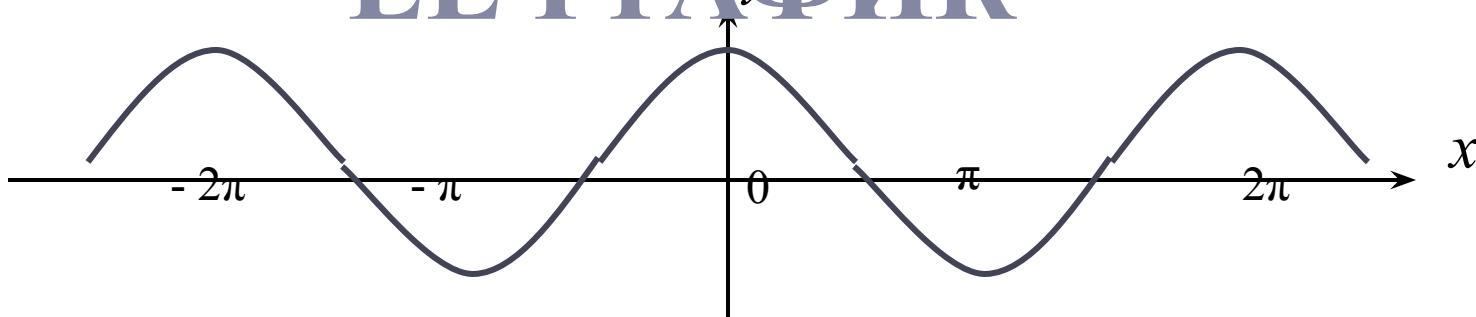


# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \sin x$ И ЕЕ ГРАФИК



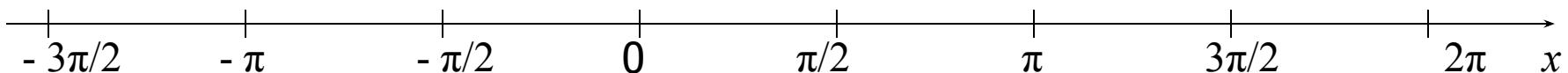
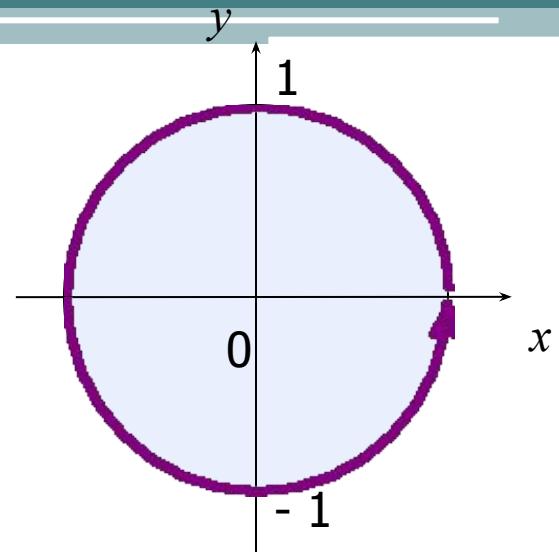
# Свойства функции

- 1.  $D(y)$
- 2.  $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции

$$y = \sin x$$

D(y)

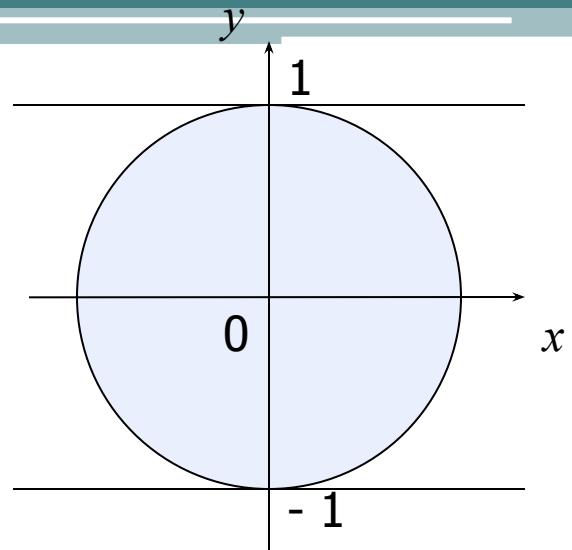
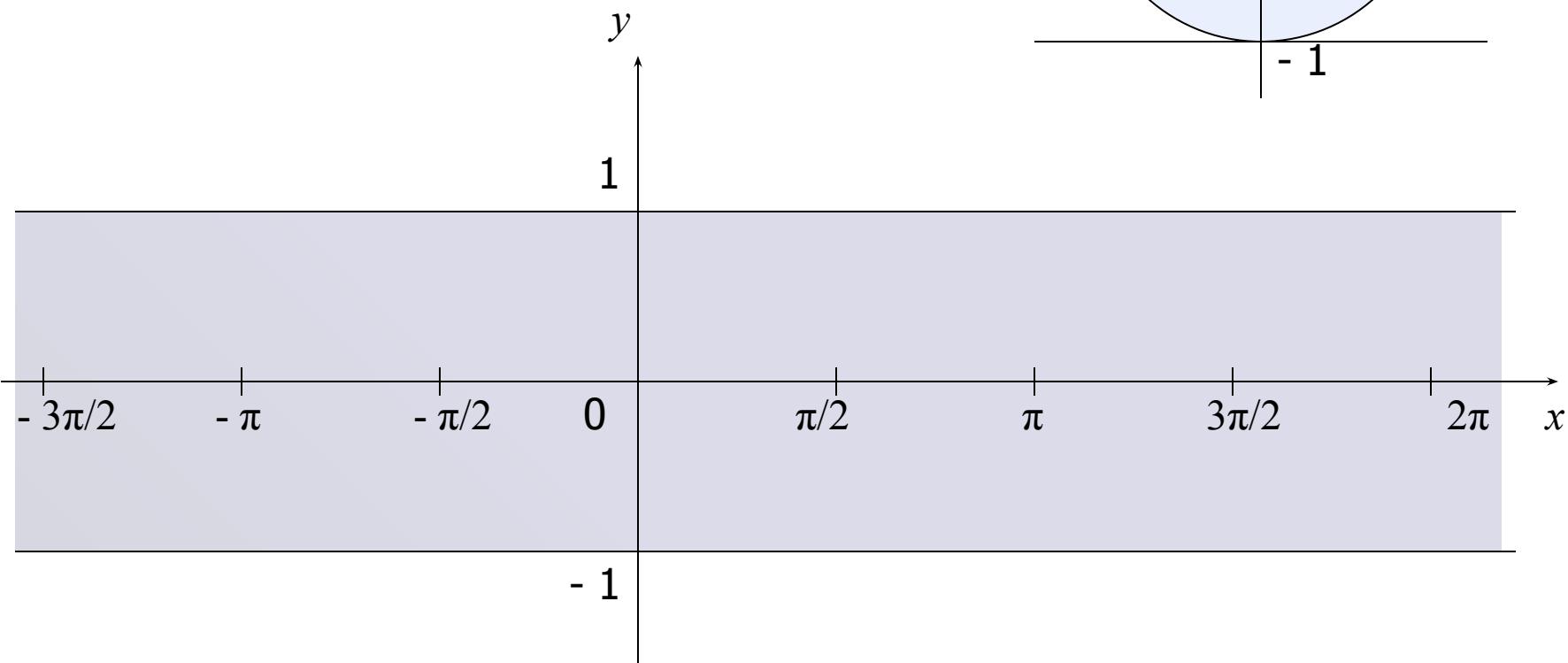
$x \in \mathbb{R}$



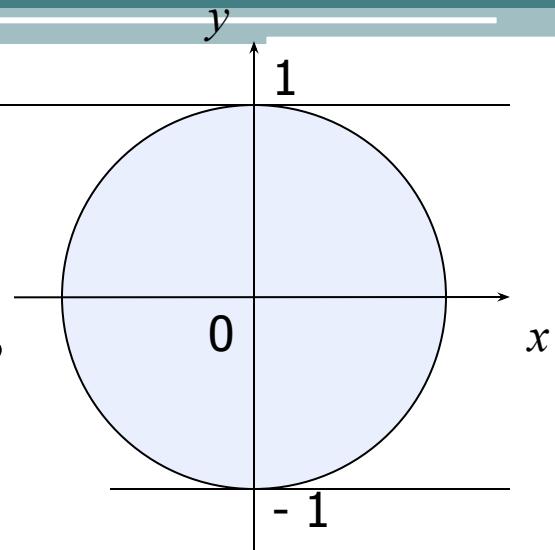
$$y = \sin x$$

E (y)

$$[ -1; 1 ]$$

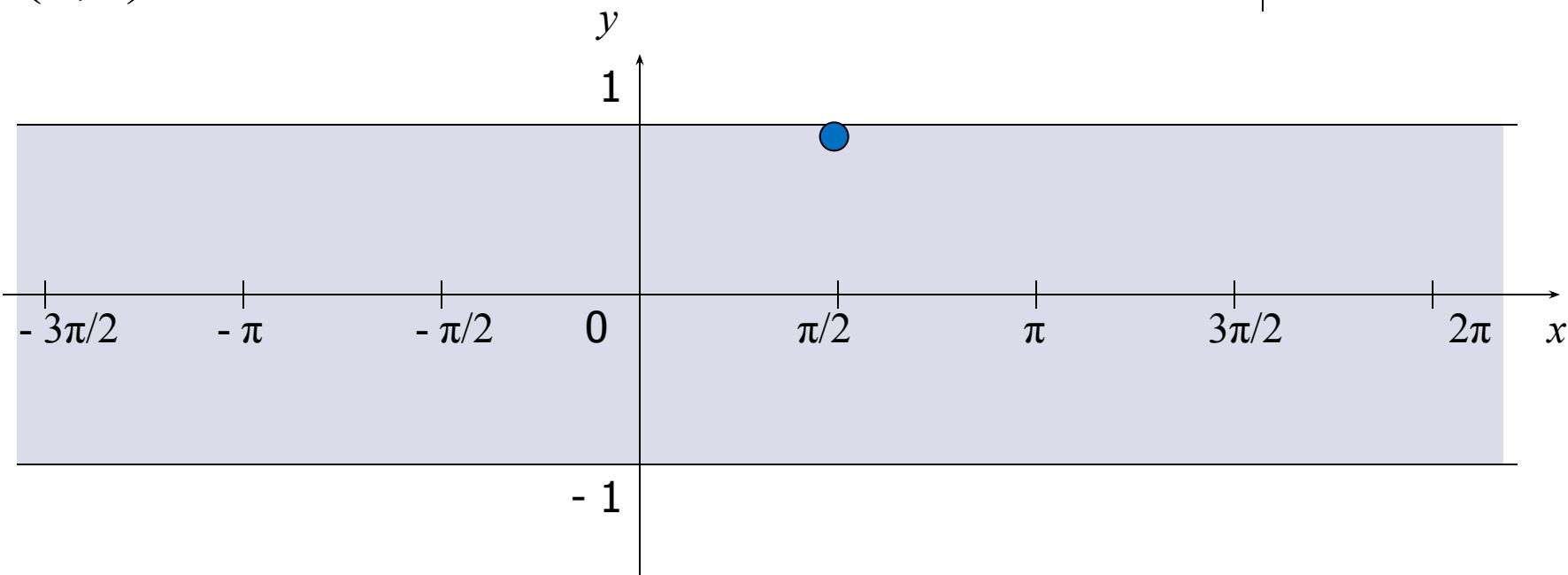


$$y = \sin x$$



## Четность функции

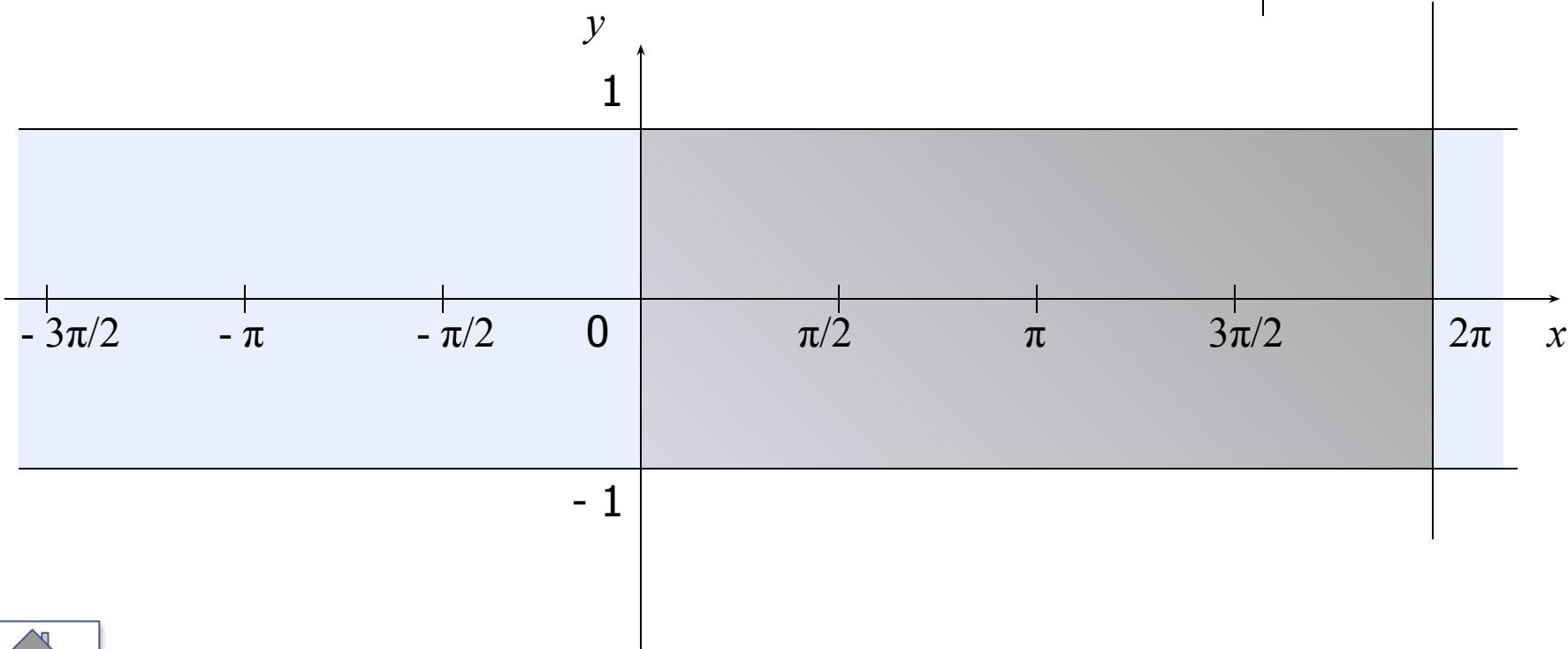
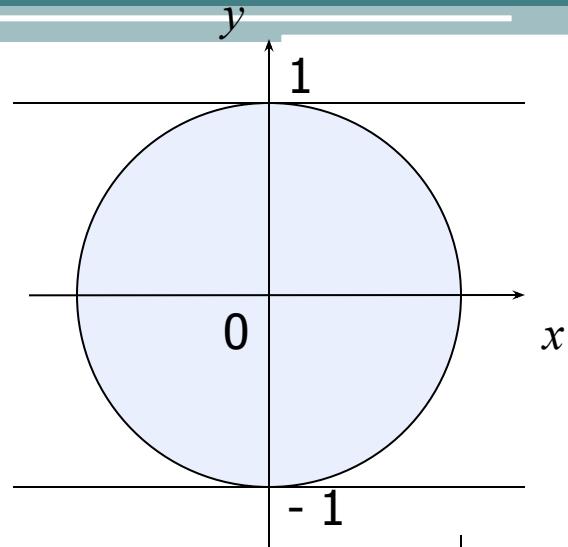
Функция **нечетна**, т.к.  $\sin(-x) = -\sin x$ ,  
график симметричен относительно  
 $(0;0)$



$$y = \sin x$$

## Периодичность функции

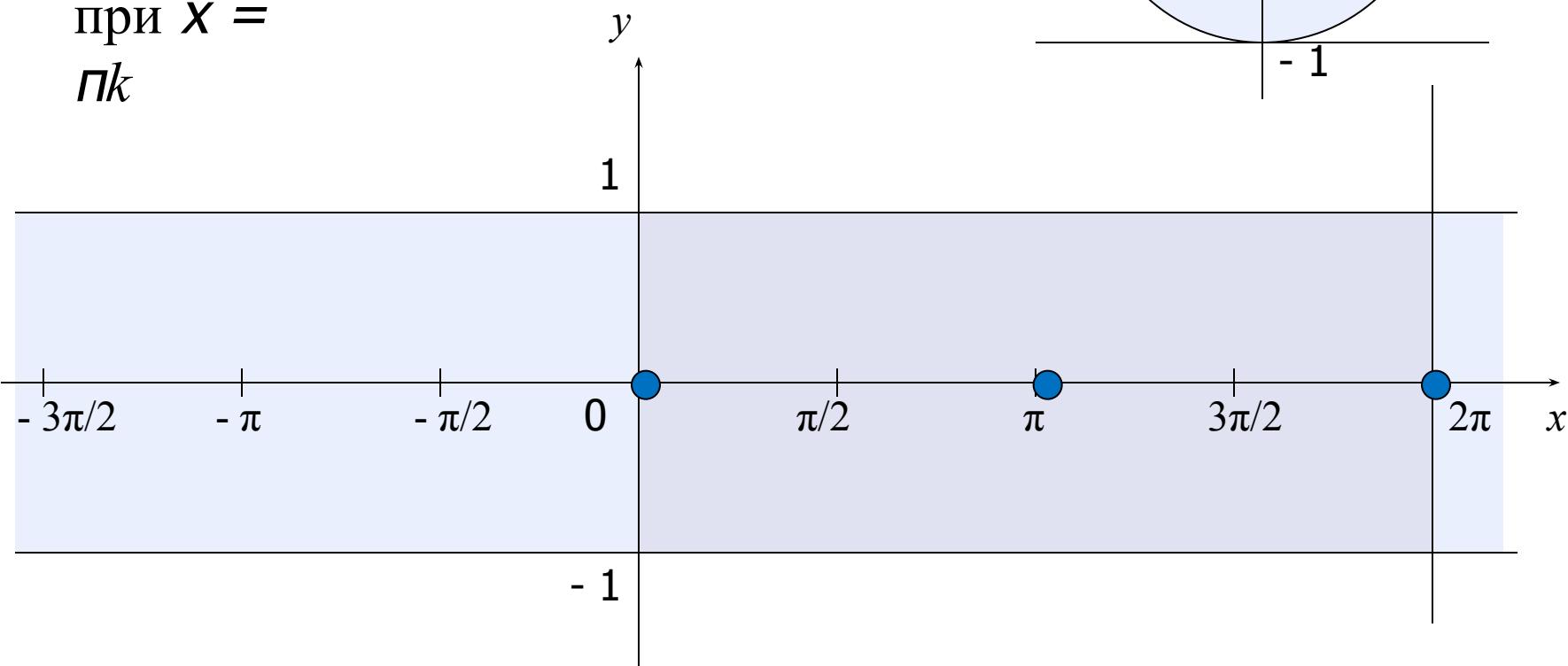
Период функции  $T=2\pi$ ,  
 $\sin(x+2\pi)=\sin x$



**y = sin x**

Нули функции **sin x = 0**

при  $X = \pi k$

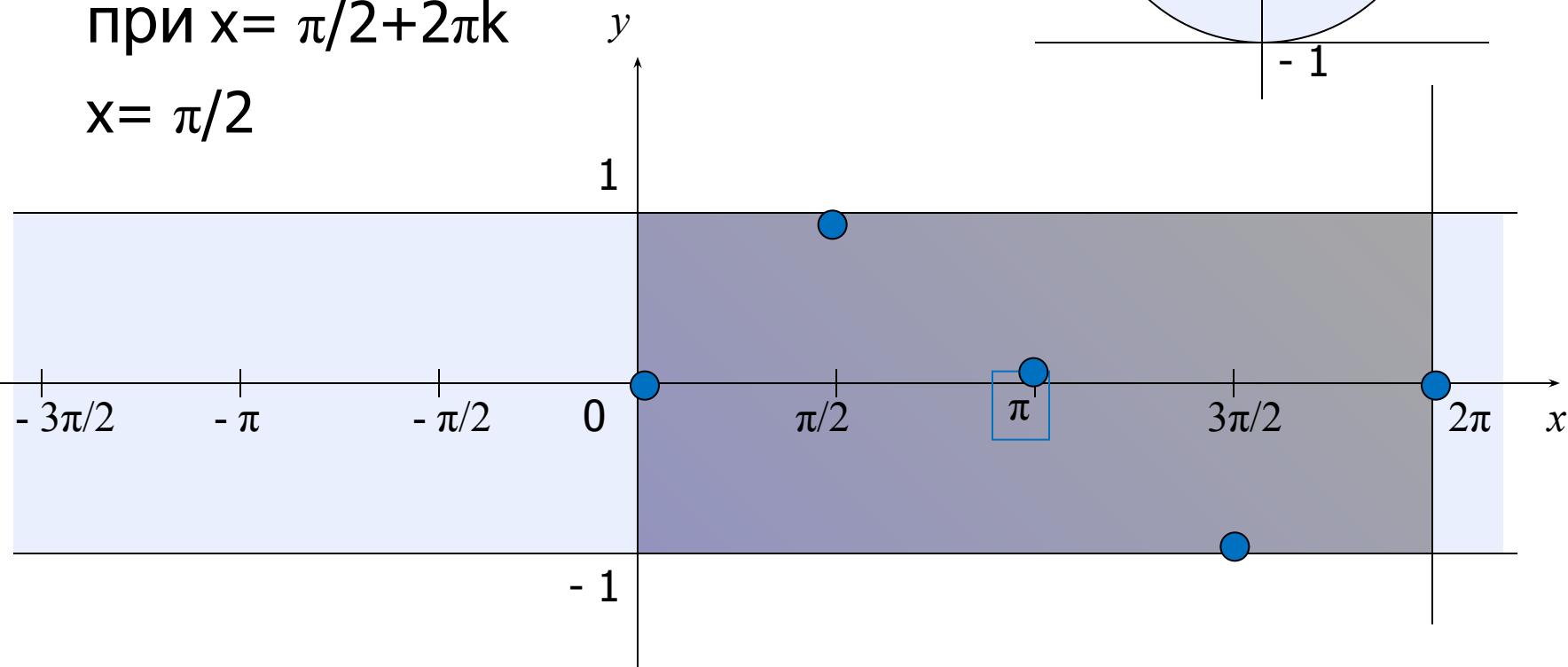


$$y = \sin x$$

Наибольшее значение  $\sin x = 1$

при  $x = \pi/2 + 2\pi k$

$$x = \pi/2$$

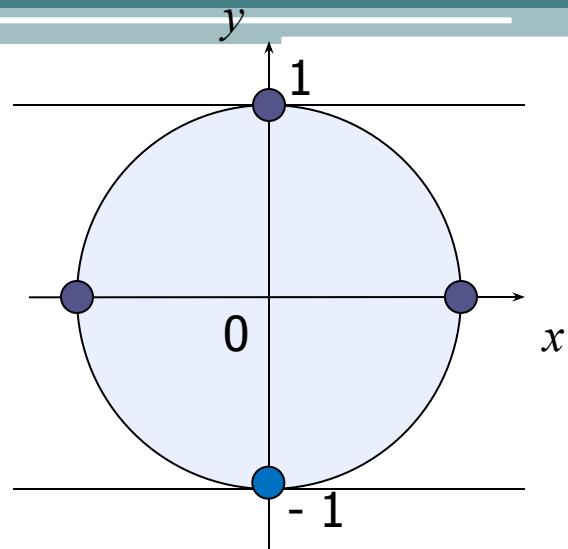
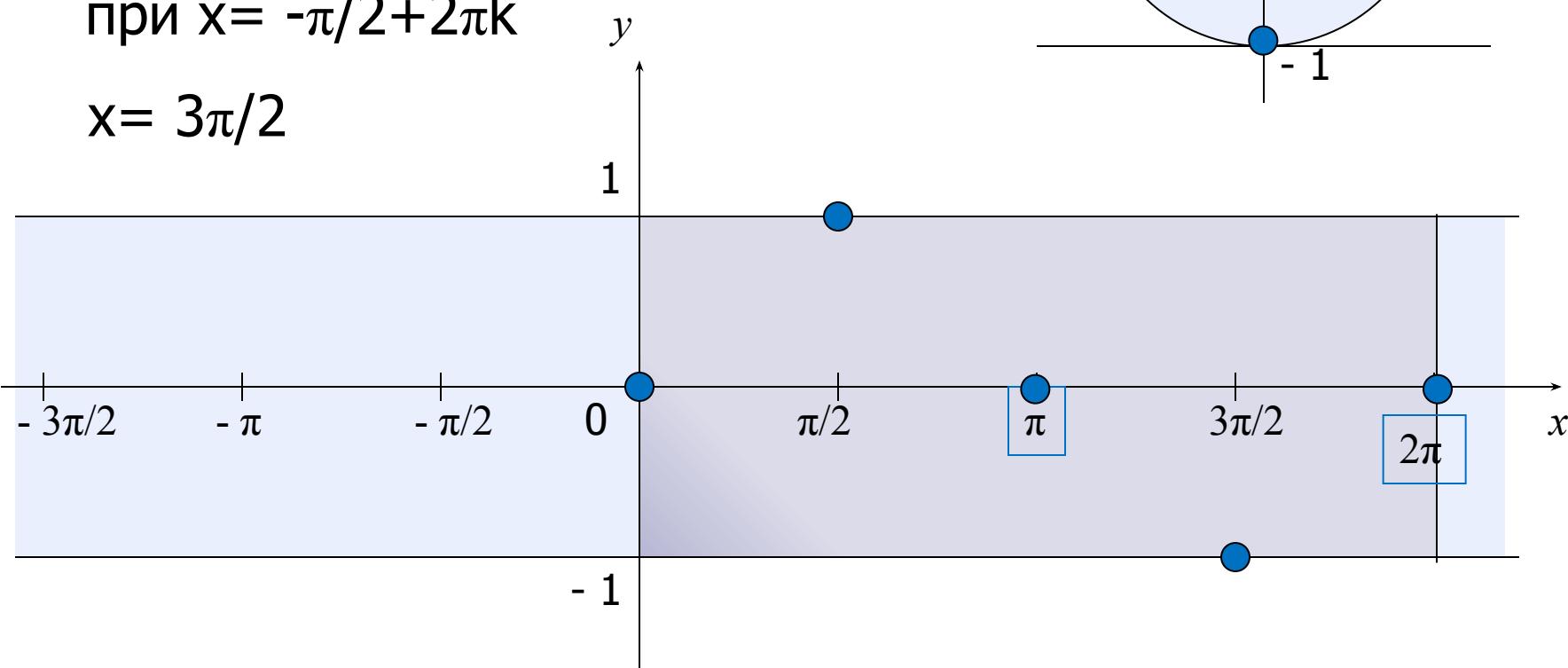


$$y = \sin x$$

Наименьшее значение  $\sin x = -1$

при  $x = -\pi/2 + 2\pi k$

$$x = 3\pi/2$$



# Построение графика функции

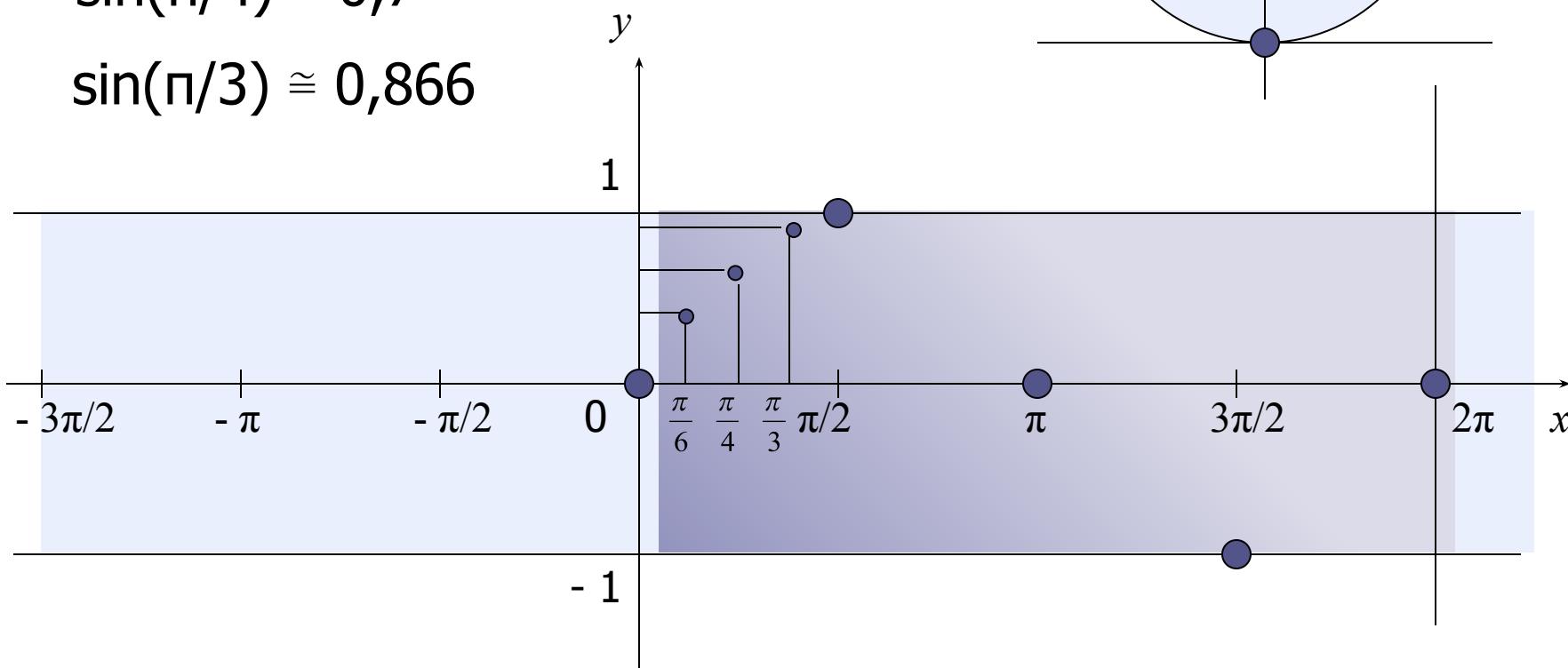
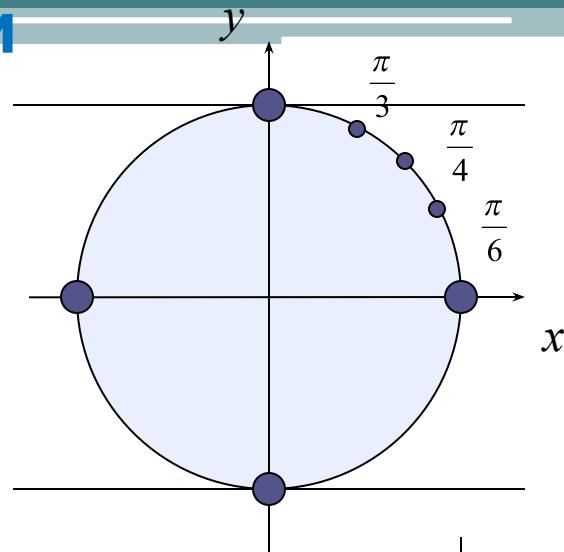
$y = \sin$  на отрезке

$$\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\sin(\pi/6) = 0,5$$

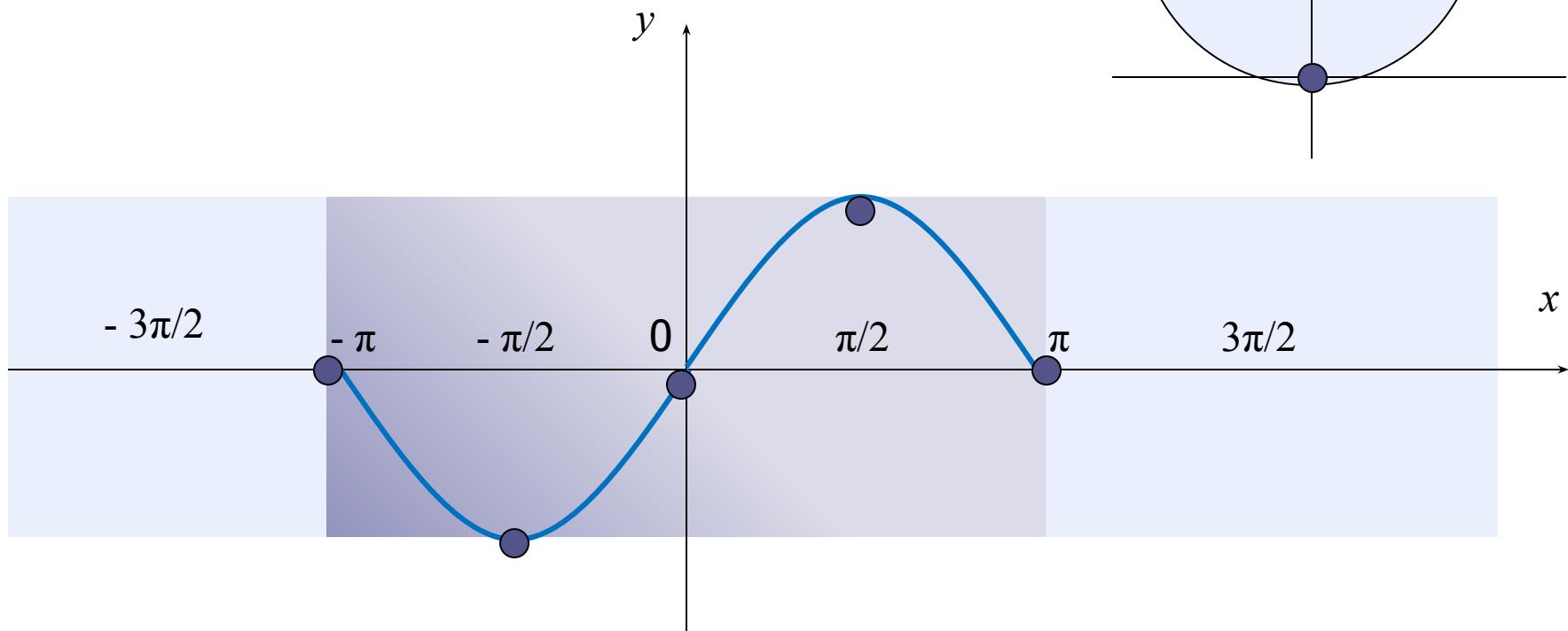
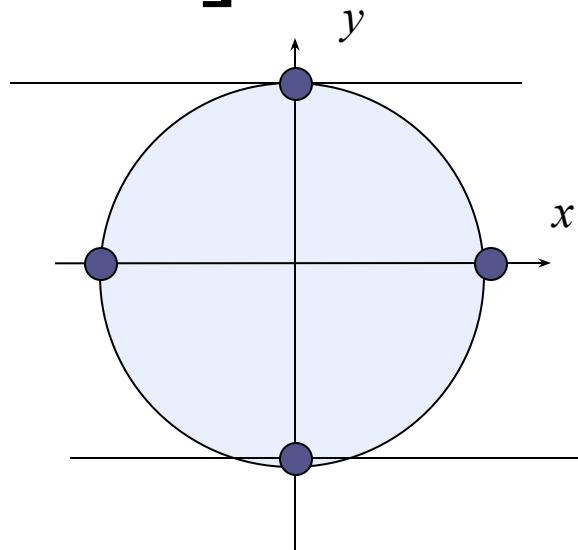
$$\sin(\pi/4) \approx 0,7$$

$$\sin(\pi/3) \approx 0,866$$

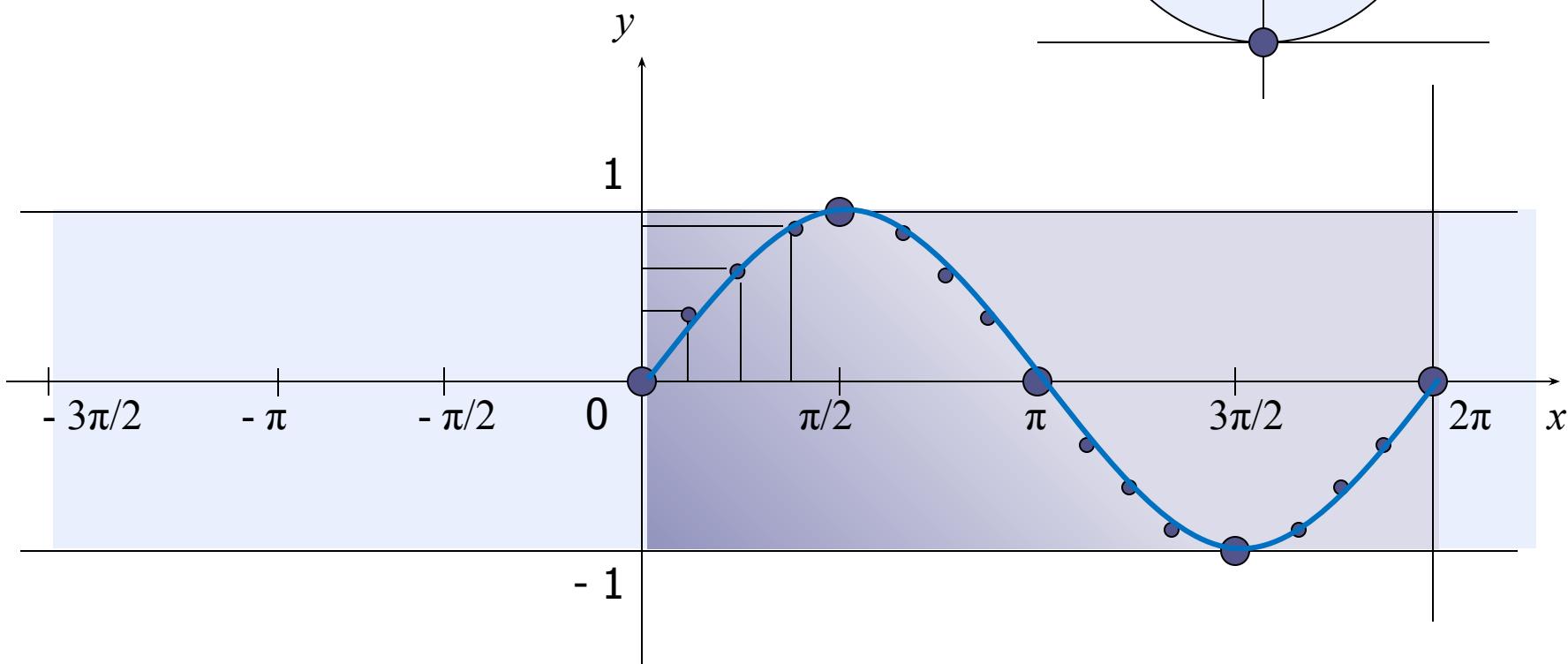
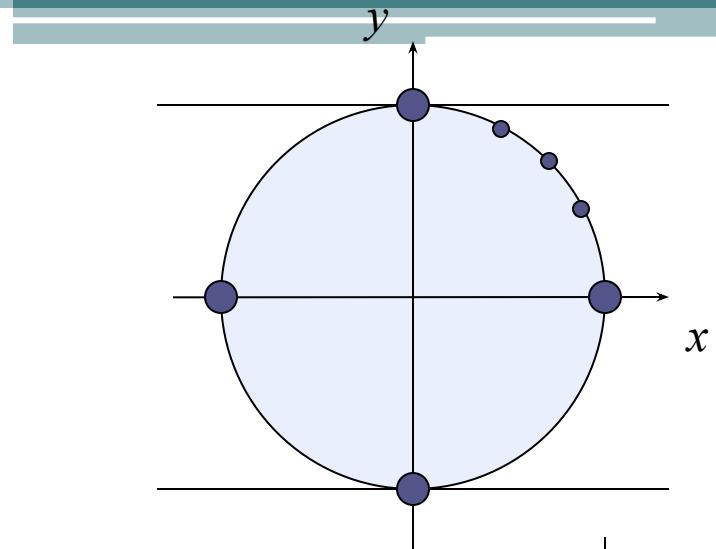


# График функции на отрезке $[-\pi; \pi]$

$$y = \sin x$$

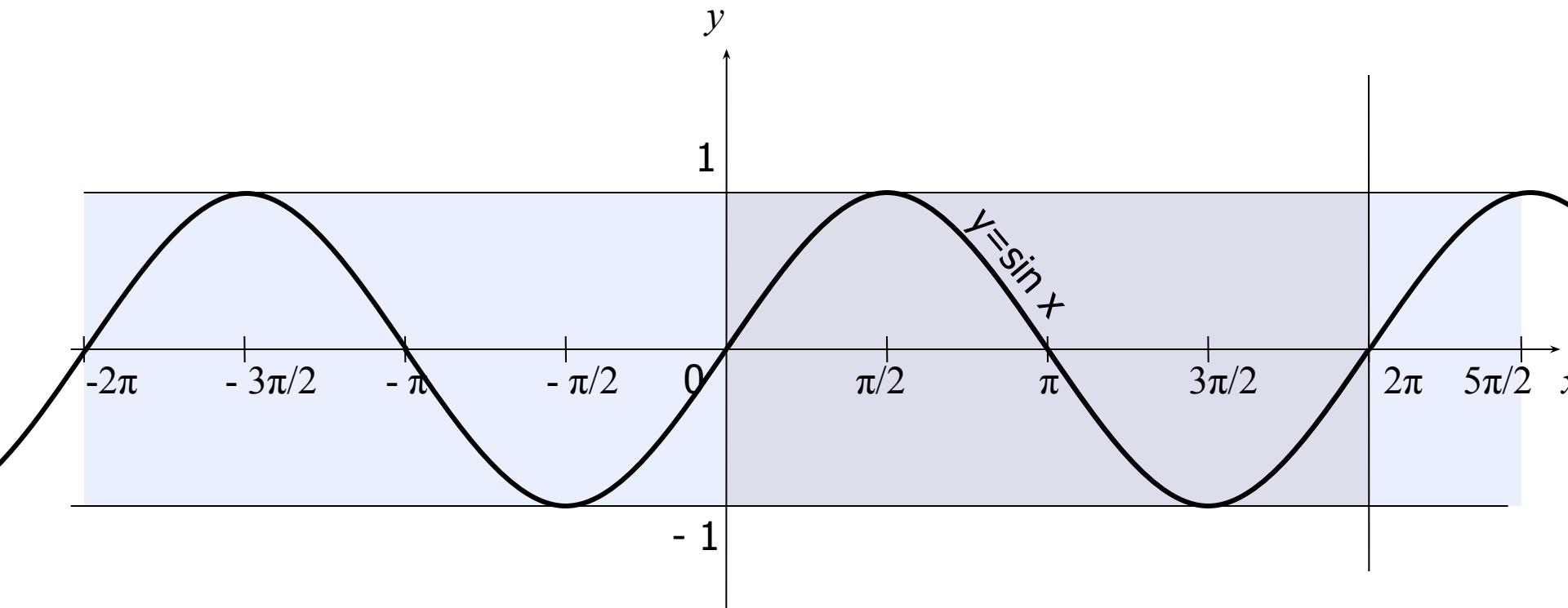


$y = \sin x$



$$y = \sin x$$

График функции  $y=\sin x$  называется синусоидой

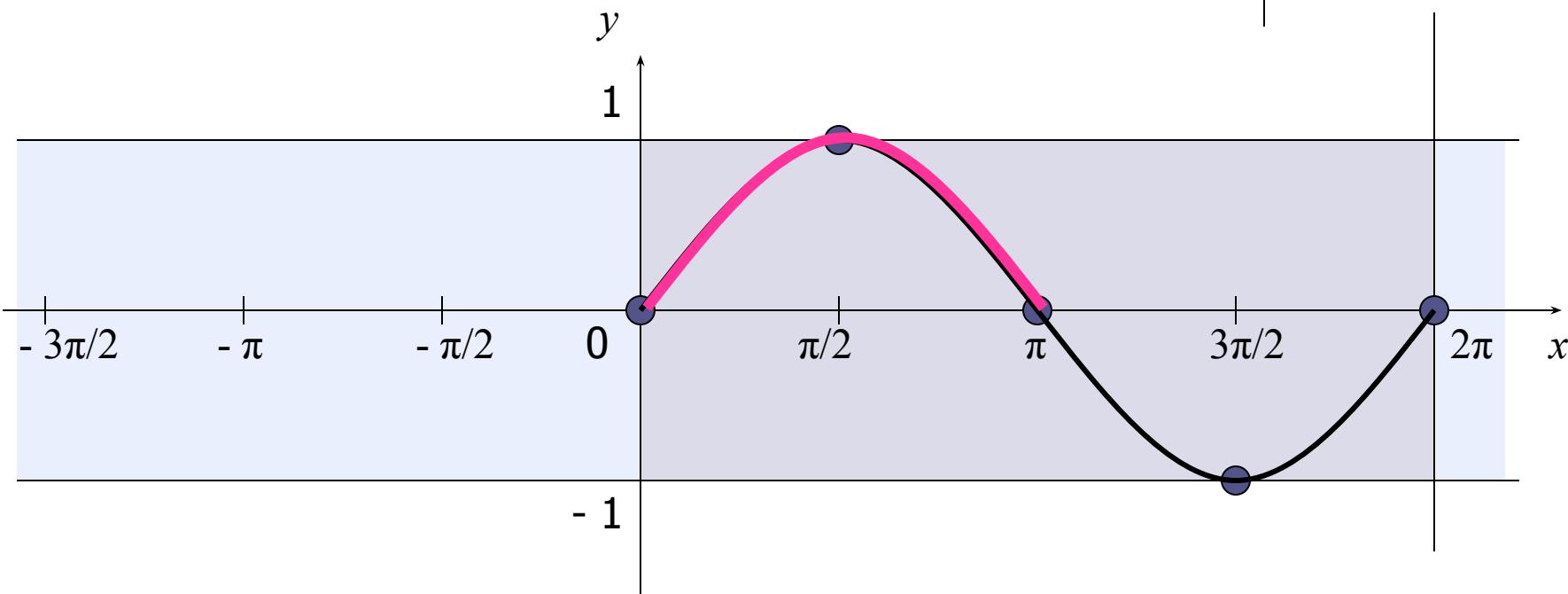
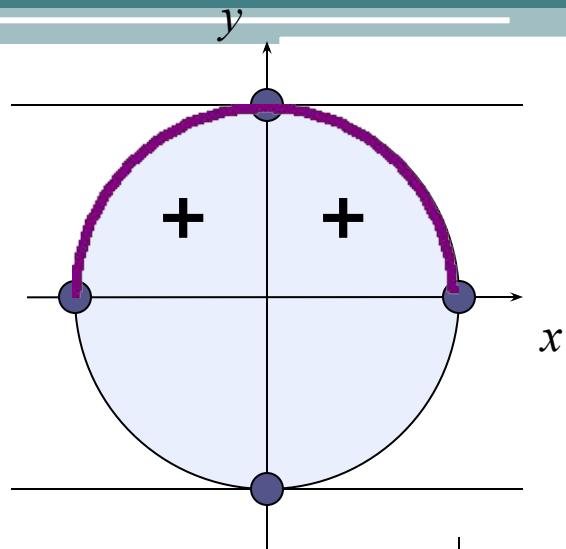


## Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Положительные значения  $\sin x > 0$

на отрезке  $(2\pi k; \pi + 2\pi k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

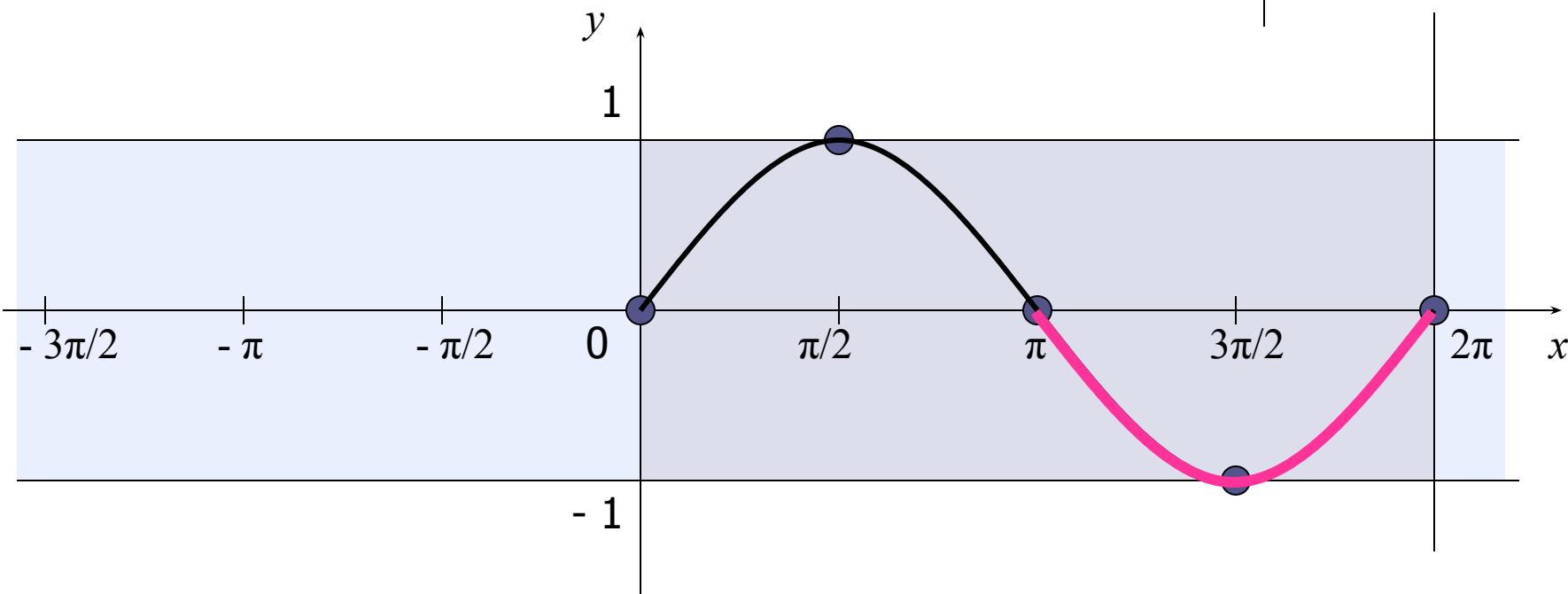
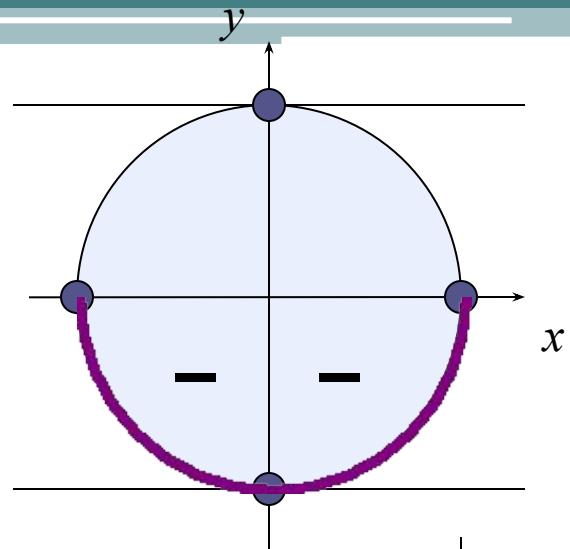


## Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Отрицательные значения  $\sin x < 0$

на отрезке  $(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$ .  $k \in \mathbb{Z}$

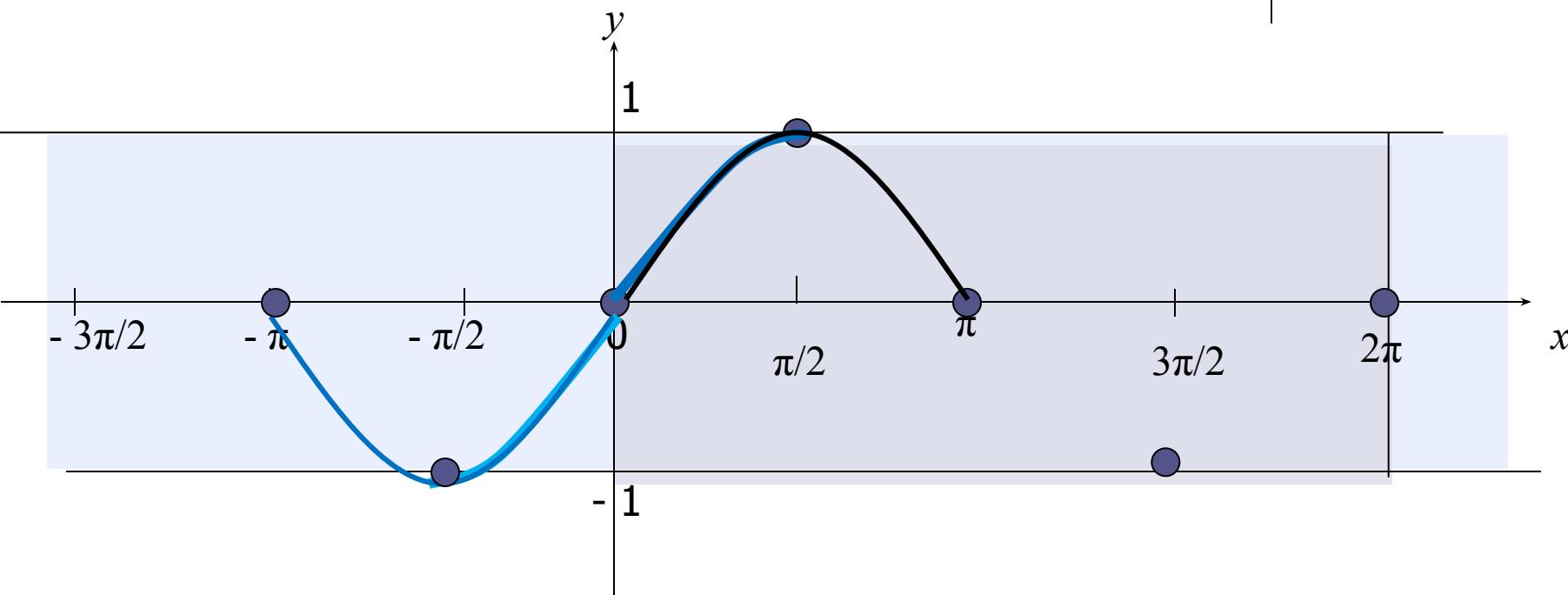
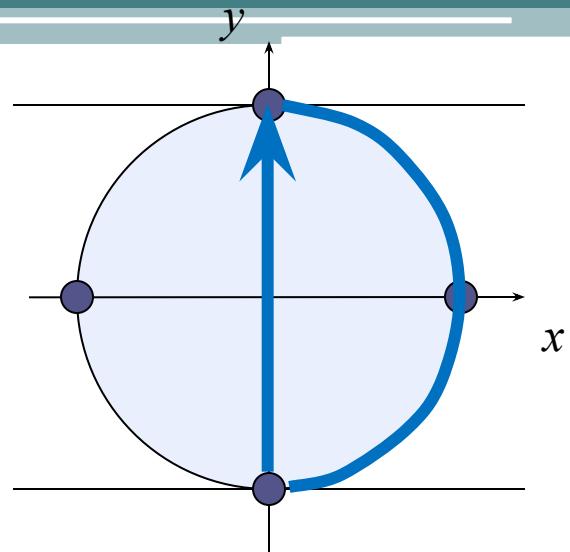


## Промежутки возрастания

$$y = \sin x$$

**Функция возрастает**

на отрезке  $[-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k]$

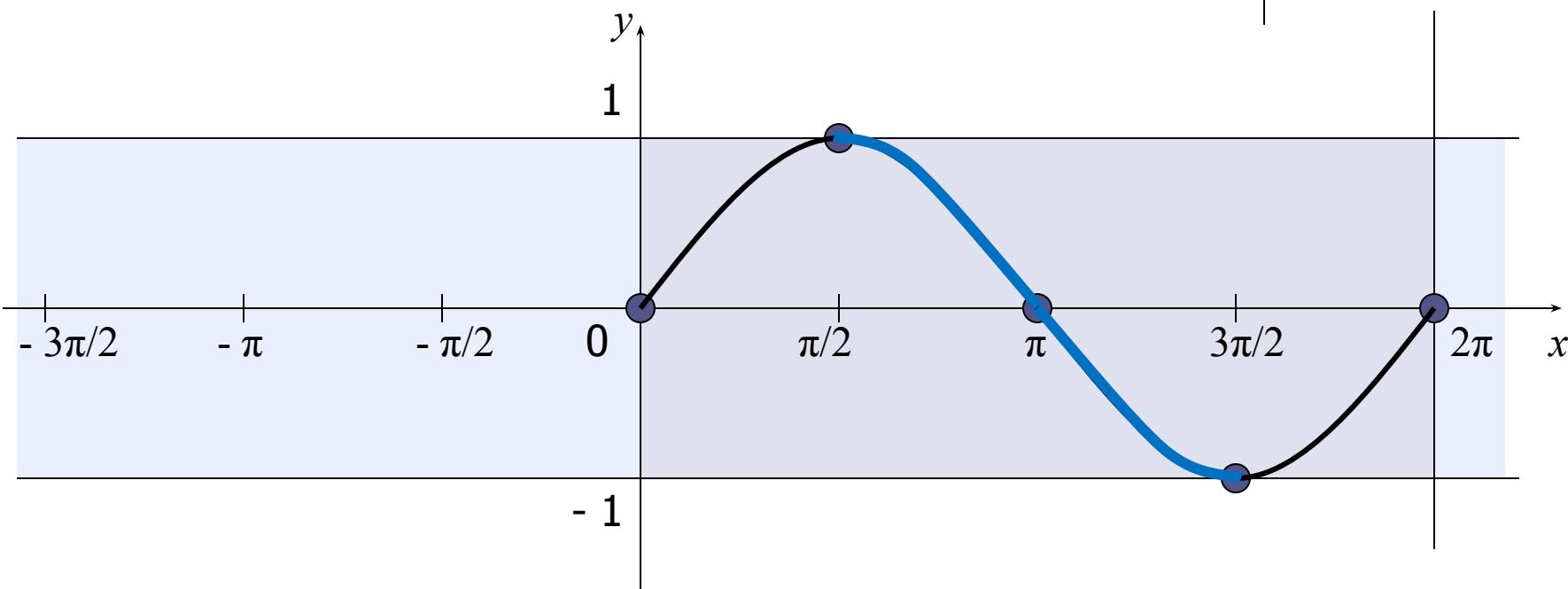
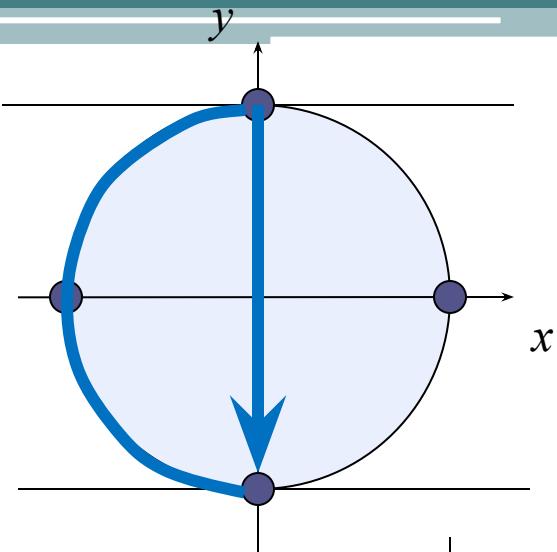


## Промежутки убывания

$$y = \sin x$$

Функция убывает

на отрезке  $[\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k]$



## Задача

Сравнить числа  $\sin 2$  и  $\sin 3$

Так как  $\pi = 3,14$ ,  $\frac{\pi}{2} = 1,57$ , то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  функция  $y=\sin x$  убывает.

Ответ:  $\sin 2 > \sin 3$ .

## Упражнения

Пользуясь свойствами функции  $y = \sin x$ ,  
сравните числа:

$$\sin 100^\circ \text{ и } \sin 130^\circ$$

$$\sin 4 \text{ и } \sin 2$$

$$\sin \frac{\pi}{9} \text{ и } \sin \frac{7\pi}{18}$$

## Расположить в порядке возрастания числа

$\sin 1.9$ ;  $\sin 3$ ;  $\sin(-1)$ ;  $\sin(-1.5)$ .

Числа  $\sin 1.9$  и  $\sin 3$  **положительны**, так как точки  $P_{1,9}$  и  $P_3$  находятся **во 2 четверти**.

Функция  $y=\sin x$  во 2 четверти убывает.  $\sin 3 < \sin 1.9$

Числа  $\sin(-1)$  и  $\sin(-1.5)$  **отрицательны**, так как точка  $P(-1)$  и  $P(-1,5)$  находятся в **4 четверти**.

Функция  $y=\sin x$  во 4 четверти возрастает..

$$\sin(-1.5) < \sin(-1)$$

**Ответ:**

Таким образом, в порядке возрастания эти числа располагаются так:

$$\sin(-1.5); \quad \sin(-1); \quad \sin 3; \quad \sin 1.9$$

## Используя свойство возрастания или убывания функции $y=\sin x$ , сравните числа:

1 вариант

$$1. \sin \frac{7\pi}{10}$$

и

$$2. \sin \frac{13}{7}$$

и

$$3. \sin\left(-\frac{8\pi}{7}\right)$$

и

2 вариант

$$\sin \frac{13\pi}{10}$$

$$\sin \frac{11\pi}{7}$$

$$\sin\left(-\frac{9\pi}{8}\right)$$

$$4. \sin 7$$

и

$$\sin 6$$

Разбить отрезок  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$  на два так, чтобы на одном из них функция  $y=\sin x$  убывала, а на другом возрастала.

**Ответ:** На отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  функция  $y=\sin x$  убывает,

а на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  функция возрастает.

**№ 722 Разбить данный отрезок на два отрезка так, чтобы на одном из них функция  $y=\sin x$  возрастила, а на другом убывала.**

1)  $[0; \pi]$   $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  - Функция возрастает

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  - Функция убывает

2)  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$   $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  - Функция убывает

$\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  - Функция возрастает

3)  $[-\pi; 0]$   $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$  - Функция убывает

$\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$  - Функция возрастает

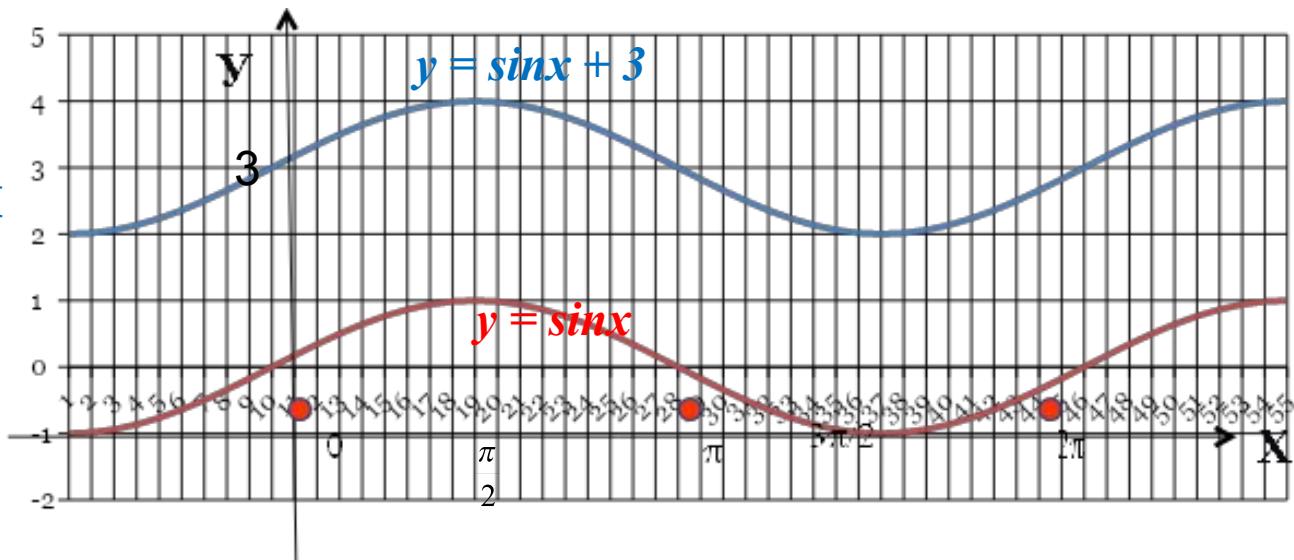
# Преобразование графика

$$y = \sin x$$

## Сдвиг вдоль оси ординат

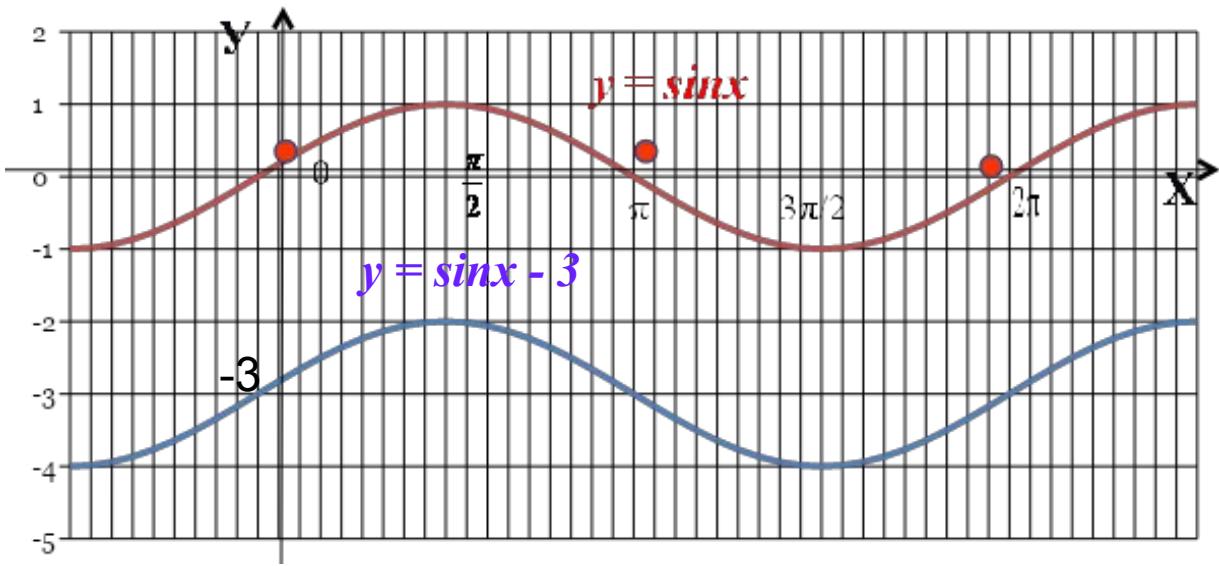
Построить  
график функции  
 $y = \sin x + 3$

**+** вверх



Построить график  
функции  
 $y = \sin x - 3$

**-** вниз



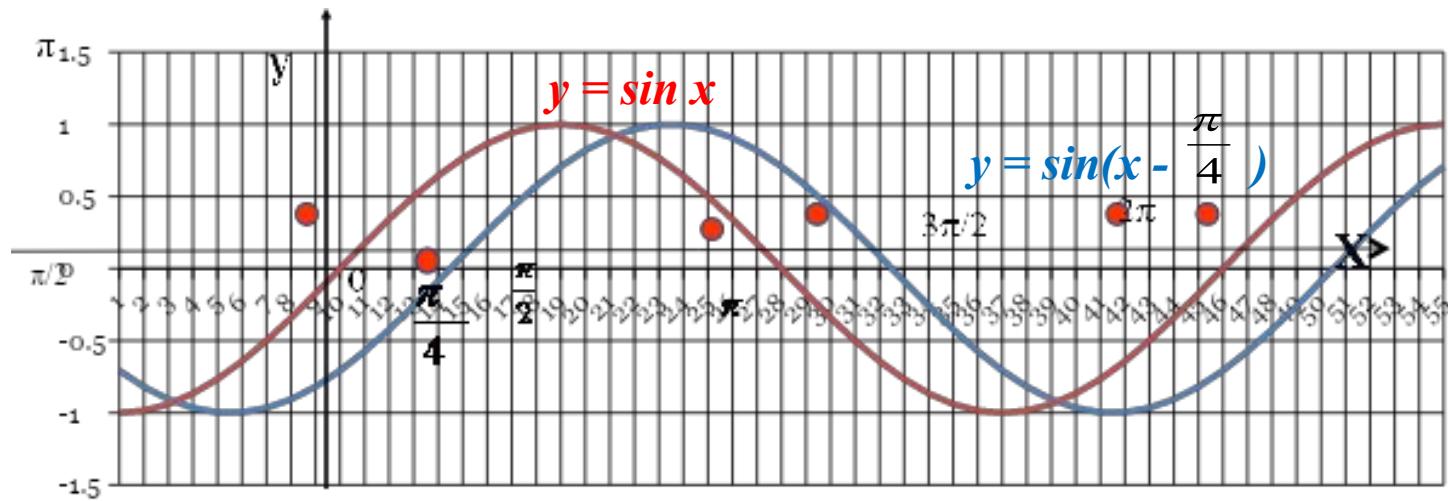
# Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

+

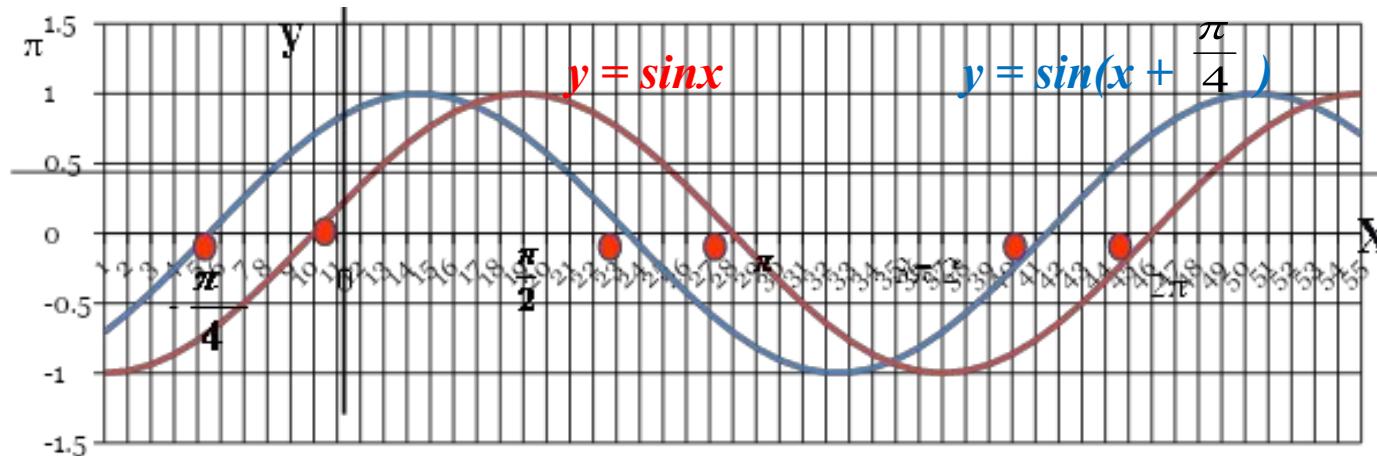
Сдвиг влево



Построить  
график функции  
 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

-

Сдвиг вправо

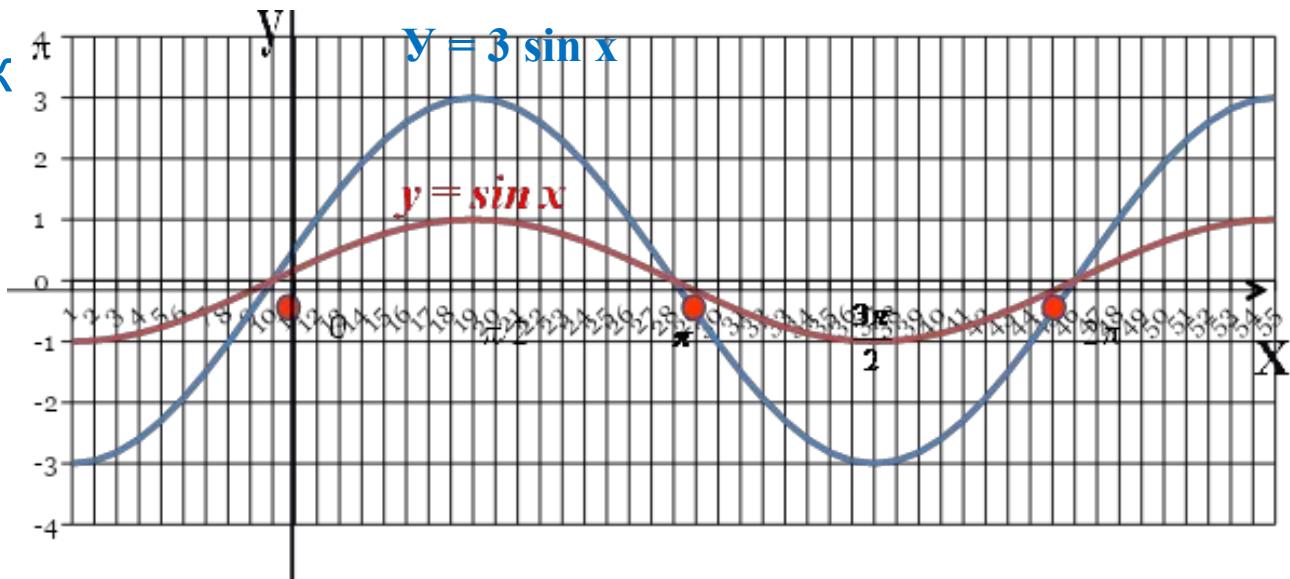


# Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график  
функции  $y = 3 \sin x$

$$K > 1$$

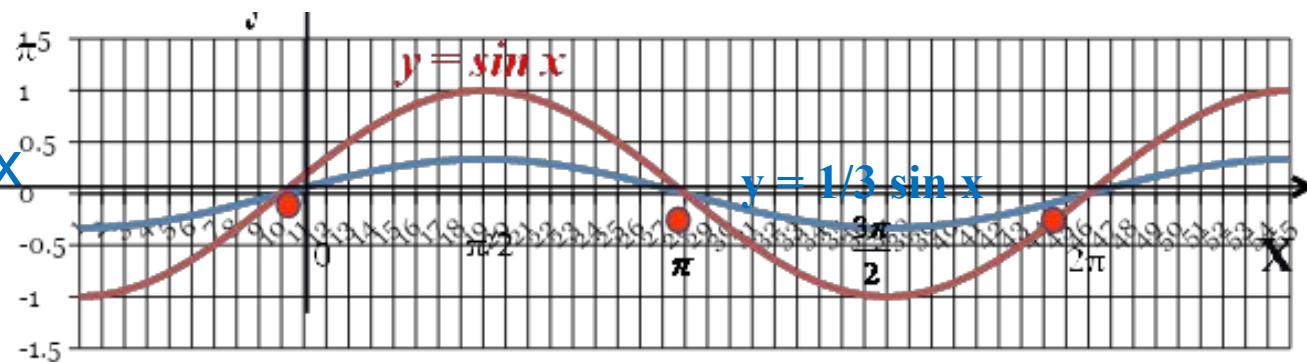
растяжени  
е



Построить график  
функции  $y = 1/3 \sin x$

$$0 < K < 1$$

сжатие

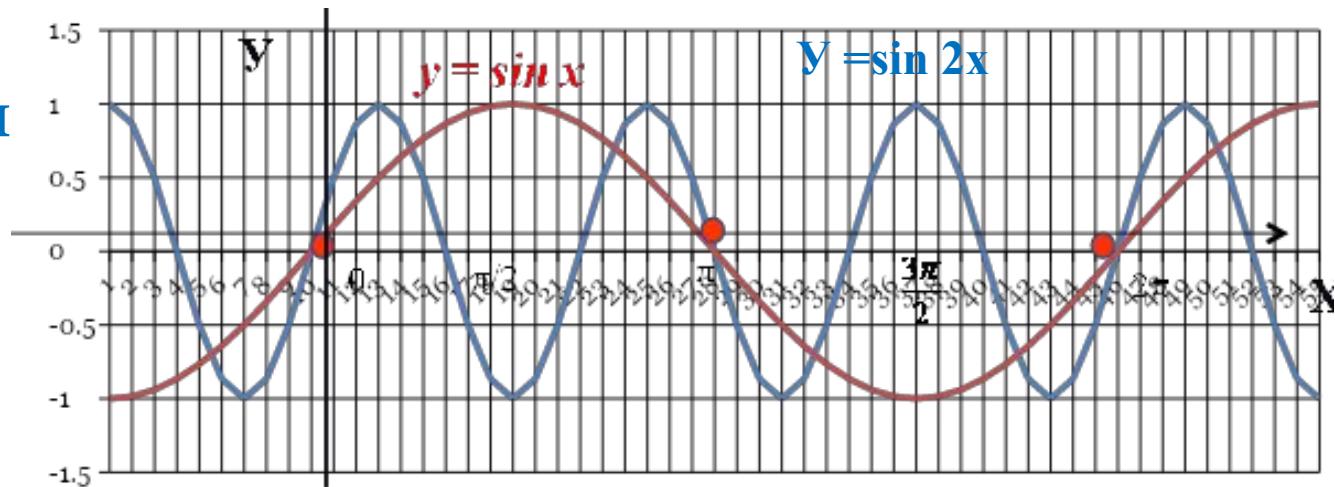


# Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить  
график функции  
 $y = \sin 2x$

$K > 1$

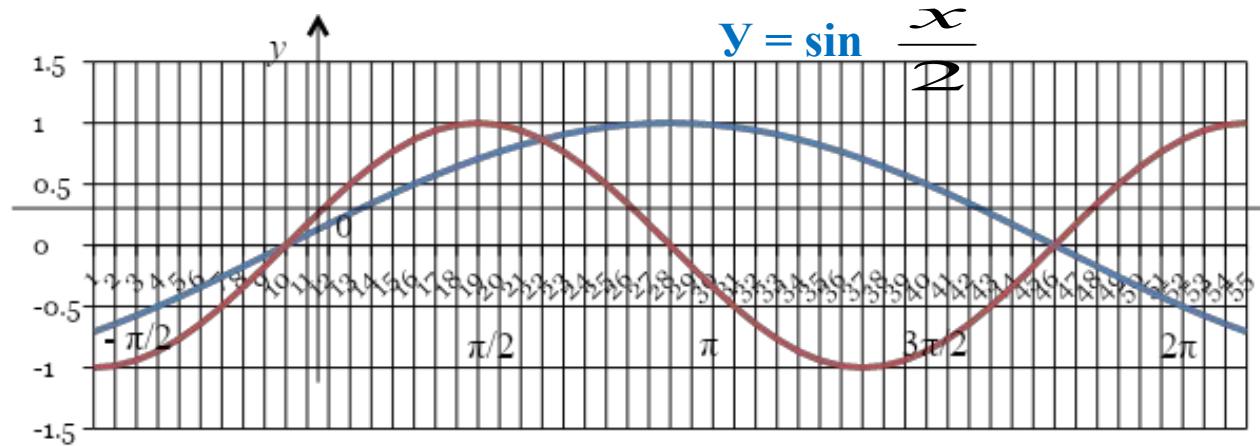
сжатие

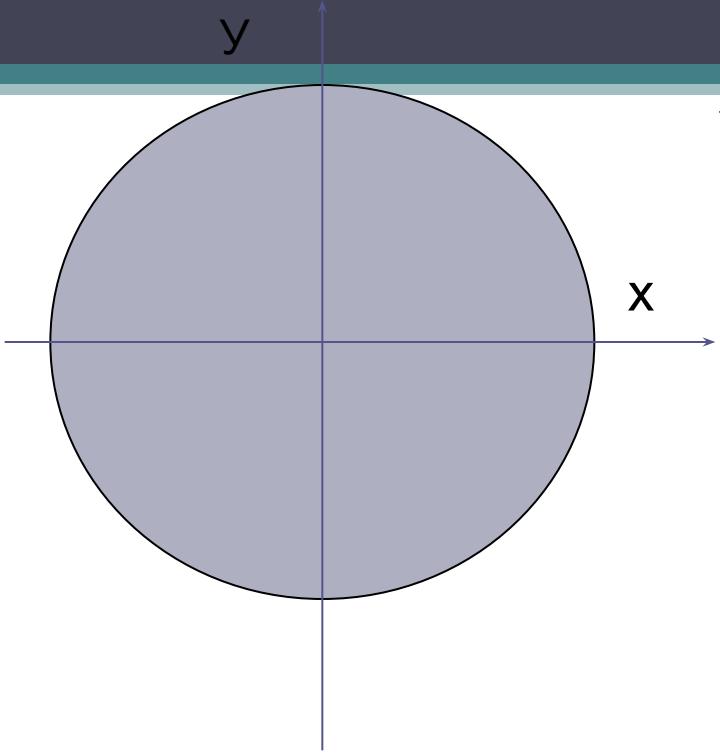


Построить  
график функции  
 $y = \sin \frac{x}{2}$

$0 < K < 1$

растяжени  
е





$$y = \sin x$$

- При каких значениях  $x$  функция  $y=\sin x$  принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция  $y=\sin x$  принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях  $x$  функция  $y=\sin x$  принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции  $y=\sin x$ ?