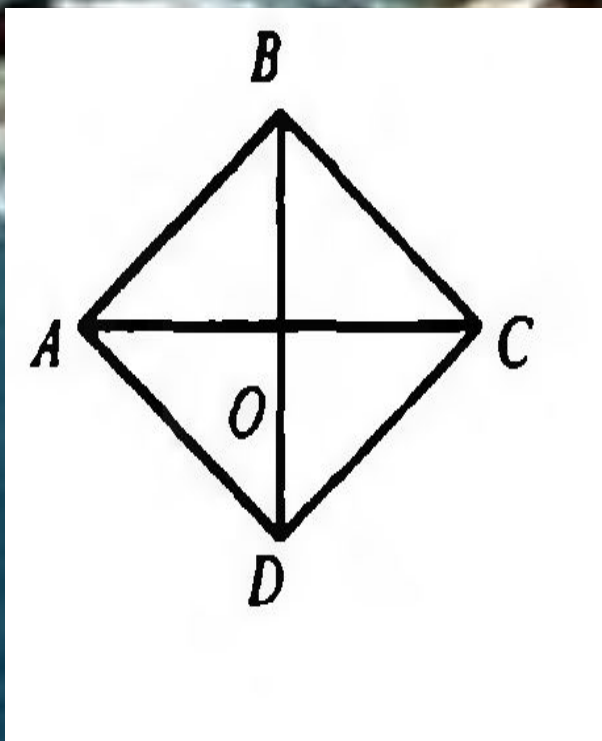
An aerial photograph of a small, rocky island in the middle of a blue sea. The island has a lighthouse with a red base and a white top, and a small white building. The water is dark blue with white foam from waves crashing against the island's edges.

**Определение  
декартовых  
координат.  
Координаты  
середины отрезка.  
Расстояние между  
точками**<sub>29.01.13</sub>

Диагонали ромба равны 4 см и 2 см.

Вычислите углы ромба



# Декартовы координаты на плоскости



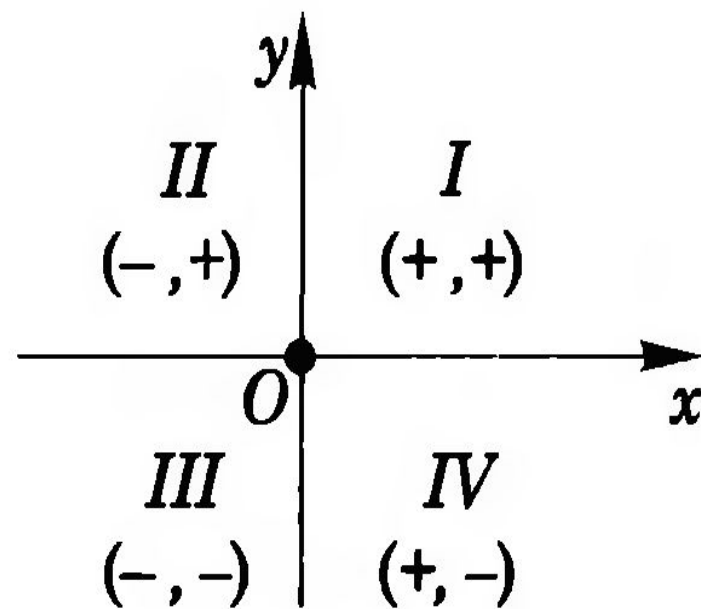
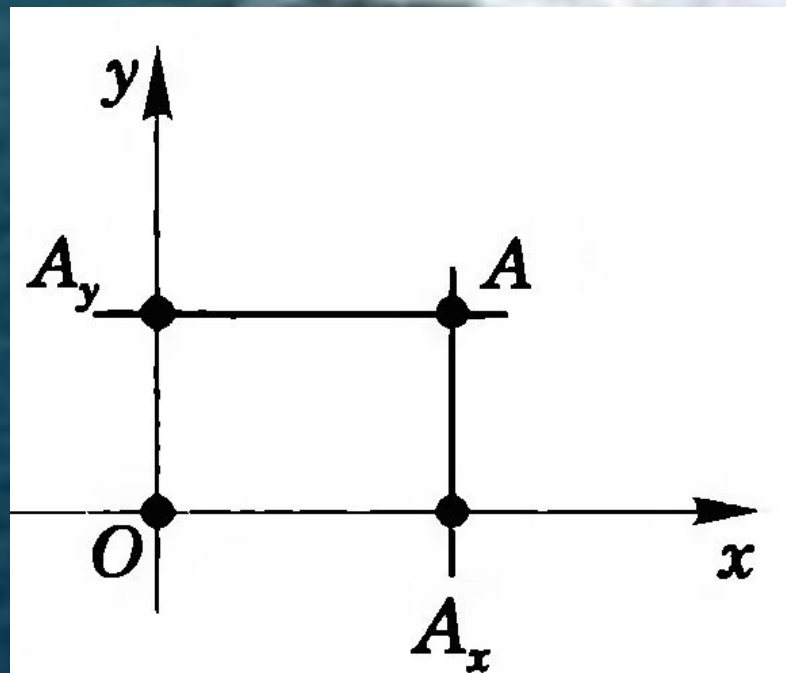
Рене Декарт родился в 1596 г. в городе Лаэ на юге Франции, в дворянской семье. Отец хотел сделать из Рене офицера. Для этого в 1613 г. он отправил Рене в Париж. Много лет пришлось Декарту пробыть в армии, участвовать в военных походах в Голландии, Германии, Венгрии, Чехии, Италии, в осаде крепости гугенотов Ла-Рошали. Но Рене интересовала философия, физика и математика. Вскоре по приезду в Париж он познакомился с учеником Виета, видным математиком того времени — Мерсенном, а затем и с другими математиками Франции. Будучи в армии, Декарт все свое свободное время отдавал занятиям математикой. Он изучил алгебру немецких, математику французских и греческих ученых.



**Р. Декарт —  
французский ученый  
(1596—1650)**

Проведем на плоскости через точку  $O$  две взаимно перпендикулярные прямые  $x$  и  $y$  — оси координат (рис. 170). Ось  $x$  (она обычно горизонтальная) называется осью абсцисс, а ось  $y$  — осью ординат. Точкой пересечения  $O$  — началом координат — каждая из осей разбивается на две полуоси. Условимся одну из них называть положительной, отмечая ее стрелкой, а другую — отрицательной.

Каждой точке  $A$  плоскости мы сопоставим пару чисел — координаты точки — абсциссу ( $x$ ) и ординату ( $y$ ) по такому правилу.

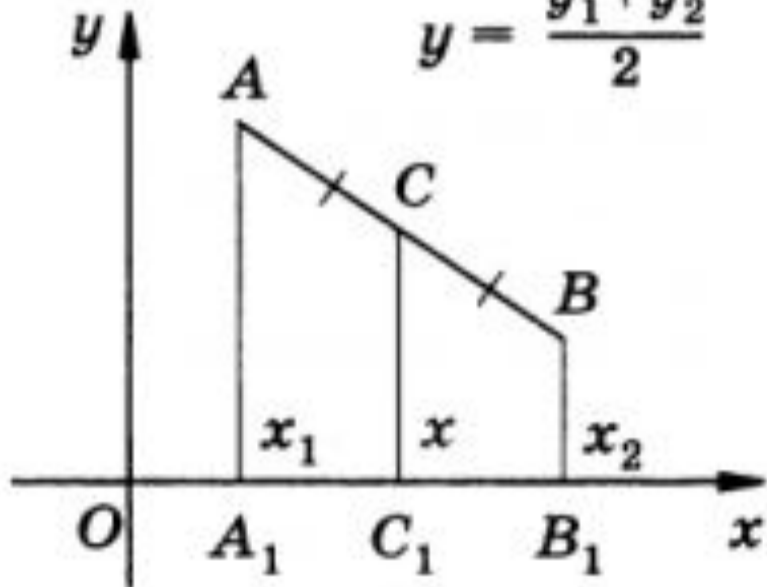


# Координаты середины отрезка

Пусть  $A (x_1; y_1)$  и  $B (x_2; y_2)$  — две произвольные точки и  $C (x; y)$  — середина отрезка  $AB$ . Найдем координаты  $x, y$  точки  $C$ .

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Рассмотрим сначала случай, когда отрезок  $AB$  не параллелен оси  $y$ , т. е.  $x_1 \neq x_2$ . Проведем через точки  $A, B, C$  прямые, параллельные оси  $y$  (рис. 173). Они пересекут ось  $x$  в точках  $A_1(x; 0)$ ,  $B_1(x_2; 0)$ ,  $C_1(x; 0)$ . По теореме Фалеса точка  $C_1$  будет серединой отрезка  $A_1B_1$ .

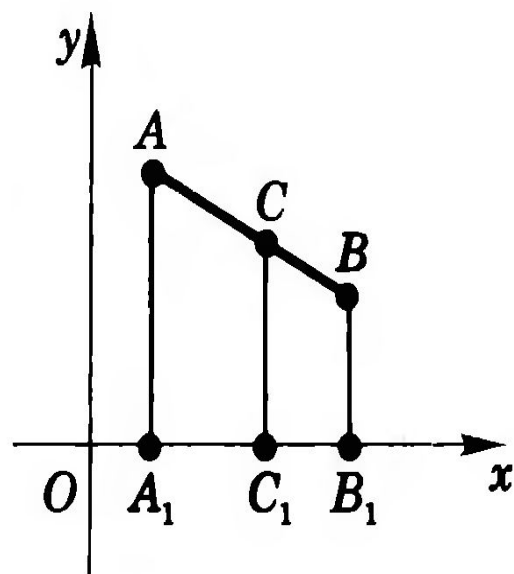


Рис. 173

Так как точка  $C_1$  — середина отрезка  $A_1B_1$ , то  $A_1C_1 = B_1C_1$ , а значит,  $|x - x_1| = |x - x_2|$ . Отсюда следует, что либо  $x - x_1 = x - x_2$ , либо  $x - x_1 = -(x - x_2)$ . Первое равенство невозможно, так как

$x_1 \neq x_2$ . Поэтому верно второе. А из него получается формула  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ .

Если  $x_1 = x_2$ , т. е. отрезок  $AB$  параллелен оси  $y$ , то все три точки  $A_1, B_1, C_1$  имеют одну и ту же абсциссу. Значит, формула остается верной и в этом случае.

Ордината точки  $C$  находится аналогично. Через точки  $A, B, C$  проводятся прямые, параллельные оси  $x$ . Получается формула

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

### Задача (15).

Даны три вершины параллелограмма  $ABCD$ :  $A(1; 0)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(3; 2)$ . Найдите координаты вершины  $D$  и точки пересечения диагоналей.

### Решение.

Точка пересечения диагоналей является серединой каждой из них. Поэтому она является серединой отрезка  $AC$ , а значит, имеет координаты

$$x = \frac{1+3}{2} = 2, \quad y = \frac{0+2}{2} = 1.$$

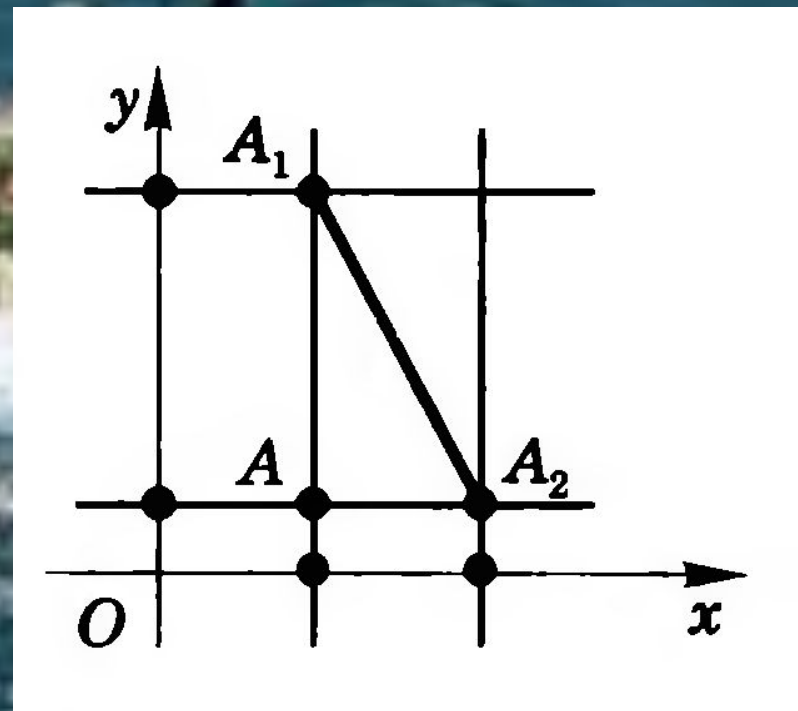
Теперь, зная координаты точки пересечения диагоналей, находим координаты  $x$ ,  $y$  четвертой вершины  $D$ . Пользуясь тем, что точка пересечения диагоналей является серединой отрезка  $BD$ , имеем:

$$\frac{2+x}{2} = 2, \quad \frac{3+y}{2} = 1.$$

Отсюда  $x = 2$ ,  $y = -1$ .

# Расстояние между двумя точками

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$





**Задача (19).**

Найдите на оси  $x$  точку, равноудаленную от точек  $(1; 2)$  и  $(2; 3)$ .

**Решение.**

Пусть  $(x; 0)$  — искомая точка. Приравняв расстояния от нее до данных точек, получим:

$$(x - 1)^2 + (0 - 2)^2 = (x - 2)^2 + (0 - 3)^2.$$

Отсюда находим  $x = 4$ . Значит, искомая точка есть  $(4; 0)$ .

# Это надо знать

- Координаты середины отрезка.

- $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ;  $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

- Формула расстояния между двумя точками.

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

- где  $d$  – расстояние между точками  $A_1(x_1; y_1)$  и  $A_2(x_2; y_2)$

# Задание на самоподготовку

- П.71-73 стр.100-103, №1,9,14,20.

