

Синус и косинус двойного угла

Цель:

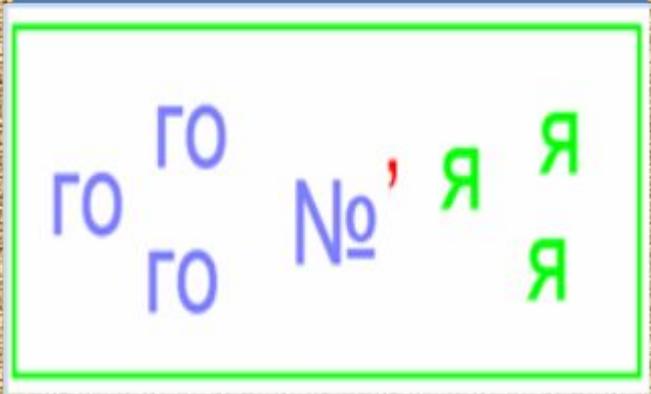
знакомство с формулами синуса
и косинуса двойного угла,
применение формул к
преобразованию
тригонометрических выражений.

**«Величие человека –
в его способности
МЫСЛИТЬ».**

Б. Паскаль

Занимательная страничка

Угадайка... (ребус)



Вставьте пропущенное число

8	5	2
4	2	0
9	6	?

Найдите ошибку!

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

1.
$$\frac{\cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

- 1) $2 \sin^2 \alpha \cos \alpha$ 2) $2 \sin \alpha \cos \alpha$ 3) $2 \cos^3 \alpha$ 4) $2 \cos \alpha$

2.
$$\cos 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha$$

- 1) $\cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha$ 2) 1 3) $1 + 2 \sin^2 \alpha$ 4) $1 + \sin^2 \alpha$

3.
$$\frac{\sin 2\alpha \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)}{1 + \cos 2\alpha}$$

- 1) $\operatorname{ctg} \alpha$ 2) $\operatorname{tg} \alpha$ 3) $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ 4) $\frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

4.
$$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$$

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5.
$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$$

- 1) $-\cos 2\alpha$ 2) $\cos 2\alpha$ 3) $\sin 2\alpha$ 4) $-\sin 2\alpha$

Обучающая самостоятельная работа

1 уровень 1 вариант

$$\begin{aligned} 1 - \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \\ &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

Ответ: 2

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \end{aligned}$$

Ответ: 2

Обучающая самостоятельная работа

1 уровень 2 вариант

$$1) 1 + \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \\ - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

Ответ : 3

$$2) \frac{\cos 2\alpha + 1}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \\ = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

Ответ : 1

Обучающая самостоятельная работа
2 уровень 1 вариант

$$1. (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \\ + \cos^2 \alpha = 1 - \sin 2\alpha$$

Ответ : 4

$$2) \operatorname{tg}^2 \beta \cdot (1 + \cos 2\beta) = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - \cos^2 \beta) = \\ = \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} \cdot 2 \cos^2 \beta = 2 \sin^2 \beta$$

Ответ : 1

$$3) \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \\ - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha$$

Ответ : 3

Обучающая самостоятельная работа

2 уровень 2 вариант

$$\frac{\sin 2\varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{2 \sin \varphi \cos \varphi}{2 \cos \varphi} = \sin \varphi$$

Ответ : 3

$$\cos 2\beta + 2 \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta + 2 \sin^2 \beta = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$$

Ответ : 2

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 \beta \cdot (1 - \cos 2\beta) &= \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta - \cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = \\ &= \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \cdot 2 \sin^2 \beta = 2 \cos^2 \beta \end{aligned}$$

Ответ : 3

Обучающая самостоятельная работа

3 уровень

$$\begin{aligned} & 1. \left(\frac{\cos \beta}{1 + \sin \beta} + \frac{\cos \beta}{1 - \sin \beta} \right) \cdot \sin 2\beta = \\ & = \frac{2 \cos \beta}{(1 + \sin \beta)(1 - \sin \beta)} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \\ & = \frac{2 \cos \beta}{\cos^2 \beta} \cdot 2 \sin \beta \cos \beta = \\ & = 4 \sin \beta \end{aligned}$$

Ответ : 3

$$\begin{aligned} & 2) 4 \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cos 2\alpha \cdot (2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = \\ & = 2 \cos 2\alpha \cdot 2 \sin 2\alpha = \sin 4\alpha \end{aligned}$$

Ответ : 2

Обучающая самостоятельная работа

Ответы

	1 уровень		2 уровень		3 уровень
	№ задания	ответ	№ задания	ответ	
1 вар.	№1	2	№1	4	Задание №1 Ответ:3
	№2	3	№2	1	
			№3	3	
2 вар.	№1	3	№1	3	Задание №2 Ответ:2
	№2	1	№2	2	
			№3	1	

Проверочная самостоятельная работа

Ответы

	1 уровень		2 уровень		3 уровень
	№ задания	ответ	№ задания	ответ	
1 вариант	№1	a	№1	a	Задание №1 Ответ: b
	№2	b	№2	d	
2 вариант	№1	b	№1	a	Задание №2 Ответ:
	№2	c	№2	a	

Подумай!

1) $2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$

2) $(\sin \gamma - \cos \gamma)^2 + \sin 2\gamma$

3) $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta}$

4) Докажите тождество

$$\frac{\cos 2\beta}{\sin \beta \cdot \cos \beta} = (\operatorname{ctg} \beta - 1)(\operatorname{tg} \beta + 1)$$

5) $\frac{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}$

