

Способы решения показательных уравнений



Определение показательного уравнения

ОПР Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется показательным.

Примеры показательных уравнений:

$$1. 2^x = 4$$

$$2. \left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$$

$$3. 3^{2x} - 3^x + 1 = 0$$

$$4. 3^x + 4^x = 5^x$$

$$5. 4^{\frac{2}{x}} - 2^{\frac{1}{x}} + 1 = 0$$

$$6. 9^{x+1} - 43 \cdot 2^{2x+3} + 6^{3-x} = 0$$



Способы решения показательных уравнений

Графический

1. Построить графики двух функций (левая и правая части уравнения)
2. Найти абсциссы точек пересечения графиков
3. Записать ответ

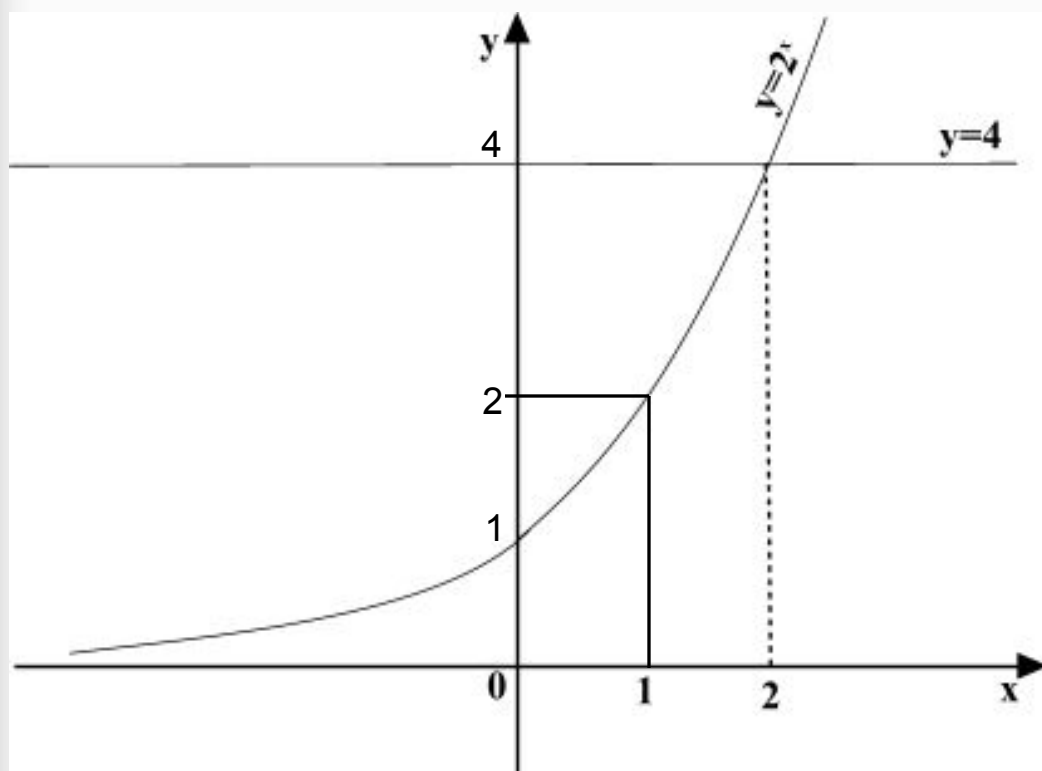
Аналитические

1. Приравнивание показателей
2. Вынесение общего множителя за скобки
3. Введение новой переменной
4. Использование однородности



Графический способ решения

Пример: Решить графически уравнение



$$2^x = 4$$

$$y = 2^x$$

$$y = 4$$

Ответ: $x=2$



далее

Аналитические способы

1. Приравнивание показателей
2. Вынесение общего множителя за скобки
3. Введение новой переменной
4. Использование однородности



1. Приравнивание показателей

Суть метода:

1. Уединить слагаемое, содержащее переменную
2. Привести степени к одному основанию
3. Приравнять показатели
4. Решить полученное уравнение
5. Записать ответ



Пример

$$3^x - 27 = 0$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

ОТВЕТ: $x = 3$



2. Вынесение общего множителя за скобки

Примечание: выносим за скобки
множитель с **меньшим**
показателем.



Пример

$$3^x - 3^{x+3} = -78$$

$$3^x (1 - 3^3) = -78$$

$$3^x \cdot (-26) = -78$$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$



3. Введение новой переменной

$$4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0$$

Пусть $4^x = t$

Тогда уравнение
примет вид:

$$t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t_1 = \frac{5+3}{2} = 4$$

$$t_2 = \frac{5-3}{2} = 1$$

$$4^x = 4$$

$$4^x = 1; \quad 4^x = 4^0$$

$$x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 1; x = 0$.



4. Однородные уравнения

ОПР Показательные уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ называются однородными.

Суть метода: Так как показательная функция не может принимать значение, равное нулю, и обе части уравнения можно делить на одно и то же неравное нулю число, разделим обе части уравнения, например, на $b^{f(x)}$.



Пример

$$2^x = 3^x$$

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{3^x}{3^x}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$



Определите способ решения уравнений

2) $3^x - 2^x = 0$ (однородное уравнение)

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^x - \frac{1}{3} = 0$ (приравнивание показателей)

4) $25^x - 5^x + 2 = 0$ (замена переменной)

6) $(\sqrt{2})^x = \frac{1}{2}$ (приравнивание показателей)

8) $5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8$ (вынесение за скобки)

