

Арифметическая прогрессия

*Презентация Гуроглян Арпине
и Кучумова Михаила*

10«А»класс

- Впервые, эта формула была доказана древнегреческим ученым Диофантом (III в. н. э.).
- Правило отыскания суммы n -первых членов произвольной арифметической прогрессии встречается в "книге Абаки" Л. Фибоначчи (1202г.).
- Много в этой области работал знаменитый немецкий математик К.Гаусс (1777 г.-1855г.). Он еще в детстве за 1 минуту сложил все числа от 1 до 100, увидел эту закономерность.
- Но, несмотря на пятидесяти вековую древность различных задач на прогрессии, в нашем школьном обиходе прогрессии появились сравнительно недавно. В первом учебнике "Арифметика" Леонида Филипповича Магницкого, изданном двести лет назад и служившем целых полвека основным руководством для школьного обучения, прогрессии хотя и имеются, но общих формул, связывающих входящие в них величины между собою, в нем не дано. Поэтому сам составитель учебника не без затруднений справлялся с такими задачами.

Историческая справка

Последовательность, у которой задан первый член a_1 , а каждый следующий равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d , называется арифметической прогрессией:

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ где } d - \text{разность прогрессии.}$$

Что это такое?

Формула разности арифметической прогрессии

$$d = a_{n+1} - a_n$$

- Если $d > 0$ — арифметическую прогрессию называют **возрастающей**;
- Если $d < 0$ — арифметическую прогрессию называют **убывающей**;
- В случае, если $d = 0$ — все члены прогрессии равны числу a , то арифм. прогрессию называют **стационарной**.

Формулы арифметической прогрессии:

- $a_n = a_1 + d(n - 1)$ - формула n -го члена арифметической прогрессии;
- $2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$ - характеристическое свойство арифметической прогрессии для трех последовательных чисел;
- $a_n = a_k + d(n - k)$ - формула нахождения n -го члена арифметической прогрессии через k -ый член прогрессии;
- $a_n + a_m = a_k + a_l$ - характеристическое свойство арифметической прогрессии для четырех произвольных чисел, если $n + m = k + l$.

Сумма n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

ИЛИ

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$\begin{cases} a_5 = 38 \\ a_{10} = 23 \end{cases} \quad a_{15}, S_{10} - ?$$

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4d = 38 \\ a_{10} = a_1 + 9d = 23 \end{cases} \quad -5d = 15; \quad d = -3; \quad a_1 = 38 - 4 \cdot (-3) = 50$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 50 + 14 \cdot (-3) = 8$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 50 + 9 \cdot (-3)}{2} \cdot 10 = 365$$

Ответ: $a_{15} = 8; \quad S_{10} = 365$

Ответ: $a_{12} = 8; \quad S_{10} = 365$

$$5, 14, 23, \dots, a_n = 239 \quad n - ?$$

$$a_1 = 5; \quad d = 9; \quad 239 = a_1 + d \cdot (n-1) \quad 239 = 5 + (n-1) \cdot 9 \quad 239 = 9n - 4 \quad n = 27$$

Ответ: $n = 27$

ПРИМЕРЫ

- В арифметической прогрессии, первый член которой равен $-3,4$, а разность равна 3 , найдите пятый и одиннадцатый члены.

Итак, мы знаем, что $a_1 = -3,4$; $d = 3$. Найти: a_5 , a_{11} .

Решение.

Для нахождения n -ого члена арифметической прогрессии воспользуемся формулой: $a_n = a_1 + (n-1)d$. Имеем:

$$a_5 = a_1 + (5 - 1)d = -3,4 + 4 \cdot 3 = 8,6;$$

$$a_{11} = a_1 + (11 - 1)d = -3,4 + 10 \cdot 3 = 26,6.$$

Ответ: $8,6$ и $26,6$

- Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что $a_3 = 36$; $a_8 = 106$.

Используя полученную нами формулу, решение задачи можно записать в одну строчку:

$$d = (a_8 - a_3) / (8 - 3) = (106 - 36) / 5 = 14.$$

Ответ: 14

Хорошо освоив эти формулы, можно научиться с легкостью решать задачи с арифметической прогрессией.

Конец