

# Синус и косинус двойного угла

Цель:

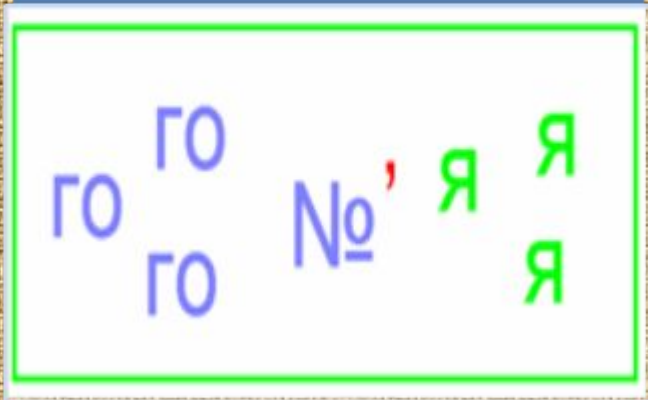
знакомство с формулами синуса  
и косинуса двойного угла,  
применение формул к  
преобразованию  
тригонометрических выражений.

**«Величие человека –  
в его способности  
МЫСЛИТЬ».**

**Б. Паскаль**

# Занимательная страничка

Угадайка... (ребус)



Вставьте пропущенное число

|   |   |   |
|---|---|---|
| 8 | 5 | 2 |
| 4 | 2 | 0 |
| 9 | 6 | ? |

## Найдите ошибку!

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

1. 
$$\frac{\cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

- 1)  $2 \sin^2 \alpha \cos \alpha$     2)  $2 \sin \alpha \cos \alpha$     3)  $2 \cos^3 \alpha$     4)  $2 \cos \alpha$

2. 
$$\cos 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha$$

- 1)  $\cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha$     2)  $1$     3)  $1 + 2 \sin^2 \alpha$     4)  $1 + \sin^2 \alpha$

3. 
$$\frac{\sin 2\alpha \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)}{1 + \cos 2\alpha}$$

- 1)  $\operatorname{ctg} \alpha$     2)  $\operatorname{tg} \alpha$     3)  $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$     4)  $\frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

4. 
$$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$$

- 1)  $\frac{1}{2}$     2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     3)  $\frac{1}{2}$     4)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 
$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$$

- 1)  $-\cos 2\alpha$     2)  $\cos 2\alpha$     3)  $\sin 2\alpha$     4)  $-\sin 2\alpha$

*Обучающая самостоятельная работа*

*1 уровень 1 вариант*

$$\begin{aligned} 1 - \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \\ &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

*Ответ: 2*

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \end{aligned}$$

*Ответ: 2*

*Обучающая самостоятельная работа*

*1 уровень 2 вариант*

$$1) 1 + \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \\ - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

*Ответ : 3*

$$2) \frac{\cos 2\alpha + 1}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \\ = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

*Ответ : 1*

**Обучающая самостоятельная работа**  
**2 уровень 1 вариант**

$$1. (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \\ + \cos^2 \alpha = 1 - \sin 2\alpha$$

*Ответ : 4*

$$2) \operatorname{tg}^2 \beta \cdot (1 + \cos 2\beta) = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - \cos^2 \beta) = \\ = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \cdot 2 \cos^2 \beta = 2 \sin^2 \beta$$

*Ответ : 1*

$$3) \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \\ - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha$$

*Ответ : 3*



## *Обучающая самостоятельная работа*

### *2 уровень 2 вариант*

$$\frac{\sin 2\varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{2 \sin \varphi \cos \varphi}{2 \cos \varphi} = \sin \varphi$$

*Ответ : 3*

$$\cos 2\beta + 2 \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta + 2 \sin^2 \beta = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$$

*Ответ : 2*

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 \beta \cdot (1 - \cos 2\beta) &= \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta - \cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = \\ &= \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \cdot 2 \sin^2 \beta = 2 \cos^2 \beta \end{aligned}$$

*Ответ : 3*

## Обучающая самостоятельная работа

### 3 уровень

$$\begin{aligned} & 1. \left( \frac{\cos \beta}{1 + \sin \beta} + \frac{\cos \beta}{1 - \sin \beta} \right) \cdot \sin 2\beta = \\ & = \frac{2 \cos \beta}{(1 + \sin \beta)(1 - \sin \beta)} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \\ & = \frac{2 \cos \beta}{\cos^2 \beta} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \\ & = 4 \sin \beta \end{aligned}$$

*Ответ : 3*

$$\begin{aligned} & 2) 4 \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot (2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = \\ & = 2 \cos 2\alpha \cdot 2 \sin 2\alpha = \sin 4\alpha \end{aligned}$$

*Ответ : 2*

# Обучающая самостоятельная работа

## Ответы

|           | 1 уровень |       | 2 уровень |       | 3 уровень                |
|-----------|-----------|-------|-----------|-------|--------------------------|
|           | № задания | ответ | № задания | ответ |                          |
| 1<br>вар. | №1        | 2     | №1        | 4     | Задание<br>№1<br>Ответ:3 |
|           | №2        | 3     | №2        | 1     |                          |
|           |           |       | №3        | 3     |                          |
| 2<br>вар. | №1        | 3     | №1        | 3     | Задание<br>№2<br>Ответ:2 |
|           | №2        | 1     | №2        | 2     |                          |
|           |           |       | №3        | 1     |                          |

# Проверочная самостоятельная работа

## Ответы

|           | 1 уровень |       | 2 уровень |       | 3 уровень                 |
|-----------|-----------|-------|-----------|-------|---------------------------|
|           | № задания | ответ | № задания | ответ |                           |
| 1 вариант | №1        | a     | №1        | a     | Задание №1<br>Ответ:<br>b |
|           | №2        | b     | №2        | d     |                           |
| 2 вариант | №1        | b     | №1        | a     | Задание №2<br>Ответ:      |
|           | №2        | c     | №2        | a     |                           |

## Подумай!

1)  $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$

2)  $(\sin \gamma - \cos \gamma)^2 + \sin 2\gamma$

3)  $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta}$

4) Докажите тождество

$$\frac{\cos 2\beta}{\sin \beta \cdot \cos \beta} = (\operatorname{ctg} \beta - 1)(\operatorname{tg} \beta + 1)$$

5)  $\frac{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$

