



*И.Ф.Ишутченко*

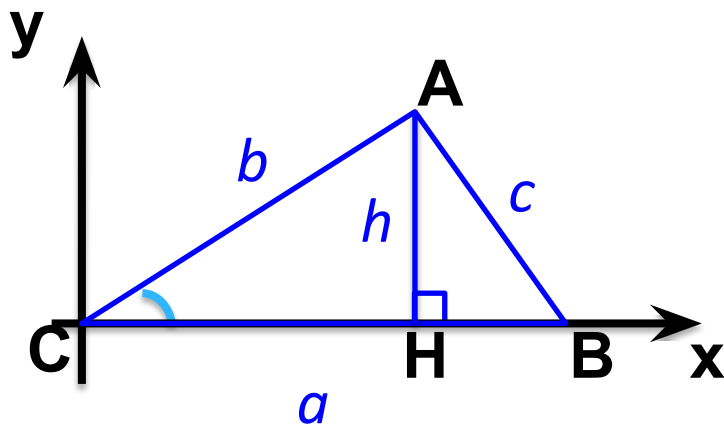
22.11.2013

# Соотношение между сторонами и углами треугольника.

# Теорем



**Теорема:** площадь треугольника равна половине произведения сторон на синус угла между ними .



*Дано :  $\triangle ABC$*

*Доказать :  $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$*

*Доказательство :*

1)  $\triangle ACH$  – прямоугольный  $\Rightarrow h = b \cdot \sin C$

2)  $S = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$



# Формулы для нахождения площади треугольника.



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

Через сторону треугольника и высоту к ней проведенную

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

Через стороны треугольника и синус угла между ними

$$S = pr$$

Через полупериметр и радиус вписанной окружности

$$S = \frac{abc}{4R}$$

Через стороны треугольника и радиус описанной окружности

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Формула  
Герона

# Теорем



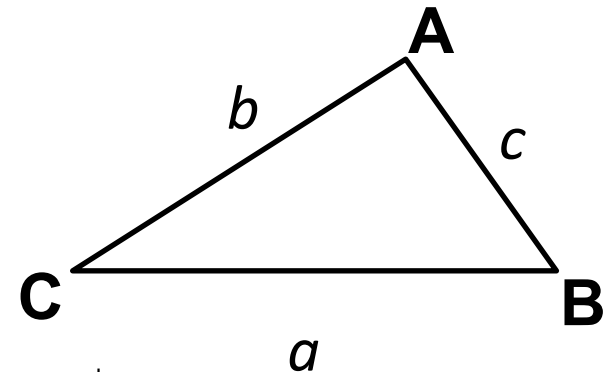
**Теорема синусов:** стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

Дано:  $\triangle ABC$

Доказать:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

Доказательство:

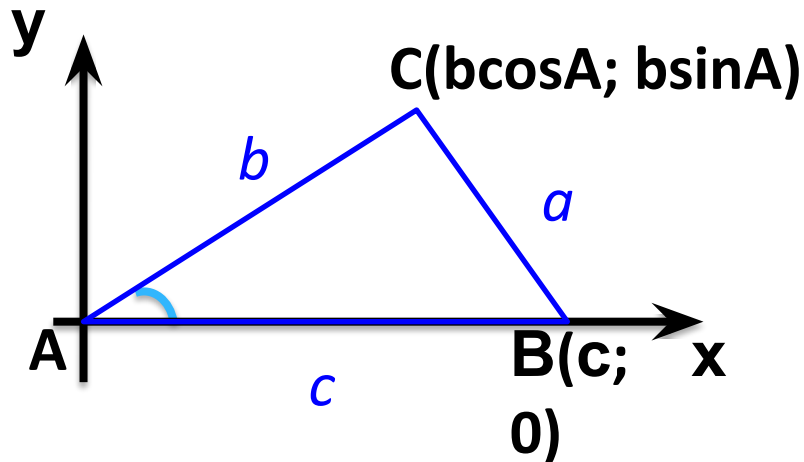
$$\begin{array}{l} S = \frac{1}{2}ac \cdot \sin B \\ S = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A \\ S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{1}{2}ac \cdot \sin B = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A \\ \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C \end{array} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \\ \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \end{array} \left| \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \right.$$



# Теорем



**Теорема косинусов:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



*Дано :  $\triangle ABC$*

*Доказать :  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$*

*Доказательство :*

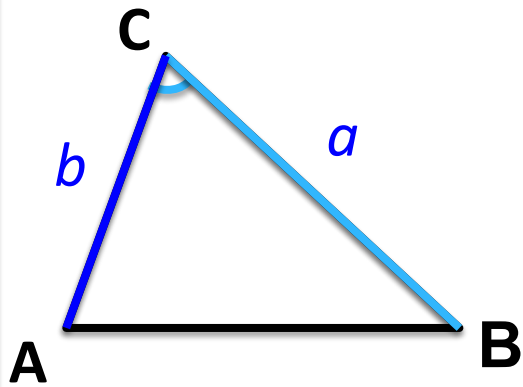
$$\begin{aligned} BC^2 = a^2 &= (b \cos A - c)^2 + b^2 \sin^2 A = \\ &= b^2 \cos^2 A + b^2 \sin^2 A - 2bc \cos A + c^2 = \\ &= b^2 (\cos^2 A + \sin^2 A) + c^2 - 2bc \cos A = \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{aligned}$$



# Важно



Решение **!**треугольника  
по двум сторонам и углу между ними.



Дано :  $\triangle ABC$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $\angle C$

**Что можно найти???**

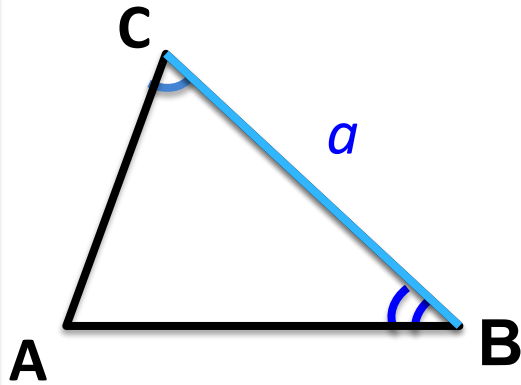
1.  $AB$  по теореме косинусов
2.  $\angle A$  и  $\angle B$  по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

# Важно



**Решение** треугольника  
по стороне и двум прилегающим к ней

**углам.**  
Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BC = a$ ,  $\angle C$ ,  $\angle B$



**Что можно найти???**

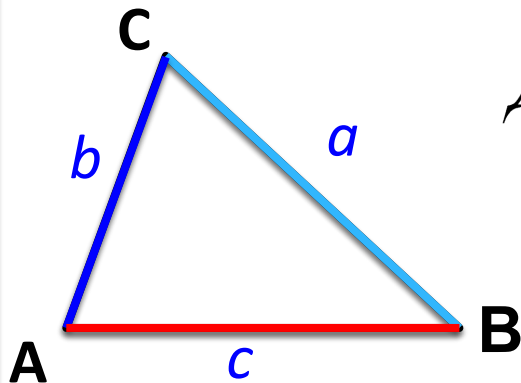
1.  $\angle A$  (сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ )
2. AC и AB по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

# Важно



Решение **!** треугольника  
по трем сторонам.

Дано :  $\triangle ABC$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$



**Что можно найти???**

1.  $\angle A$  (теорема косинусов)
2.  $\angle B$  и  $\angle C$  (теорема синусов)
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника