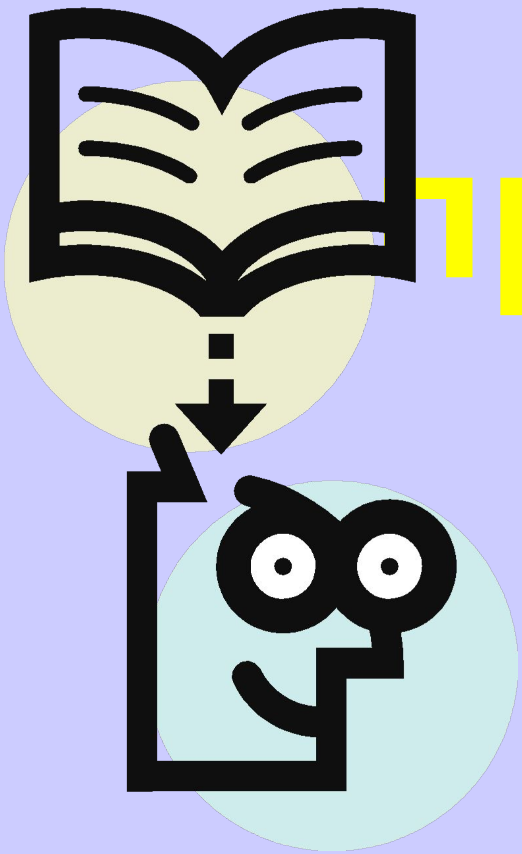
# Решение задач «на проценты», смеси и сплавы.



Муниципальное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 41

# Решение задач «на проценты», смеси и сплавы.

*Методическое пособие*

# Задачи «на проценты»

1.Найти число $a$, составляющее $n$ процентов от числа $b$.

Решение. $a = \frac{n}{100} \cdot b.$

2.Обратная задача: найти число $b$, если $n$ процентов от него равно $a$.

Решение. $b = a : \frac{n}{100}$

3.Найти, сколько процентов составляет число $a$ от числа $b$.

Решение. $n = \frac{a}{b} \cdot 100.$

# Задачи «на проценты»

1.Число $a$ увеличилось на $n$ процентов. Найдите получившееся число.

Решение. $b = a + \frac{n}{100} \cdot a.$

2.Число $a$ уменьшилось на $n$ процентов. Найдите получившееся число.

Решение. $b = a - \frac{n}{100} \cdot a.$

**Задача 1** В октябре цена на яблоки была снижена на 10% по отношению к цене в сентябре.
В ноябре цена повысилась на 10%. Сколько процентов составляет ноябрьская цена по отношению к сентябрьской?

Решение.
Пусть x руб. – цена на яблоки в сентябре.
В октябре цена была снижена на 10% и стала равна

$$x - 0{,}1x = 0{,}9x \text{ (руб.)}.$$

В ноябре цена повысилась на 10% и стала равна

$$0{,}9x + 0{,}1 \cdot 0{,}9x = 0{,}99x \text{ (руб.)}.$$

Найдем, сколько процентов составляет ноябрьская цена по отношению к сентябрьской:

$$\frac{0{,}99x}{x} \cdot 100\% = 0{,}99 \cdot 100\% = 99\%$$

Ответ: 99%.

**Задача 2** С двух участков ежегодно собирали 500 т пшеницы. После проведения агротехнических мероприятий урожай на первом участке увеличился на 30%, а на втором – на 20%. Поэтому с двух участков собрали 630 т пшеницы. Сколько пшеницы собирали с первого участка первоначально?

Решение.

Пусть с первого участка собирали х т пшеницы,
тогда со второго – (500 – х) т.

После проведения агротехнических мероприятий с первого участка стали собирать 1,3х т пшеницы, а со второго –

$$1{,}2(500 - x) \text{ т.}$$

С двух участков стали собирать (1,3х + 1,2(500 – х)) т, что по условию задачи составляет 630 т.

Получаем уравнение: $(1{,}3x + 1{,}2(500 - x)) = 630,$

$$x = 300.$$

Ответ: 300 т.

**Задача 4** Сумма трех вкладов равна 56 тыс. руб. Найти величину второго вклада, если он на 20% меньше первого и на 60% меньше суммы первого и третьего вкладов.

Решение.

Пусть x тыс. руб. – величина первого вклада.

Поскольку второй вклад на 20% меньше первого, то он равен $x - 0{,}2x = 0{,}8x$ (тыс. руб.).

Так как сумма трех вкладов равна 56 тыс. руб., то сумма первого и третьего вкладов равна $56 - 0{,}8x$ (тыс. руб.).

Поскольку второй вклад на 60% меньше суммы первого и третьего вкладов, то он равен

$$56 - 0{,}8x - 0{,}6(56 - 0{,}8x) = 22{,}4 - 0{,}32x \text{ (тыс. руб.).}$$

Получаем уравнение: $22{,}4 - 0{,}32x = 0{,}8x$

$$x = 20.$$

Величина первого вклада – 20 тыс. руб. Тогда величина второго вклада $0{,}8 \cdot 20 = 16$ (тыс. руб.).

Ответ: 16 000 руб.

**Задача 5** Банк ежегодно увеличивает на одно и то же число процентов сумму, имеющуюся на вкладе к моменту начисления процентов. На сколько процентов ежегодно увеличивается сумма, если за два года она возросла с 2000 до 2420 рублей?

Решение.

Пусть ежегодно имеющаяся на счете сумма увеличивается на х%.

Тогда через год на счете окажется

$(2000 + \frac{x}{100} \cdot 2000) = 2000 + 20x$ (рублей).

**Задача 5** Банк ежегодно увеличивает на одно и то же число процентов сумму, имеющуюся на вкладе к моменту начисления процентов. На сколько процентов ежегодно увеличивается сумма, если за два года она возросла с 2000 до 2420 рублей?

Еще через один год на счете будет

$2000 + 20x + \frac{x}{100}(2000 + 20x) = 0{,}2x^2 + 40x + 2000$ (рублей).

По условию задачи это составляет 2420 рублей.

Получаем уравнение: $0{,}2x^2 + 40x + 2000 = 2420.$

$$0{,}2x^2 + 40x - 420 = 0,$$

$$x = -210 \text{ или } x = 10.$$

Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 10$.

Ответ: на 10%.

**Задача 6** До снижения цен телевизор стоил 9600 рублей. Когда же цена на телевизоры снизилась, количество покупателей возросло на 20%, а выручка магазина – на 10%. На сколько рублей была снижена цена на телевизоры?

Решение.

Пусть цена на телевизоры снизилась на x рублей.

Тогда телевизор после снижения цены стал стоить

(9600 – x) рублей.

Пусть количество покупателей до снижения цены было y чел.

Тогда количество покупателей после снижения цены стало y + 0,2y = 1,2y (чел.).

Выручка магазина до снижения цены была 9600y рублей, а после снижения цены стала

1,2y (9600 – x) (рублей).

**Задача 6** До снижения цен телевизор стоил 9600 рублей. Когда же цена на телевизоры снизилась, количество покупателей возросло на 20%, а выручка магазина – на 10%. На сколько рублей была снижена цена на телевизоры?

Так как выручка магазина после снижения цены возросла на 10%, то она стала

$$9600y + 0{,}1 \cdot 9600y = 1{,}1 \cdot 9600y = 10560y \text{ (рублей).}$$

Получаем уравнение: $1{,}2y\,(9600 - x) = 10560y,$

$$1{,}2(9600 - x) = 10560,$$

$$1{,}2x = 960,$$

$$x = 800.$$

Ответ: на 800 рублей.

**Задача 7 (ЕГЭ 2006 В9)** Объемы ежегодной добычи угля первой, второй и третьей шахтами относятся как 1:2:4. Первая шахта планирует уменьшить годовую добычу угля на 8%, а вторая – на 2%. На сколько процентов должна увеличить годовую добычу угля третья шахта, чтобы суммарный объем добываемого за год угля не изменился?

Решение.

Пусть x – объем ежегодной добычи угля первой шахтой.

Тогда объем ежегодной добычи угля второй шахтой будет 2x, а третьей – 4x.

Суммарный объем ежегодной добычи угля – 7x.

После уменьшения годовой добычи угля первой шахтой на 8%, объем добываемого ею угля будет равен 0,92x.

После уменьшения годовой добычи угля второй шахтой на 2%, объем добываемого ею угля будет равен $0{,}98 \cdot 2x$.

**Задача 7 (ЕГЭ 2006 В9)** Объемы ежегодной добычи угля первой, второй и третьей шахтами относятся как 1:2:4. Первая шахта планирует уменьшить годовую добычу угля на 8%, а вторая – на 2%. На сколько процентов должна увеличить годовую добычу угля третья шахта, чтобы суммарный объем добываемого за год угля не изменился?

Объем добываемого первой и второй шахтами угля будет равен $0{,}92x + 0{,}98\cdot 2x = 2{,}88x$.
Тогда объем добываемого третьей шахтой угля должен стать $7x – 2{,}88x = 4{,}12x$.
Осталось найти, на сколько процентов $4{,}12x$ больше, чем $4x$:

$$\frac{4{,}12-4}{4}\,100\% = 0{,}03 \cdot 100\% = 3\%$$

Ответ: на 3%.

**Задача 8** (ЕГЭ 2007 B9) При покупке школьнику спортивной формы (спортивного костюма и кроссовок) родителям пришлось заплатить на 32% больше, чем 2 года назад, причем спортивный костюм подорожал на 20%, а кроссовки – на 40%. Сколько процентов от цены спортивной формы составляла цена кроссовок два года назад?

Решение.

Пусть цена спортивного костюма 2 года назад была $x$ руб., а цена кроссовок – $y$ руб.

Тогда цена спортивной формы была $(x + y)$ руб.

Так как спортивная форма подорожала на 32%, то она стала стоить $x + y + 0{,}32(x + y) = 1{,}32(x + y)$ (руб.).

Поскольку спортивный костюм подорожал на 20%, то он стал стоить $x + 0{,}2x = 1{,}2x$ (руб.).

Поскольку кроссовки подорожали на 40%, то они стали стоить $y + 0{,}4y = 1{,}4y$ (руб.).

**Задача 8 (ЕГЭ 2007 В9)** При покупке школьнику спортивной формы (спортивного костюма и кроссовок) родителям пришлось заплатить на 32% больше, чем 2 года назад, причем спортивный костюм подорожал на 20%, а кроссовки – на 40%. Сколько процентов от цены спортивной формы составляла цена кроссовок два года назад?

Тогда цена спортивной формы стала $(1{,}2x + 1{,}4y)$ руб.

Получаем уравнение: $1{,}32(x + y) = 1{,}2x + 1{,}4y$

$$y = 1{,}5x.$$

Тогда цена кроссовок была $1{,}5x$ руб., а цена спортивной формы $x + 1{,}5x = 2{,}5x$ (руб.).

Найдем, сколько процентов составляла цена кроссовок от цены спортивной формы два года назад:

$$\frac{1{,}5}{2{,}5}\,100\% = 0{,}6 \cdot 100\% = 60\%.$$

Ответ: 60%.

# Задачи на смеси и сплавы

**Задача 1.** Сплавили 300г. сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в полученном сплаве?

Решение:

| Sn | Cu | | Sn | Cu | | Sn | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60% | | + | 80% | | = | x% | |
| 300г | | | 900г | | | 1200г | |

Найдем массу олова в первом сплаве: $300 \cdot 0{,}6 = 180$ г.

Масса олова во втором сплаве: $900 \cdot 0{,}8 = 720$ г.

Масса олова в получившемся сплаве: $(1200 \cdot x):100$.

Составим уравнение и решим его. $180 + 720 = 12x$,

$x = 75$.

**Задача 1.** Сплавили 300г. сплава олова и меди, содержащего 60% олова, и 900г сплава олова и меди, содержащего 80% олова. Сколько процентов олова в полученном сплаве?

| Sn | Cu | | Sn | Cu | | Sn | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 % | | + | 80% | | = | x% | |
| 300г | | | 900г | | | 1200г | |

Решим данную задачу относительно массы меди.

Масса меди в первом сплаве: 300·0,4=120г.

Масса меди во втором сплаве: 900·0,2=180г.

Масса меди в получившемся сплаве: (1200·x):100.

Составим уравнение и решим его.

$$120+180=12x,$$

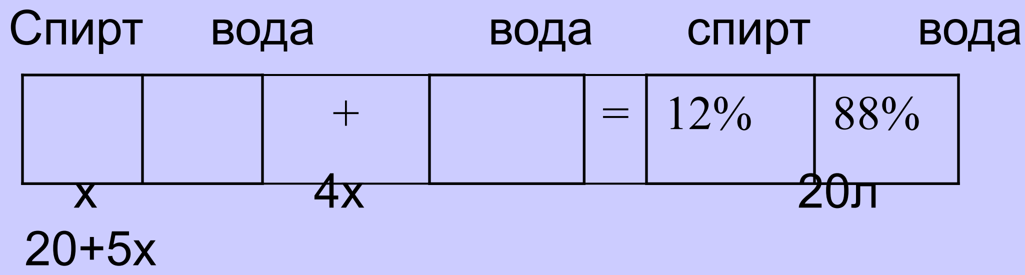
$$x=25$$

25% - масса меди, значит масса олова будет равна

100%-25%=75% Ответ: 75%.

**Задача 2.** В смеси спирта и воды спирта в 4 раза меньше, чем воды. Когда к этой смеси добавили 20л воды, получили смесь с содержанием спирта 12%. Сколько воды было в смеси первоначально?

Решение:




Решим задачу относительно объема воды.

$$4x+20=(20+5x)\cdot 0{,}88$$

$$4x+20=17{,}6+4{,}4x$$

$$0{,}4x=2{,}4$$

$$x=6.$$

Первоначально в смеси было 6л спирта и 24л воды.

Ответ: 6л спирта и 24л воды.

**Задача 3.** Имеются два куска сплава цинка и меди с процентным содержанием меди 30% и 18%. В каком отношении надо взять эти сплавы, чтобы, переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий 25 % меди?

Решение: Содержание задачи представим в виде схемы.

| Zn | Cu | | Zn | Cu | | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 30% | + | | 18% | = | | 25% |
| x г | | | y г | | | (x+y) г | |

| Zn | Cu | | Zn | Cu | | Zn | Cu |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 30% | + | | 18% | = | | 25% |

x г y г (x+y) г

Пусть масса первого куска x кг., а второго y кг., тогда масса сплава (x+y) кг.

Масса меди в первом куске 0,3x кг., во втором 0,18y кг., тогда масса меди в сплаве 0,25(x+y) кг.

Составим уравнение и решим его.

$$0{,}3x+0{,}18y=0{,}25(x+y)$$

$$30x+18y=25x+25y$$

$$5x=7y$$

$$x:y=7:5$$

Ответ: x : y = 7 : 5, где x – масса 30 %-го сплава, y – масса 18 %-го сплава.

**Задача 4.** В двух одинаковых сосудах находится растворы серной кислоты концентрации 28,7% и 37,3%. Раствора сливают. Какова концентрация полученного раствора кислоты?

Решение:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28,7% | | + | 37,3% | | = | y% | |
| x | | | | x | | 2x | |

$$(x\cdot 28{,}7):100+(x\cdot 37{,}3)=(y\cdot 2x):100,$$

$$28{,}7x+37{,}3x=2xy,$$

$$66x=2xy,$$

$$y=33.$$

Ответ: 33%

**Задача 5.** Для приготовления маринада необходим 2%-ный раствор уксуса. Сколько нужно добавить воды в 100г 9%-ного раствора уксуса, чтобы получить раствор для маринада?

Решение:

| уксус | вода | | вода | | уксус | вода |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 9% | 91% | + | | = | 2% | 98% |
| 100 г | | | x | | (100+x) г | |

Решаем относительно массы воды.

$$100 \cdot 0{,}91 + x = (100 + x) \cdot 0{,}98,$$

$$91 + x = 98 + 0{,}98x,$$

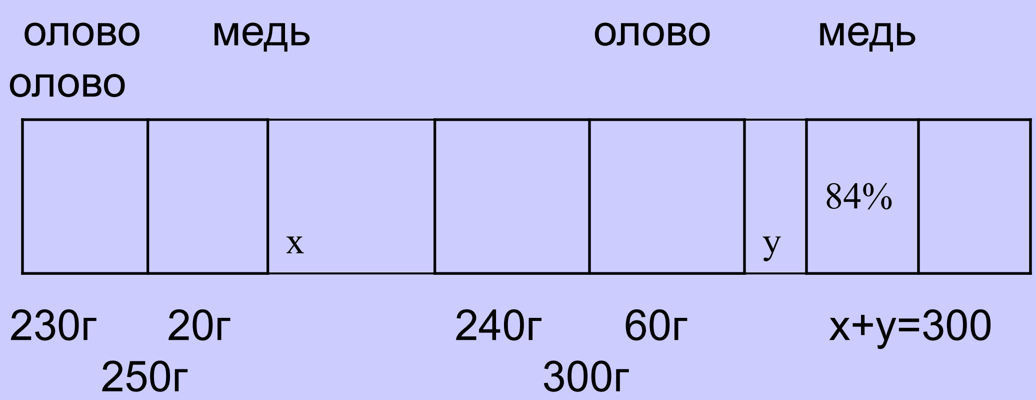
$$0{,}02x = 7,$$

$$x = 350.$$

Ответ: 350г.

**Задача 6.** Имеются два слитка сплава олова с медью. Первый слиток содержит 230г. олова и 20 г меди, а второй слиток – 240г олова и 60г меди. От каждого слитка отрубили по куску, сплавили и получили 300г сплава. Сколько граммов отрубили от первого слитка, если в полученном сплаве было 84% олова?

Решение:




$$\begin{cases} x + y = 300, \\ \dfrac{230}{250}x + \dfrac{240}{300}y = 300 \cdot 0{,}84, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 300, \\ \dfrac{23}{25}x + \dfrac{4}{5}y = 252, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 23x + 20y = 6300, \\ 20x + 20y = 6000. \end{cases}$$

3x=300,

x=100.

Ответ: 100 г.

**Задача 8.** В раствор объемом 8 литров, содержащий 60% кислоты, начали вливать раствор, содержащий 20% кислоты. Сколько можно влить второго раствора в первый, чтобы смесь содержала кислоты не больше 40%, но не меньше 30%?

Решение:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60% | | + | 20% | | = | 30≤y%≤40% | |

8л. хл. (х+8) л.

Найдем объем кислоты в каждом растворе

В 1 растворе Во втором растворе В смеси кослоты

$0{,}6\cdot 8$ л. $0{,}2x$ л. $(4{,}8+0{,}2x)$ л.

По условию задачи смесь должна содержать кислоты не более 40%, т.е. не более 0,4(x+8) л., но не менее 30%, т.е. 0.3(x+8)л.

Получаем следующее неравенство:

$$0{,}3(x+8)\leq 4{,}8+0{,}2x\leq 0{,}4(x+8)$$

Решая его получаем

$$8\leq x\leq 24.$$

Ответ можно влить не менее 8л., но не более 24л. раствора.