МОУ Шатковская СОШ № 1.

Производная и ее применение.

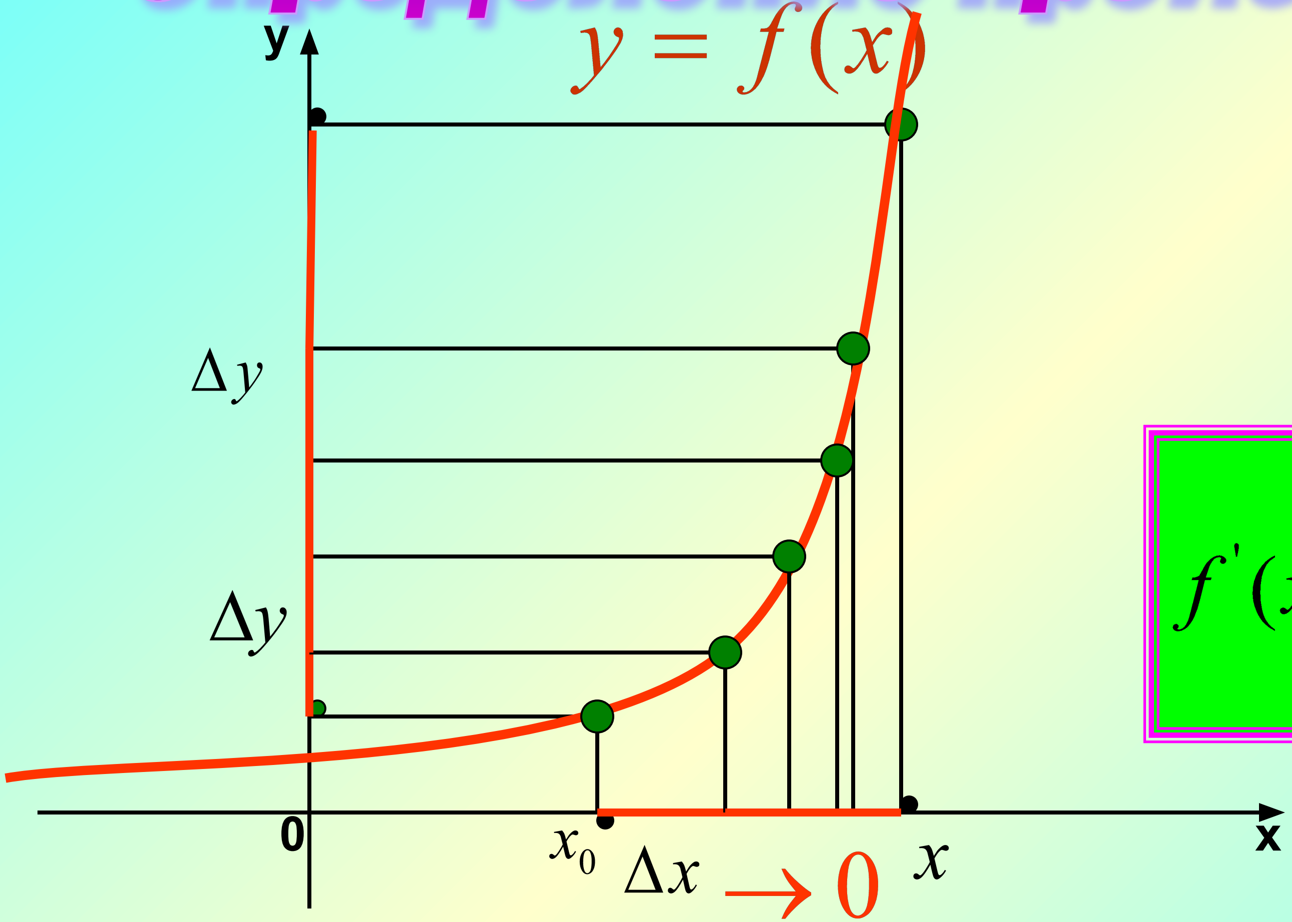
11 класс.

Основоположники дифференциального исчисления

Г. Лейбниц

И. Ньютон

Определение производной



$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

Производной функции f(x) в точке x_0 называется предел отношения приращения функции Δ f(x) к приращению аргумента Δx при $\Delta x \to 0$

Правила дифференцирования

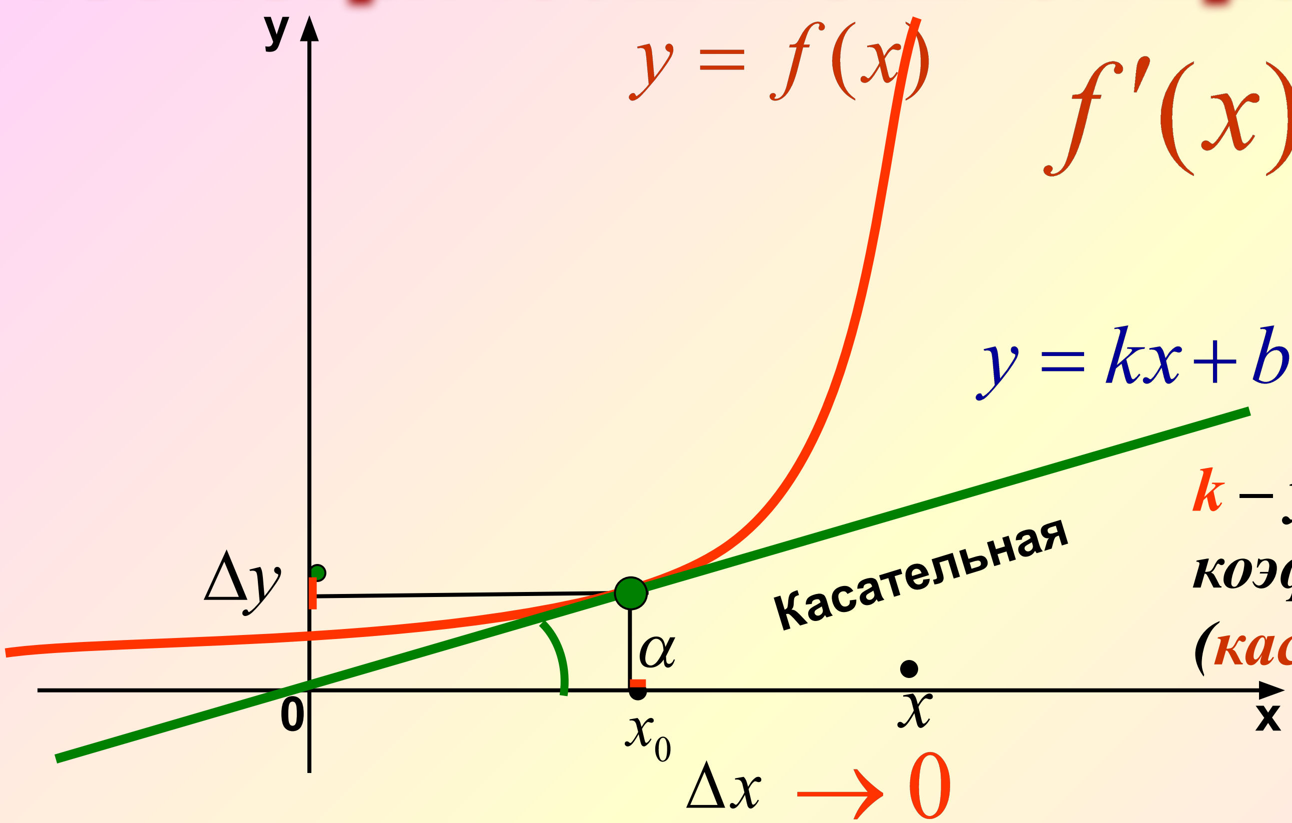
Производная суммы (разности)	$(u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x)$
Производная произведения	$(u(x) \cdot v(x))' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
Производная частного	$\left(\dfrac{u(x)}{v(x)}\right) = \dfrac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)}$

$(cf(x))' = cf'(x)$; $c' = 0$

Производные элементарных функций

$f(x)$	x^p	e^x	a^x	$\ln x$	$\log_a x$	$\sin x$	$\cos x$	$\mathrm{tg}\, x$	$\mathrm{ctg}\, x$
$f'(x)$	px^{p-1}	e^x	$a^x \ln a$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Геометрический смысл производной.



$$f'(x) = tg\alpha = k$$

***k** – угловой коэффициент прямой (**касательной**)*

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Физический смысл производной

$$v_{ср.} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx – перемещение тела

Δt – промежуток времени в течение которого выполнялось движение

При $\Delta t \to 0$ $v_{ср.} \to$ *к мгновенной скорости* $v(t)$,

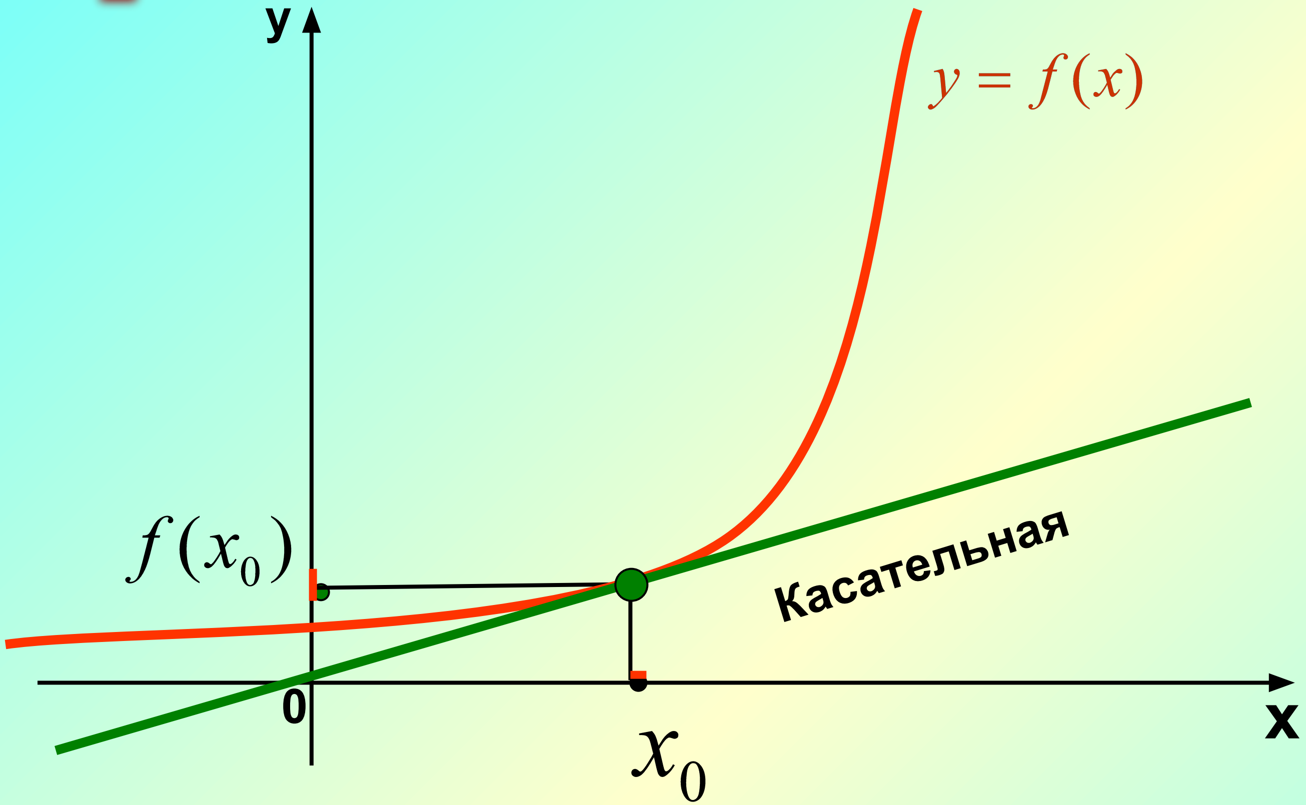
следовательно, $v(t) = S'(t)$.

$$S'(t) = v(t)$$

$$v'(t) = a(t)$$

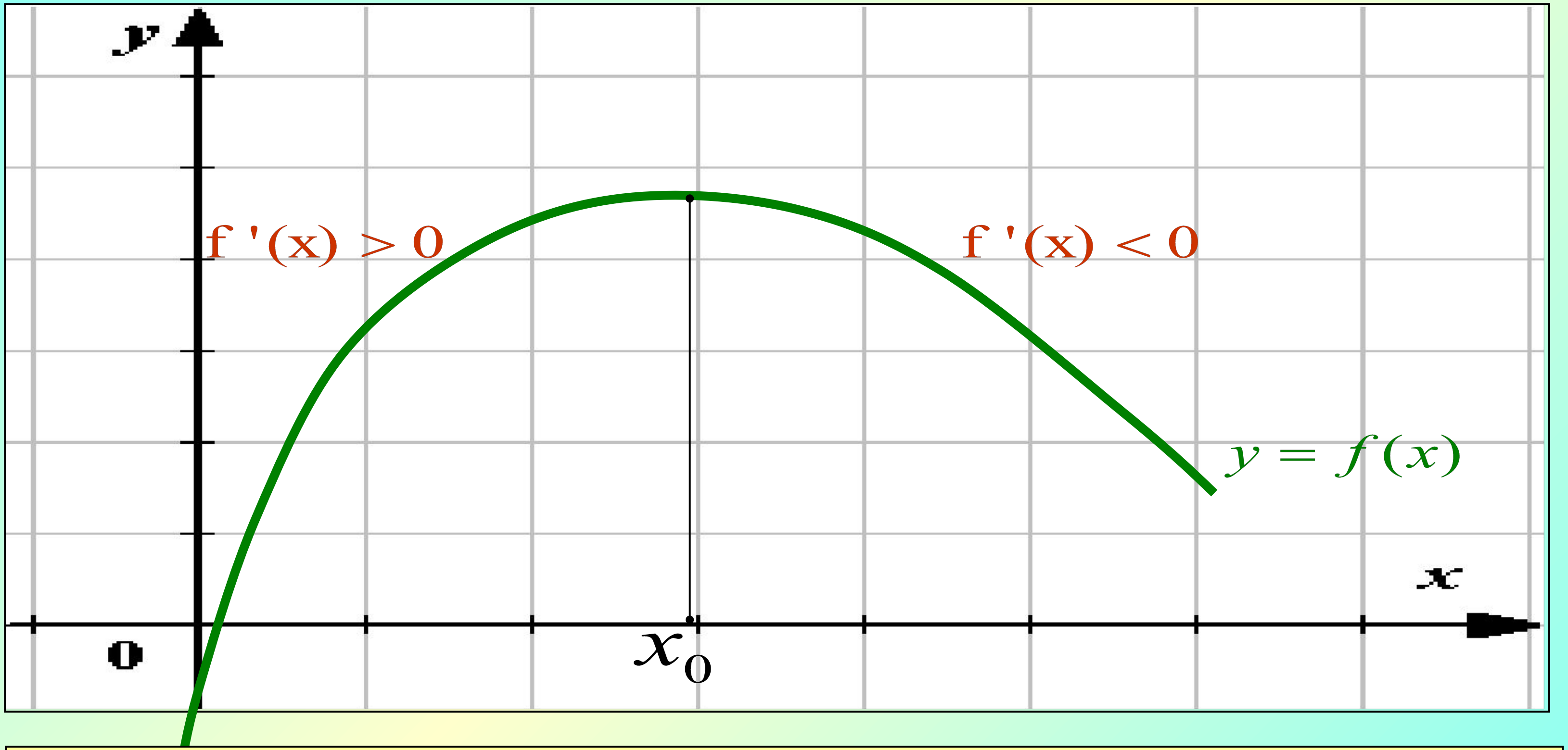
$$s''(x) = a(x)$$

Уравнение касательной



$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Возрастание и убывание функции

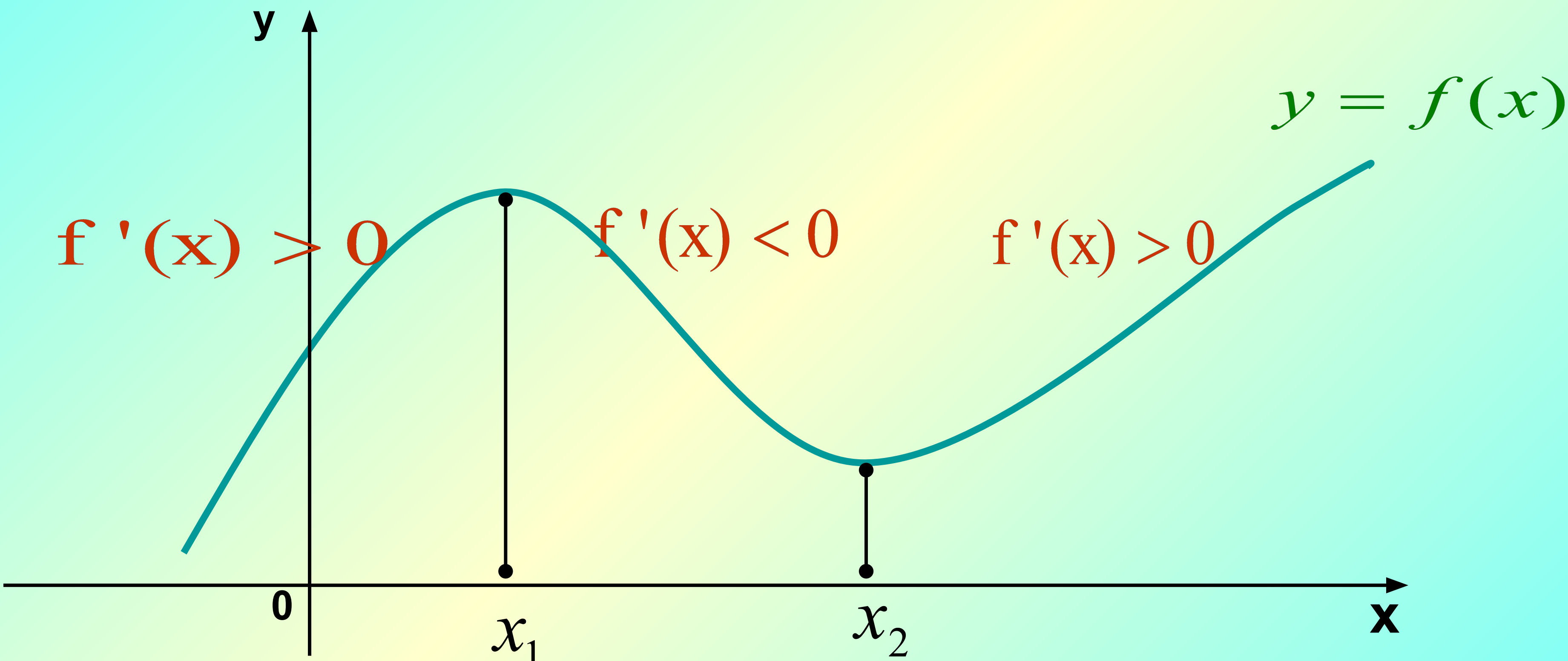


Функция возрастает на некотором промежутке, если f'(x)>0 на этом промежутке, функция убывает на некотором промежутке, если f'(x)<0 на этом промежутке.

Промежуток возрастания: x ≥ 0

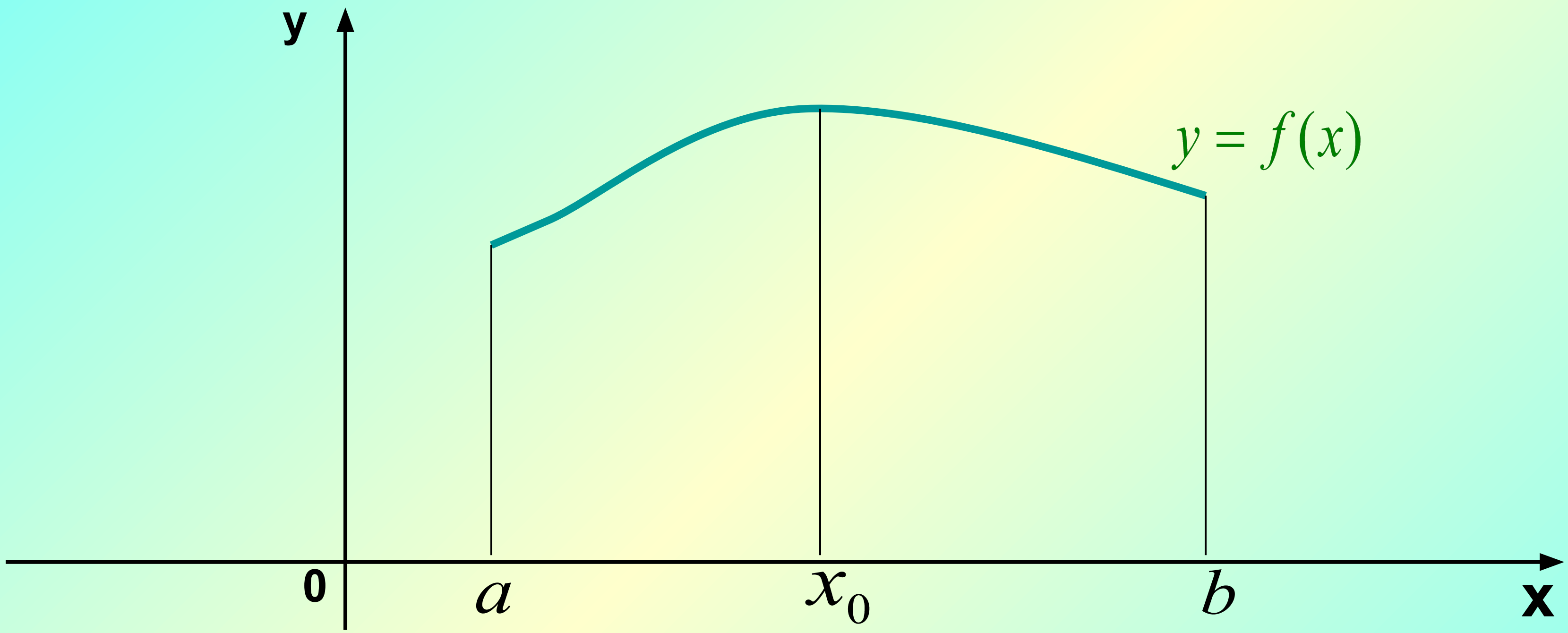
Промежуток убывания: x ≤ 0

Экстремумы функции



X_1 - точка максимума
X_2 - точка минимума

Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке



1. Находим f(a) и f(b)
2. Находим стационарные точки (x_0), принадлежащие (a;b)
3. Находим f(x_0)
4. Сравнивая значения f(a), f(b), f(x_0), определяем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Вопросы для проверки теории

1. Правила дифференцирования.
2. Производные элементарных функций.
3. Производные высших порядков.
4. Физический смысл производной.
5. Геометрический смысл производной.
6. Определение производной.
7. Уравнение касательной к графику функции.
8. Возрастание и убывание функции.
9. Точки экстремума.
10. Критические точки функции.
11. Достаточные условия экстремума.
12. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Проверочная работа

Вариант I	Вариант II
1. Найти производную функции:	
а) $y=\frac{3}{4}x^5-7x^4+\frac{2}{3}x^3-0{,}5x^2+6x-5$	а) $y=\frac{7}{3}x^5-5x^4-\frac{5}{6}x^3+1{,}5x^2-7x+1$
б) $y=\cos 3x \bullet 4x^2$	б) $y=8x^3 \bullet \sin 5x$
в) $y=\dfrac{x^2-x+1}{3e^{2x}}$	в) $y=\dfrac{x^3+x-2}{5e^{3x}}$
2. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой x_0, если	
$f(x) = \sin x$, $x_0 = \pi/4$	$f(x) = \cos x$, $x_0 = \pi/3$
3. Найти промежутки возрастания и убывания функции	
$y=3x^2-7x+1$	$y=5x^2+6x-2$
4. Найти точки экстремумов функции	
$y=6x^2-3x-8$	$y=8x^2-9x+5$