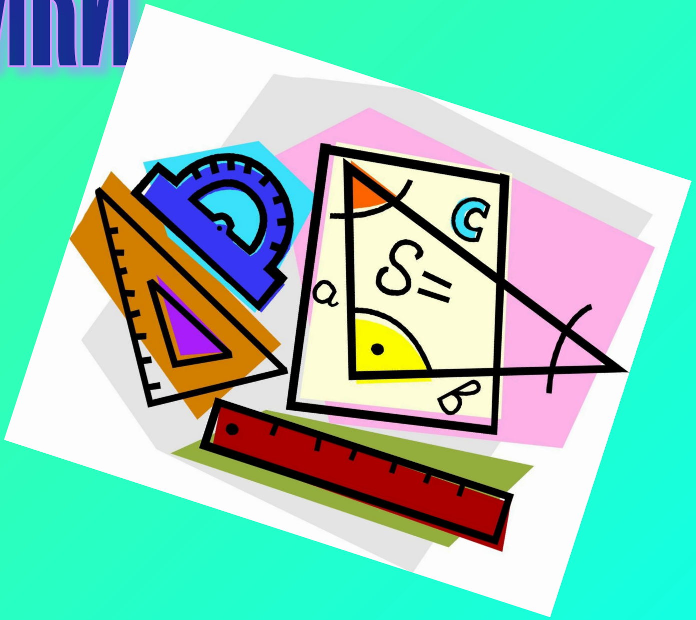
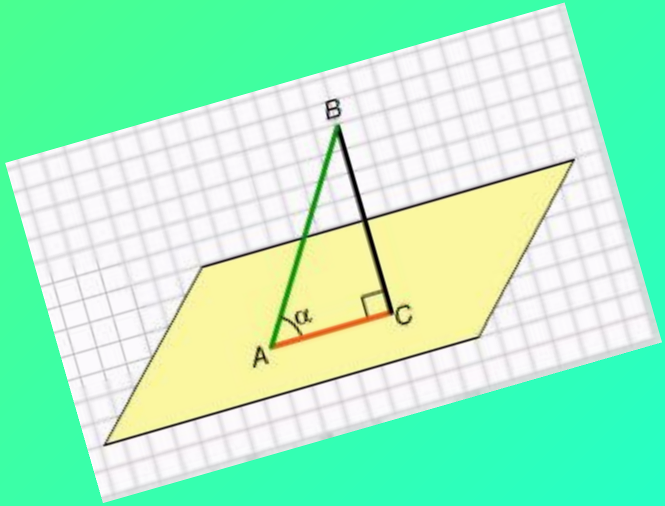
Прямоугольные треугольники при решении задач С4

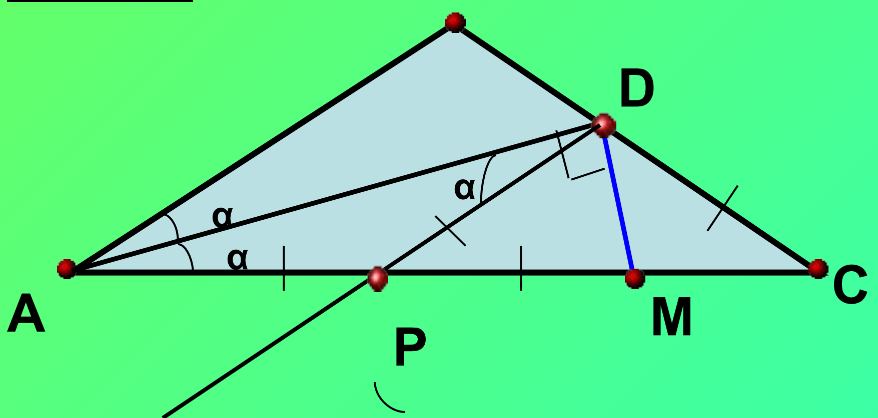




Учитель математики
МБОУ башкирская
гимназия с.Малояз
Исмагилова Л.А.

2012 г.

Задача



Дано: ∆ABC, AB=BC.

AD- биссектриса, DM┴AD

DM ∩ AC = M

Доказать: CD = ½AM

Доказательство:

1)DP║AB

P- середина AM

2) ∆APD- равнобедренный, AP=PD

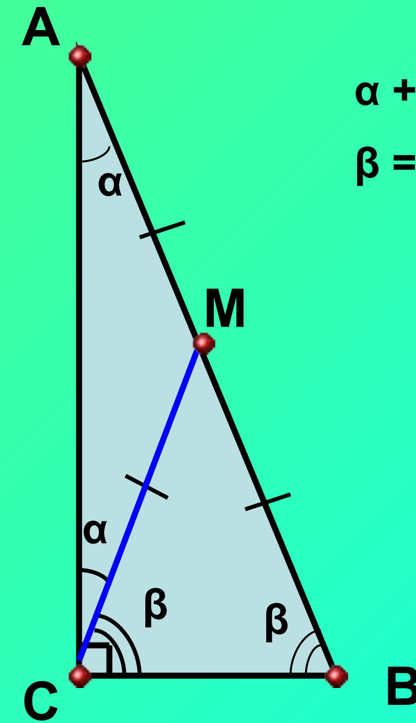
3) ∆PDC- равнобедренный, PD=CD

т.к ∆ABC~ ∆PDC по двум углам,

∠A= ∠P= 2α, ∠C-общий , значит

AP=PD=PM=CD

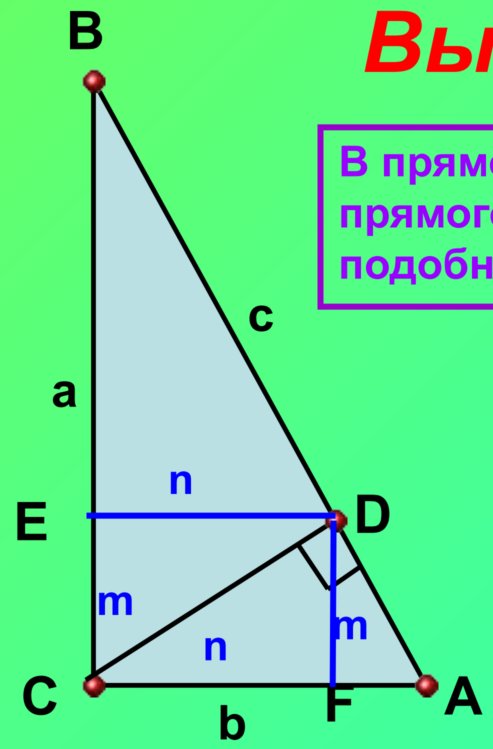
5) CD = ½AM



$\alpha + \beta = 90^o$

$\beta = 90 - \alpha$

Высота из вершины прямого угла



В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два прямоугольных треугольника, подобных исходному.

I. $CD^2 = BD \cdot AD$

$CA^2 = AB \cdot BD$

$CB^2 = AB \cdot BD$

II. $CD = (BC \cdot AC) / AB$

$AC = (n^2 + m^2) / n$

$BC = (n^2 + m^2) / m$

III. В подобных треугольниках ABC,ACD,BCD имеет место равенство:

$d^2_a+d^2_b=d^2_c$; (d_a, d_b, d_c,-сходственные линейные элементы этих треугольников

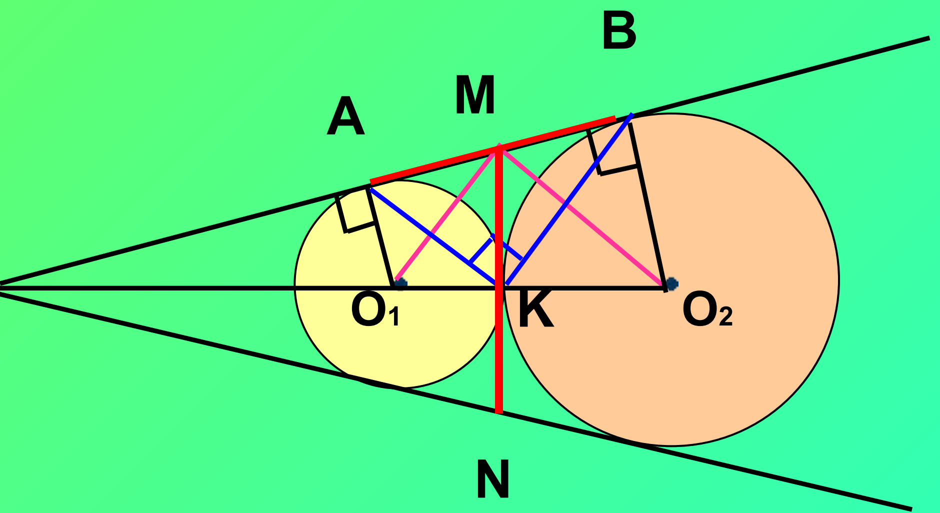
$P^2_{\Delta ABC}= P^2_{\Delta ACD}+ P^2_{\Delta BCD}$

$r^2_a+ r^2_b= r^2_c$; $R^2_a + R^2_b= R^2_c$

r_a,r_b,r_c-радиусы вписанных окружностей в ΔACD, ΔBCD, ΔABC

$h^2_a+h^2_b=h^2_c$ (h_a,h_b,h_c, -высоты,опущенные из вершин прямых углов

Окружность - Касательная



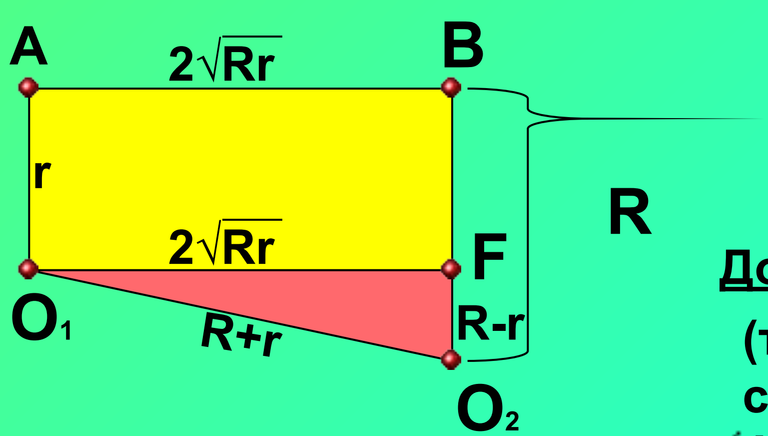
Отрезок общей внешней касательной к двум касающимся окружностям радиусов r и R равен отрезку общей внутренней касательной (MN) ,заключенному между общими внешними.

Оба эти отрезки равны $2\sqrt{Rr}$

I. $AB = 2\sqrt{Rr}$

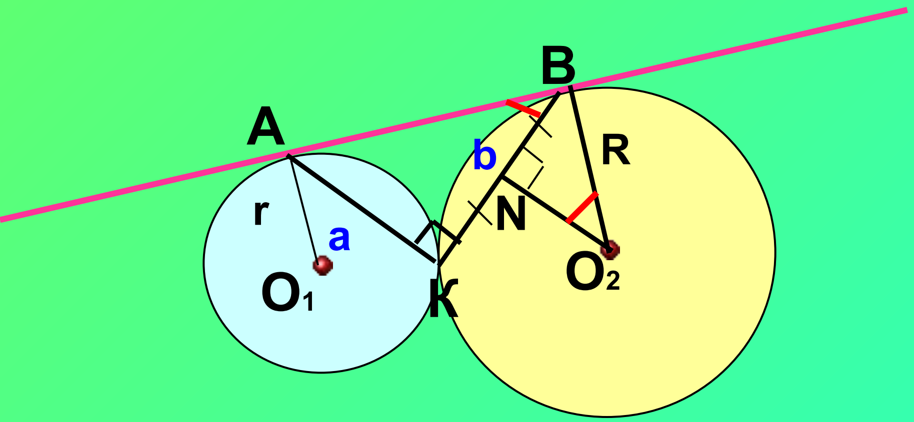
II. $MN = 2\sqrt{Rr}$

т.к. ΔAKB- прямоугольный, $\angle$K= 90º, MK- медиана, AM = MK = MB=$\sqrt{Rr}$ Аналогично NK= $\sqrt{Rr}$ Значит MN = MK + KN = $2\sqrt{Rr}$



Доп-но:доказать,что ΔO_1MO_2 – прямоуг.,$\angle$M = 90º (т.к.$\angle O_1MO_2$ – угол между биссектрисами смежных углов AMK и BMK) MO_1-биссектриса $\angle$AMK, MO_2- биссектриса $\angle$ BMK

Задача



Дано: две касающиеся окружности с центром O_1 и O_2 , общая внешняя касательная. К – точка касания окружностей. А и В-точки касания. АК = а, ВК = b

Найти: r, R

Решение:

1) $\angle$АКВ- прямой

2) Если есть хорда в окружности, то проводим $NO_2 \perp$ КВ, тогда N-середина КВ,

3) $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$

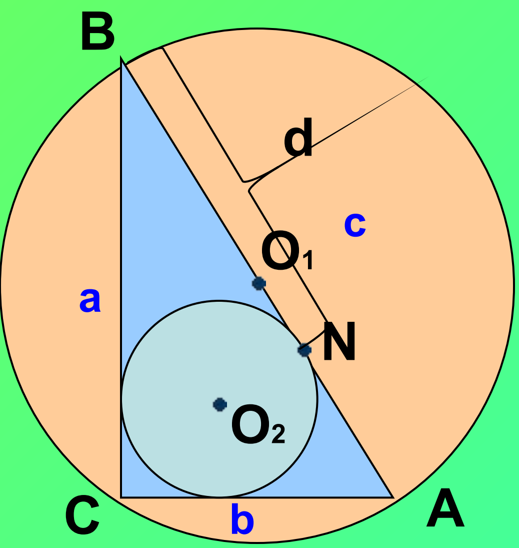
4) $\triangle BNO_2 \sim \triangle AKB$: $\angle ABK = \angle BO_2N$

$\angle K = \angle N = 90^o$

5) Найдем R: $AB : BO_2 = AK : BN$

$(\sqrt{a^2 + b^2}) : R = a : (b/2) \Rightarrow R = (b\sqrt{a^2 + b^2}) / 2a$

6) Аналогично для r



Окружности: вписанные, описанные

$r = S/p$; $R=abc/4S$

I. $R=\frac{1}{2}c$, $r = \frac{1}{2}(a+b-c)= p-c$

(p-полупериметр $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$)

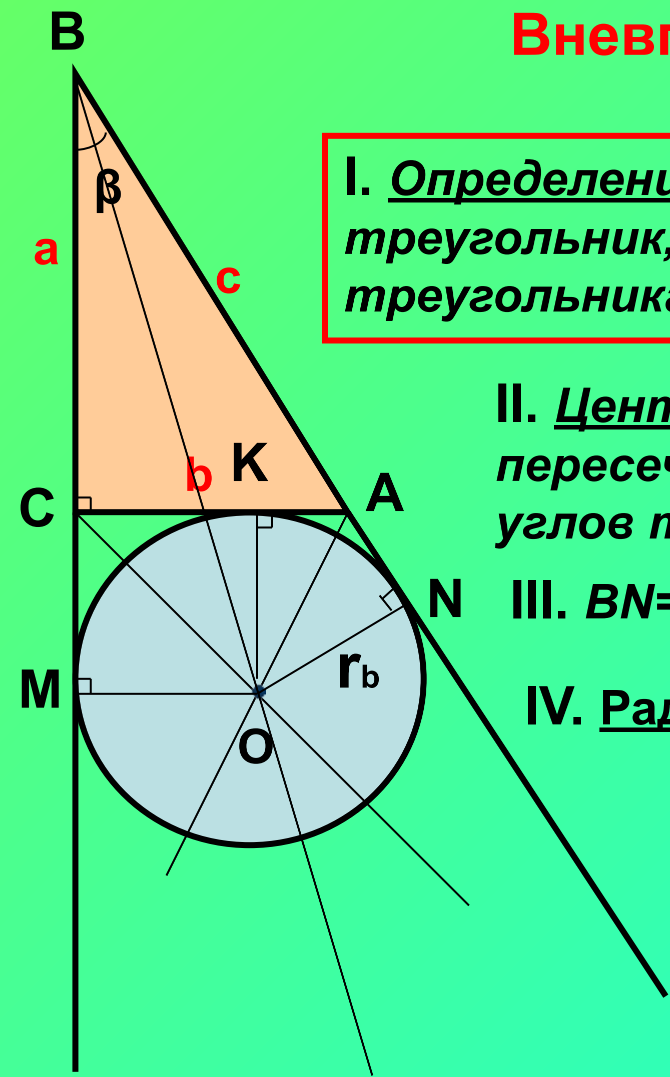
$R + r =\frac{1}{2}(a+b)$

$r=\frac{1}{2}(a +b -\sqrt{a^2+b^2})$

II. $BN= d = p-b$;

***BN равен разности полупериметра** p **и противоположной стороны** b*

Вневписанная окружность



I. ***<u>Определение</u>. Окружность называется вневписанной в треугольник, если она касается одной из сторон треугольника и продолжений двух других сторон.***

II. ***<u>Центр вневписанной окружности-</u> точка пересечения биссектрис внутреннего и внешних углов треугольника.***

III. ***BN=BM=p (полупериметр)***

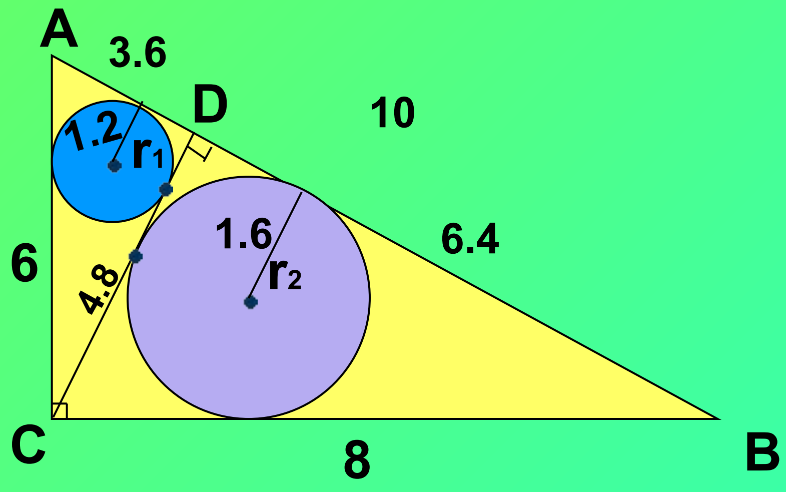
IV. <u>Радиус вневписанной окружности</u>

$r_b=p\cdot tg(\beta/2)$	$r_b=S\ /\ (p-b)$
$r_a=p\cdot tg(\alpha/2)$	$r_a=S\ /\ (p-a)$
$r_c=p\cdot tg(\gamma/2)$	$r_c=S\ /\ (p-c)$

$r_a + r_b + r_c = r + 4R$

(сумма радиусов вневписанных окружностей равна сумме радиуса вписанной окружности и удвоенного диаметра описанной окружности)

Задача



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, CD- высота

Вписанные окружности в $\triangle ACD$ и $\triangle BCD$

AC = 6см, BC = 8см

Найти: r_1, r_2

Решение:

1) $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$(см)

2) $CD=(AC\cdot BC)/AB=(6\cdot 8)/10=4.8$(см)

3) $\triangle ADC$: $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{6^2-(4.8)^2}=\sqrt{36-23.04}= =3.6$(см)

$\triangle BDC$: $DB=\sqrt{BC^2-CD^2}=\sqrt{8^2-(4.8)^2}=\sqrt{(8-4.8)(8+4.8)}=6.4$(см)

$r_1=(AD+DC-AC)/2=(3.6+4.8-6)/2=1.2$(см)

$r_2=(CD+DB-CB)/8=1.6$(см)

Ответ: 1.2см ; 1.6см