим уравнение $-x^2 - 2x + 3 = 0$.
Его корни: $x = 1$ и $x = -3$
4. Отметим числа 1 и -3 на координатной прямой и построим эскиз графика этой функции
5. Так как знак неравенства \geq , то выбираем часть графика, расположенную выше оси Ox




Ответ: $[-3; 1]$

Рассмотрим случай, когда $D=0$

Решите неравенство: $4x^2+4x+1>0$

РЕШЕНИЕ:

1. Пусть $y=4x^2+4x+1$
2. Так как $a>0$, значит, ветви параболы $y=4x^2+4x+1$ направлены вверх
3. Уравнение $4x^2+4x+1=0$ имеет один корень (два одинаковых) $x=-0,5$
4. Отметим на координатной прямой число $-0,5$ и построим эскиз параболы 
5. Так как знак неравенства $>$, то решением его являются все числа, кроме $x=-0,5$
6. Ответ: $(-\infty;-0,5)\cup(-0,5;+\infty)$

Рассмотрим случай, когда $D < 0$

Решите неравенство: $-x^2 - 6x - 10 < 0$

РЕШЕНИЕ:

1. $y = -x^2 - 6x - 10$
2. Ветви параболы направлены вниз (почему?)
3. Уравнение $-x^2 - 6x - 10 = 0$ решений не имеет, значит, парабола не пересекает ось абсцисс.

4. Так как знак неравенства $<$, то решением его являются все числа

Ответ: $(-\infty; +\infty)$



Решите самостоятельно:

1. $8x - 3x^2 + 3 \geq 0$

2. $x^2 - 10x + 25 > 0$

3. $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

4. $x^2 - 10x + 26 < 0$

Проверьте себя:

1. $[-1/3; 3]$
2. $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$
3. 5
4. Решений нет