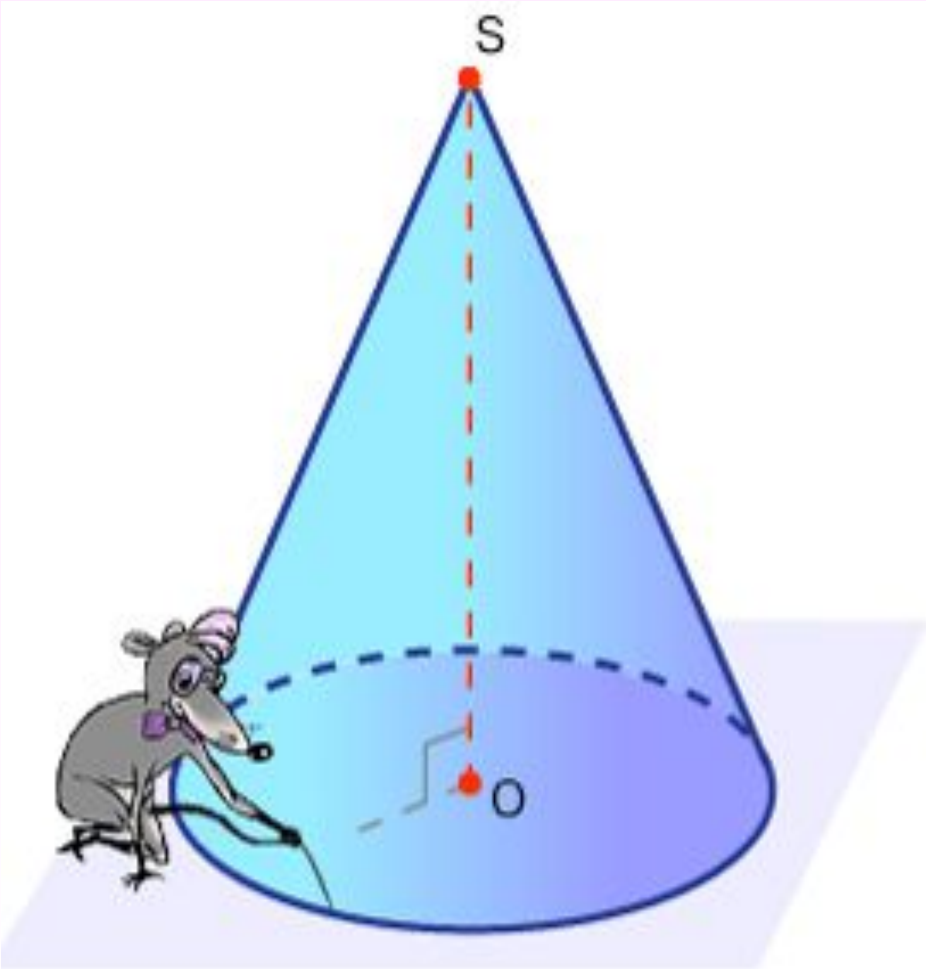
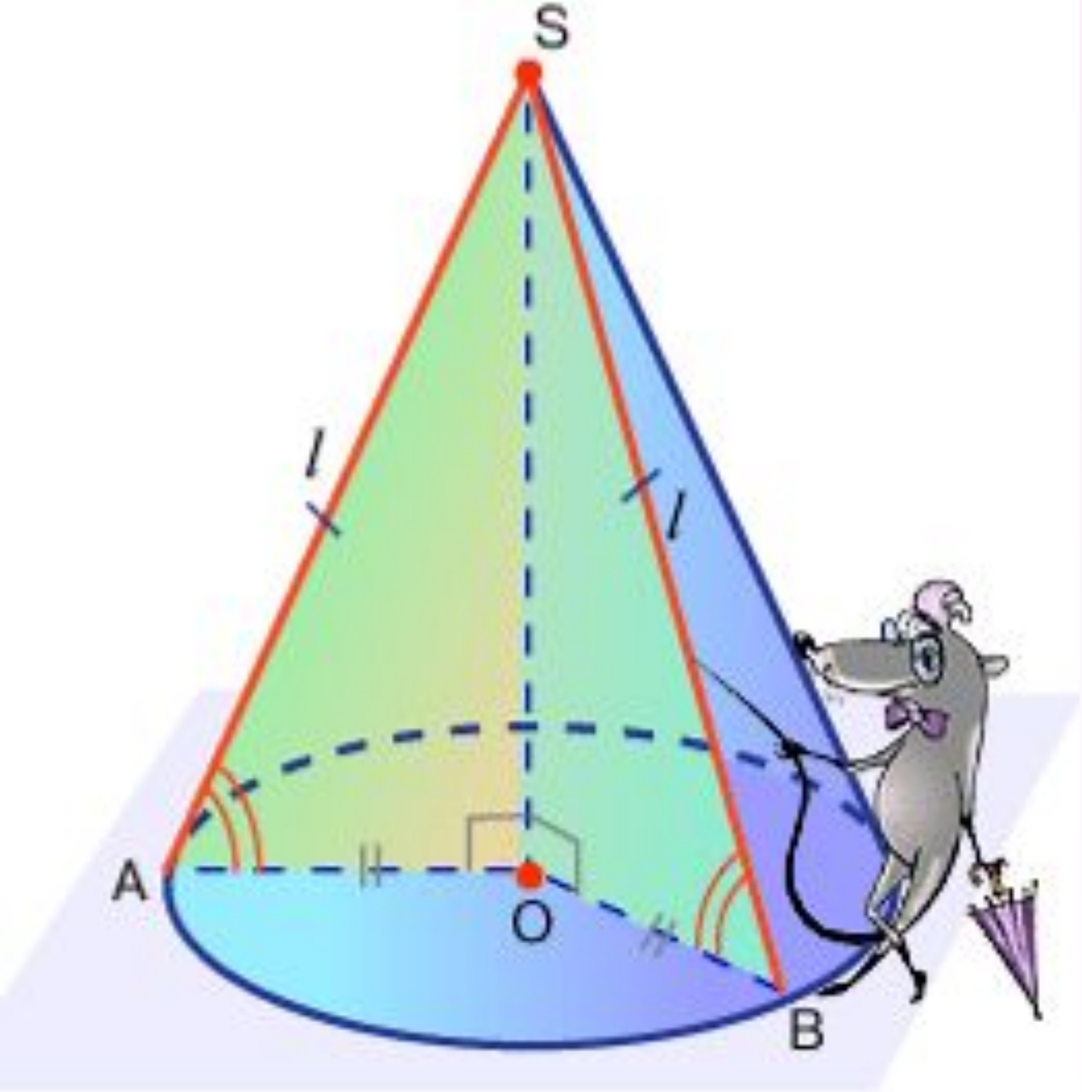
Прямой конус



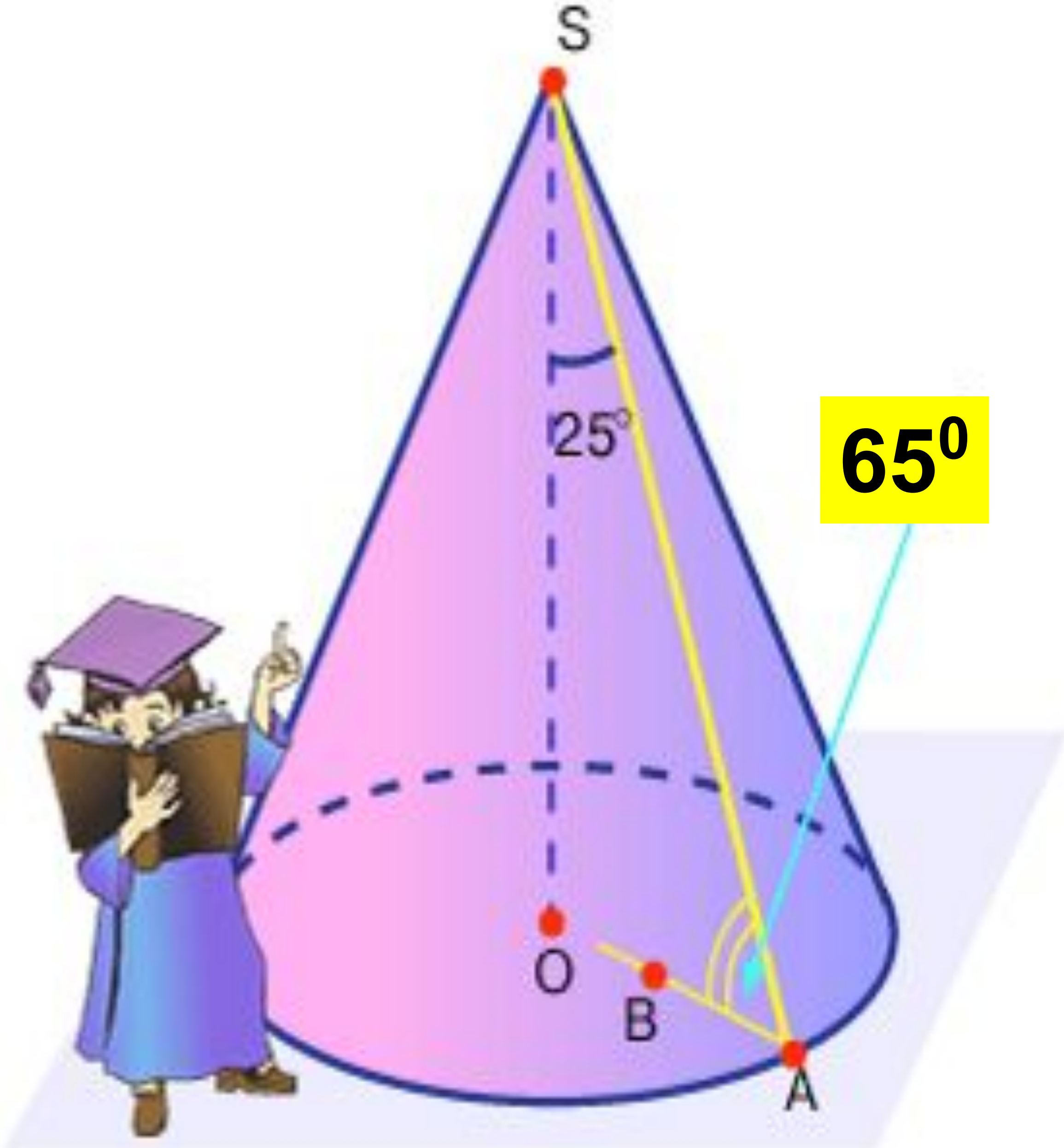
Конус называется** **прямым**, **если его высота попадает в центр круга.

Все образующие конуса равны между собой и составляют один угол с основанием.



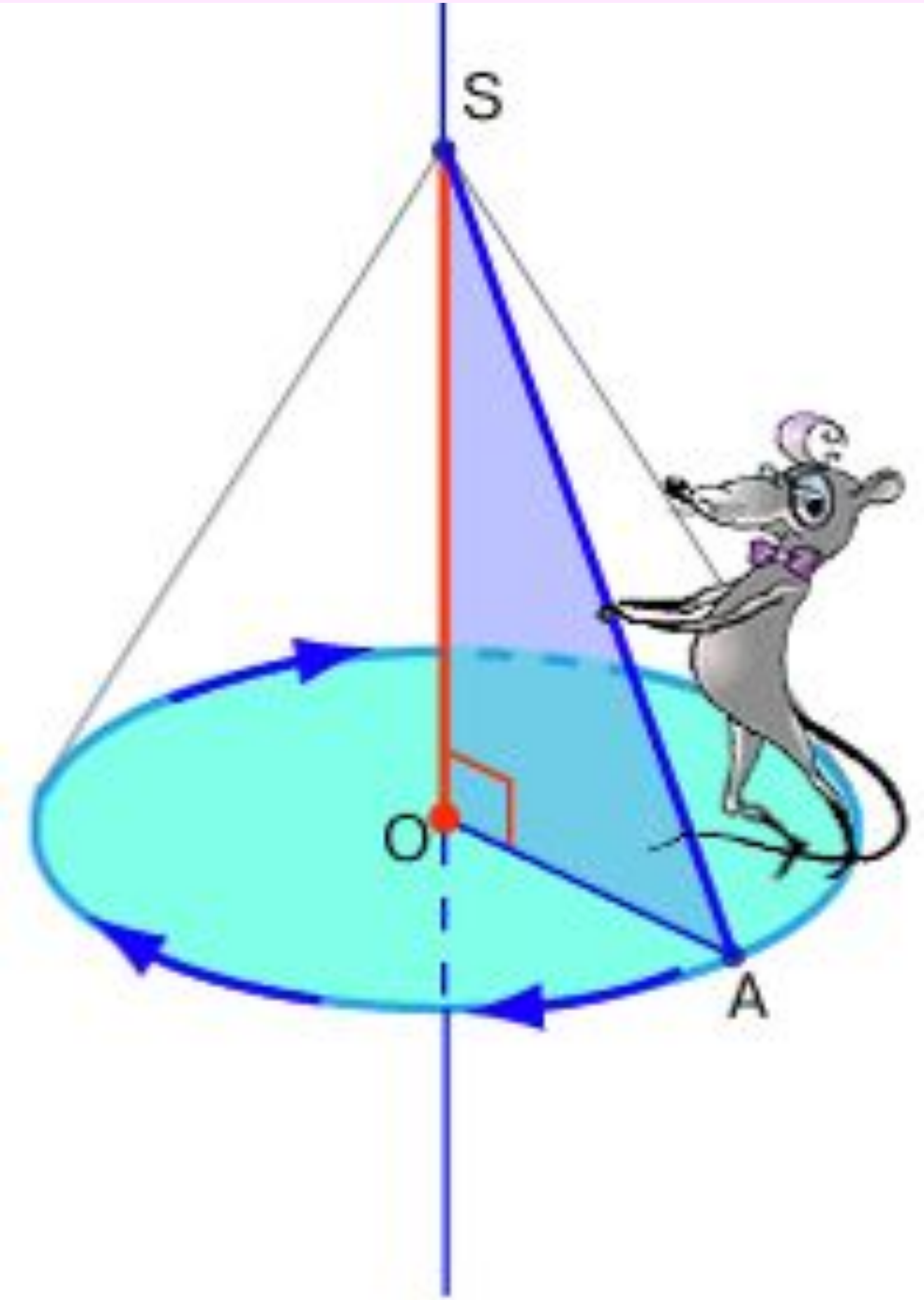
?

- ***Чему равен угол между образующей и основанием конуса, если известен угол между высотой и образующей.***



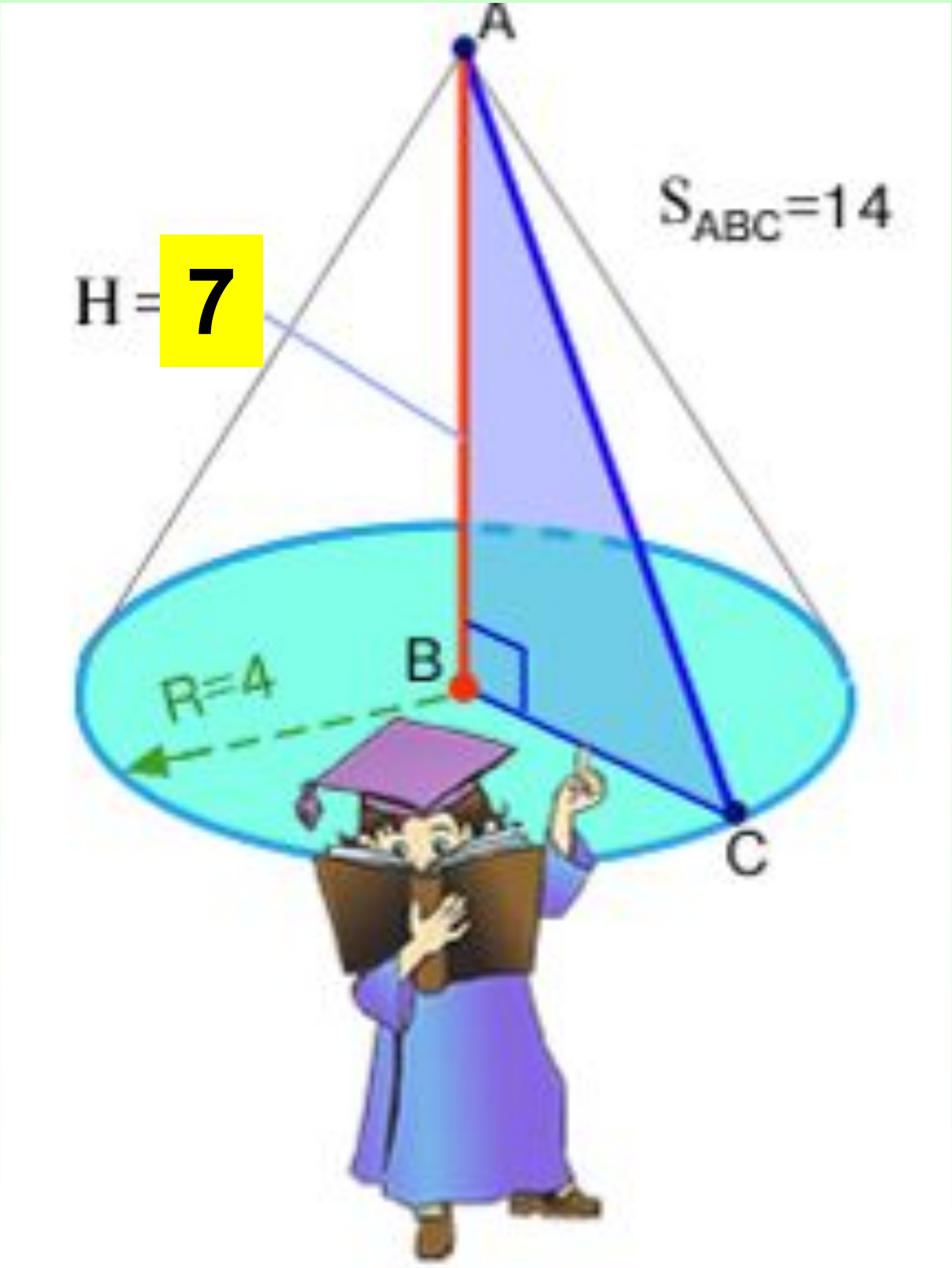
65^0

- ***Конус можно получить, вращая прямоугольный треугольник вокруг одного из катетов. При этом осью вращения будет прямая, содержащая высоту конуса. Эта прямая так и называется – осью конуса.***



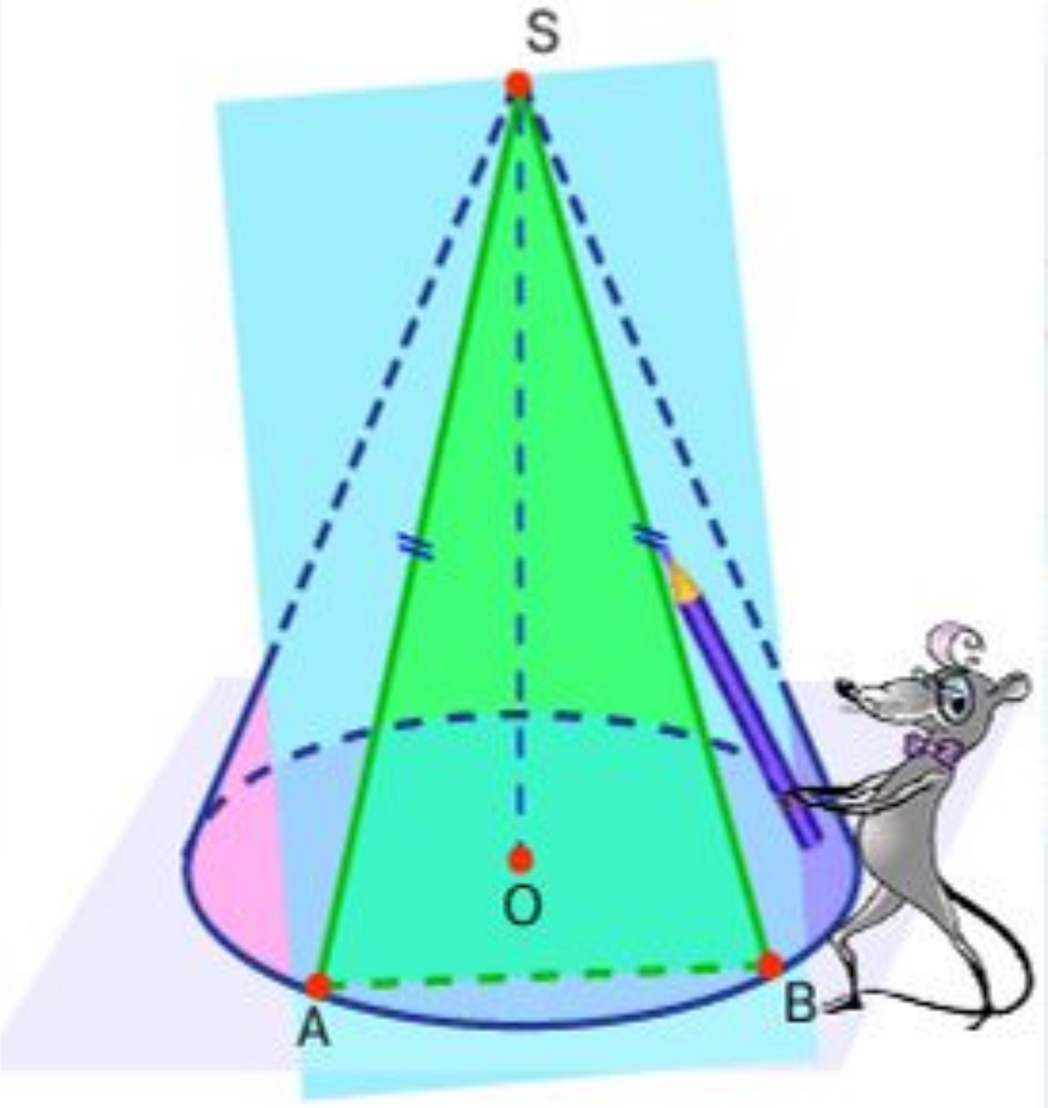
?

- ***Конус получен при вращении прямоугольного треугольника S = 14. Радиус основания конуса равен 4. Определите высоту этого конуса.***

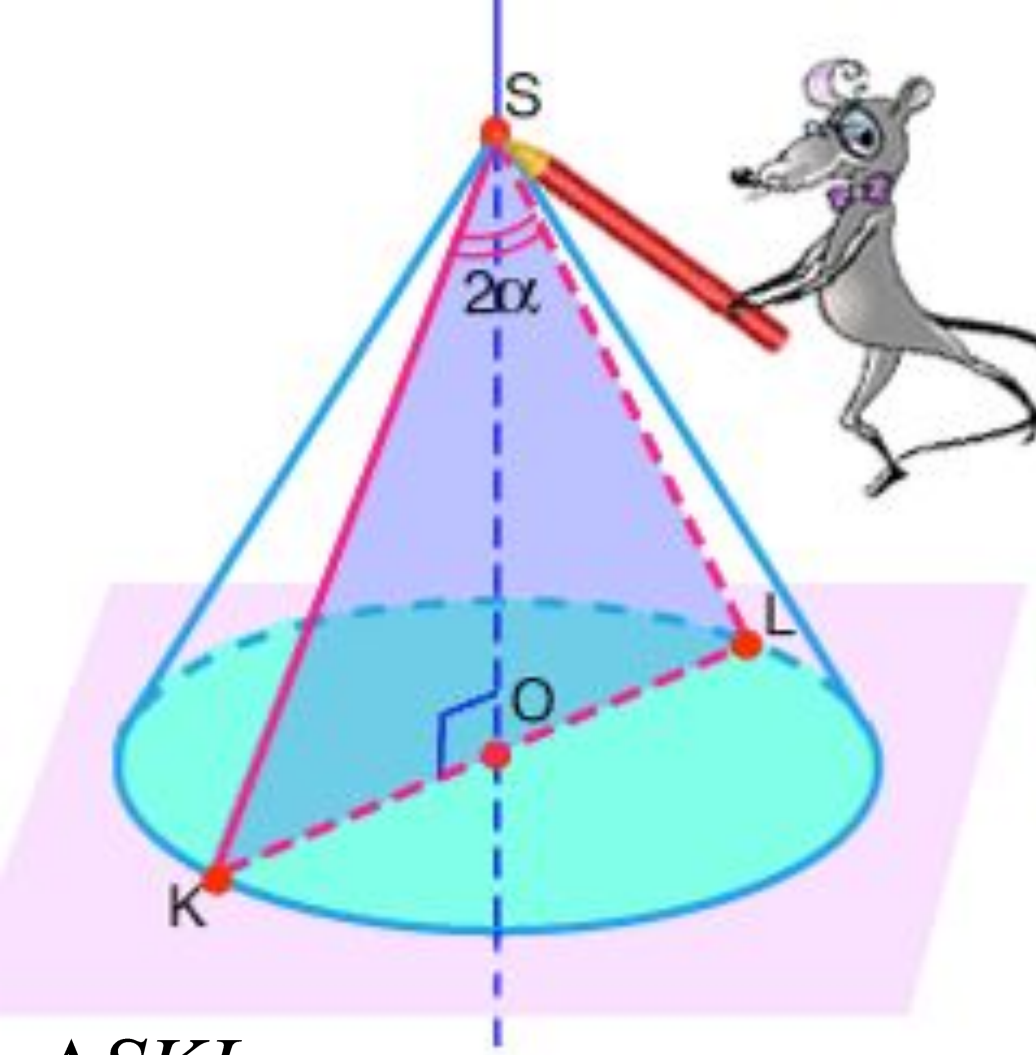


Сечения конуса

- ***Если через вершину конуса провести плоскость, пересекающую основание, то в сечении получится равнобедренный треугольник.***



- ***Сечение конуса, проходящее через ось, называется осевым. В основании осевого сечения лежит диаметр***

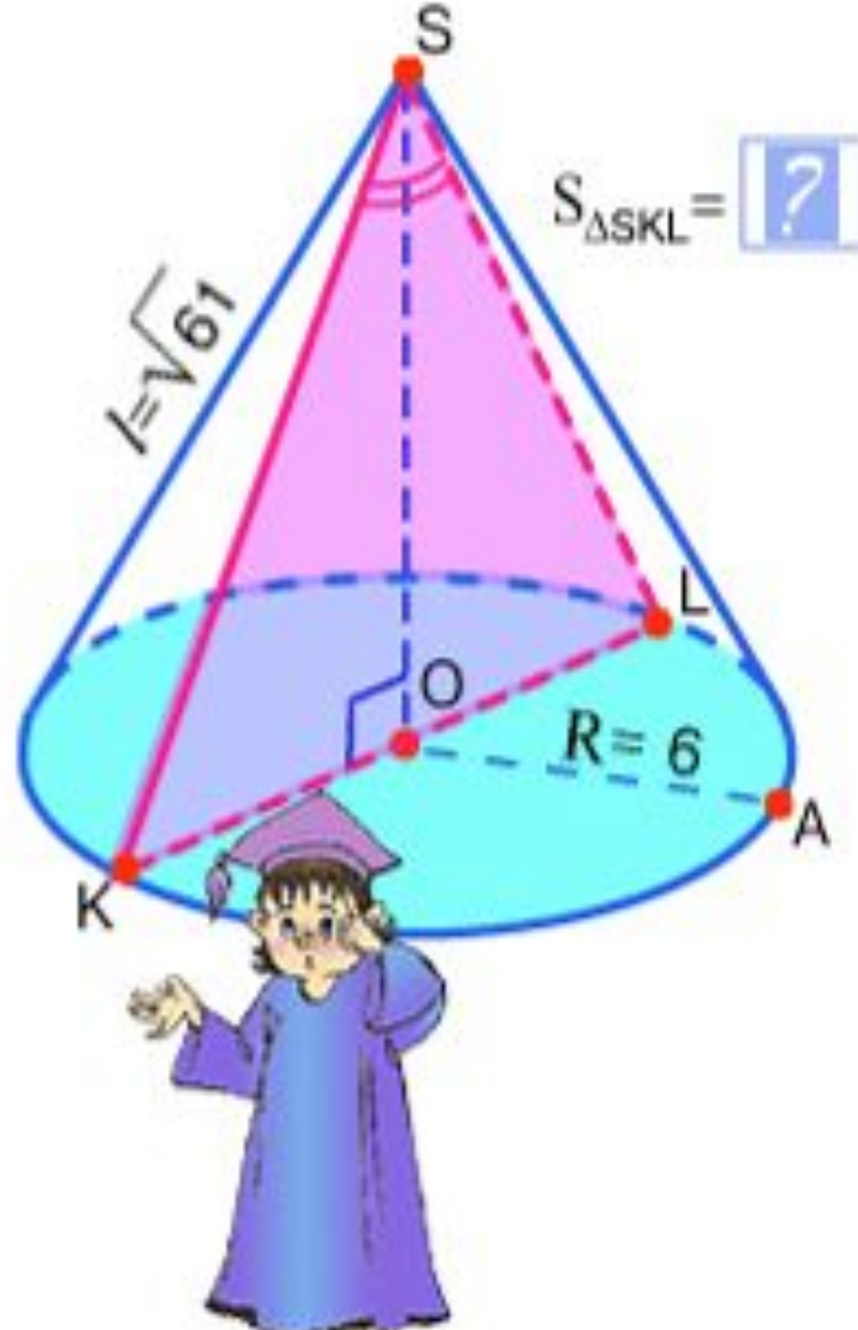


ΔSKL – *осевое сечение*

$KL = 2R$ – *диаметр*

$\angle KSL = 2\alpha$ – *угол при вершине конуса.*

- ***Найдите площадь осевого сечения, если известны радиус основания конуса и образующая.***

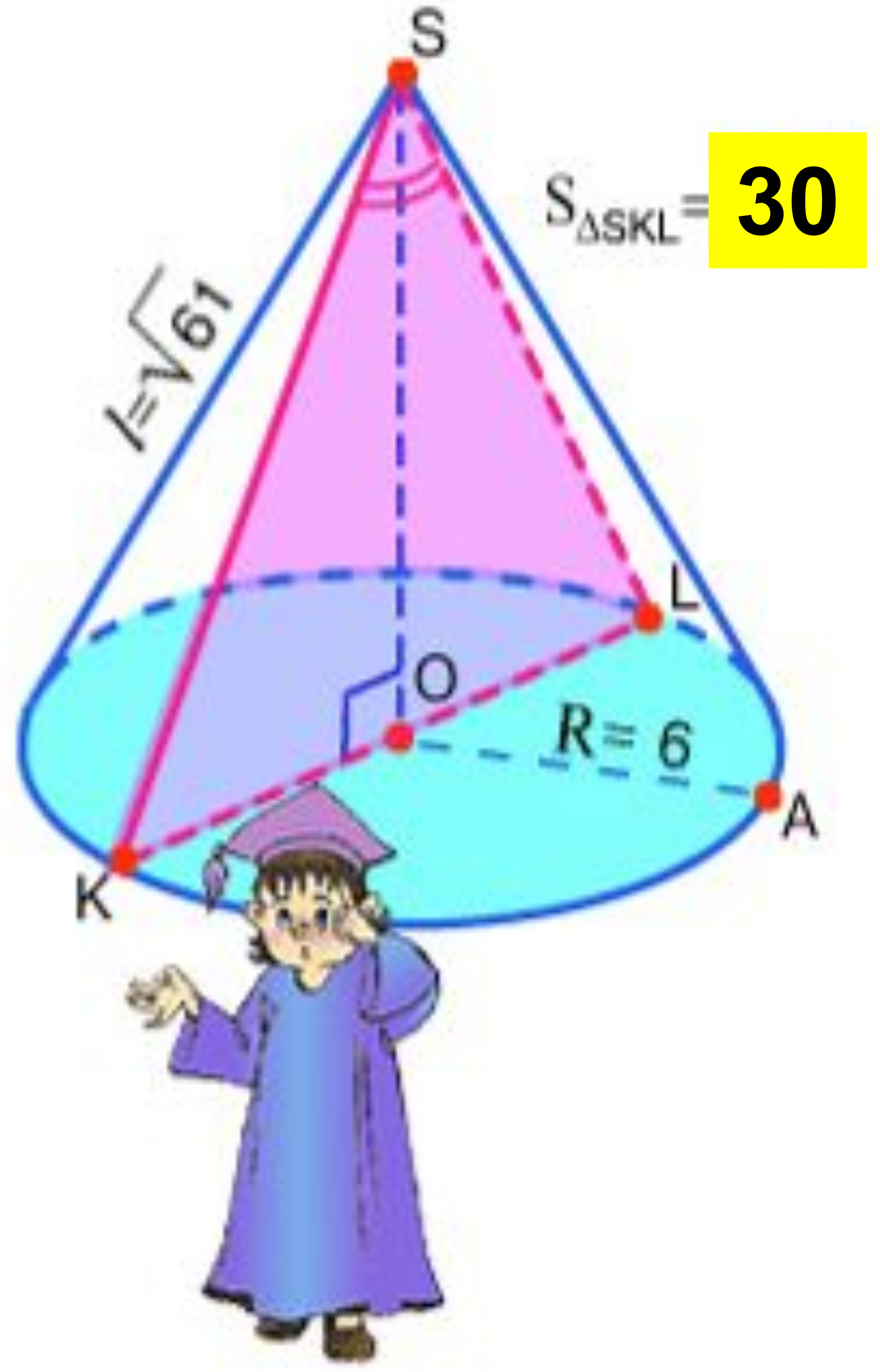


Алгоритм

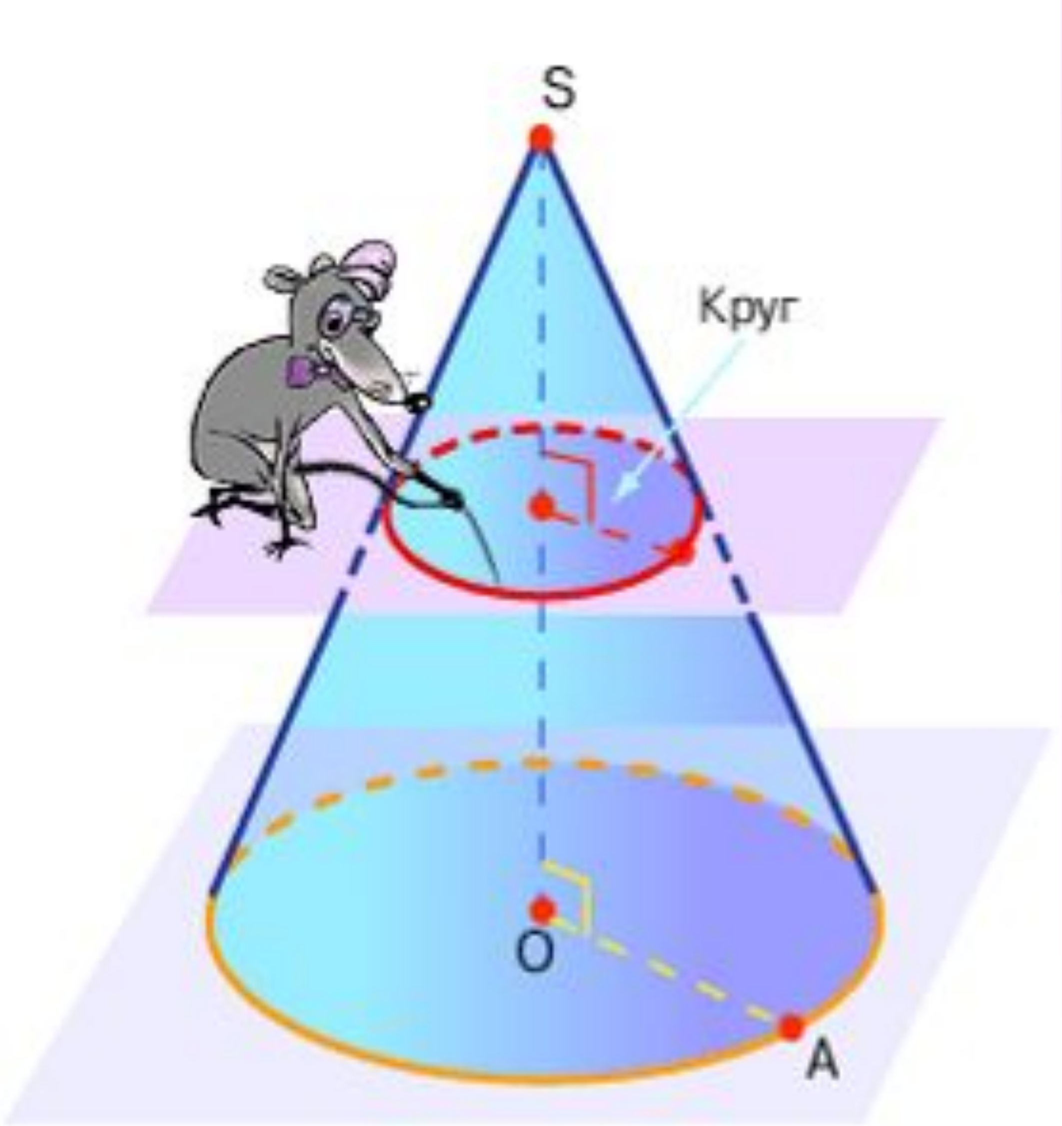
1. По теореме Пифагора найти высоту.
2. Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту

?

- ***Найдите площадь осевого сечения, если известны радиус основания конуса и образующая.***

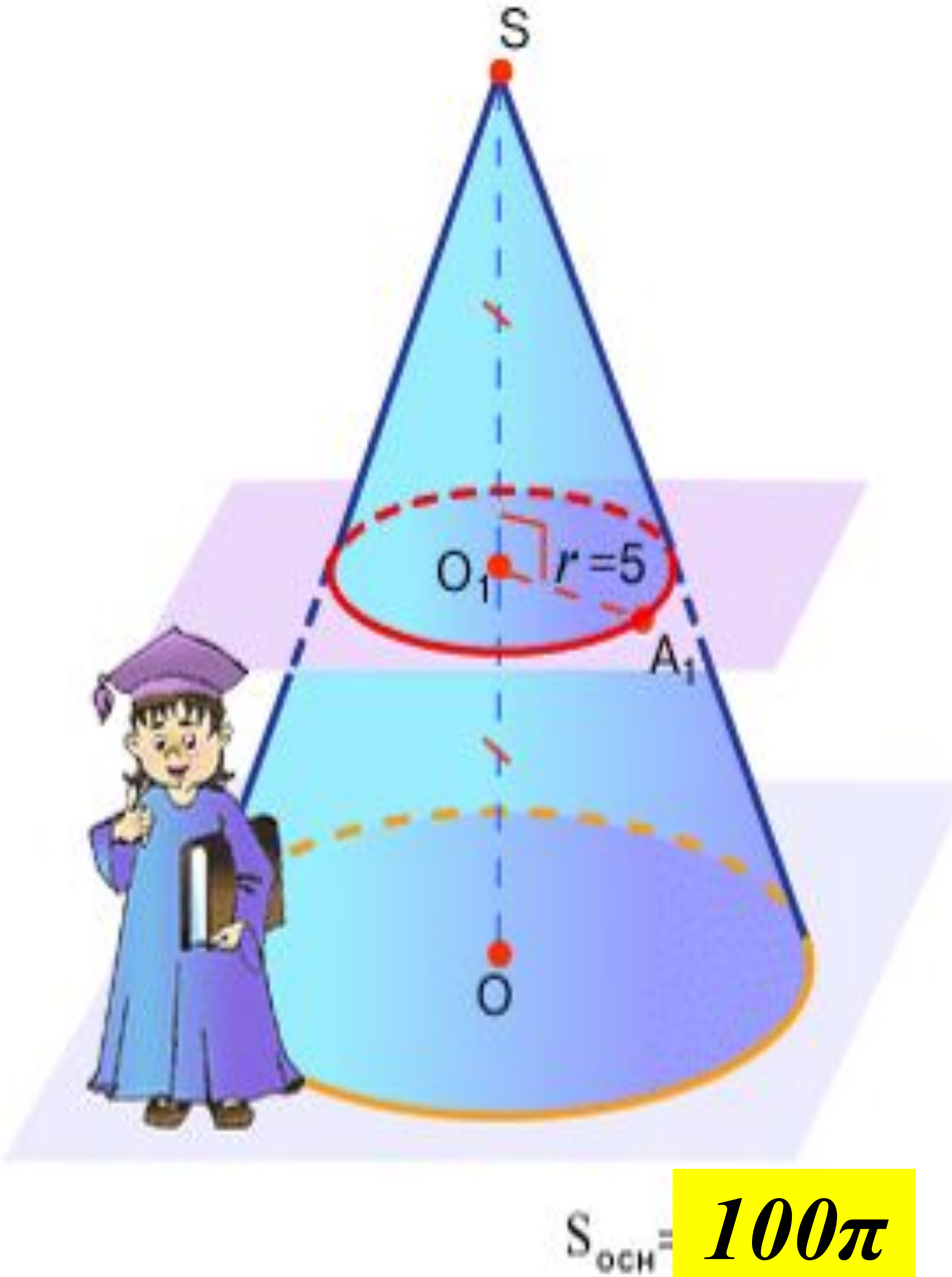


- ***Любое сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, - это** **круг.***



?

- ***Через середину высоты конуса провели плоскость, перпендикулярную оси, и получили круг R = 5. Чему равна площадь основания конуса?***



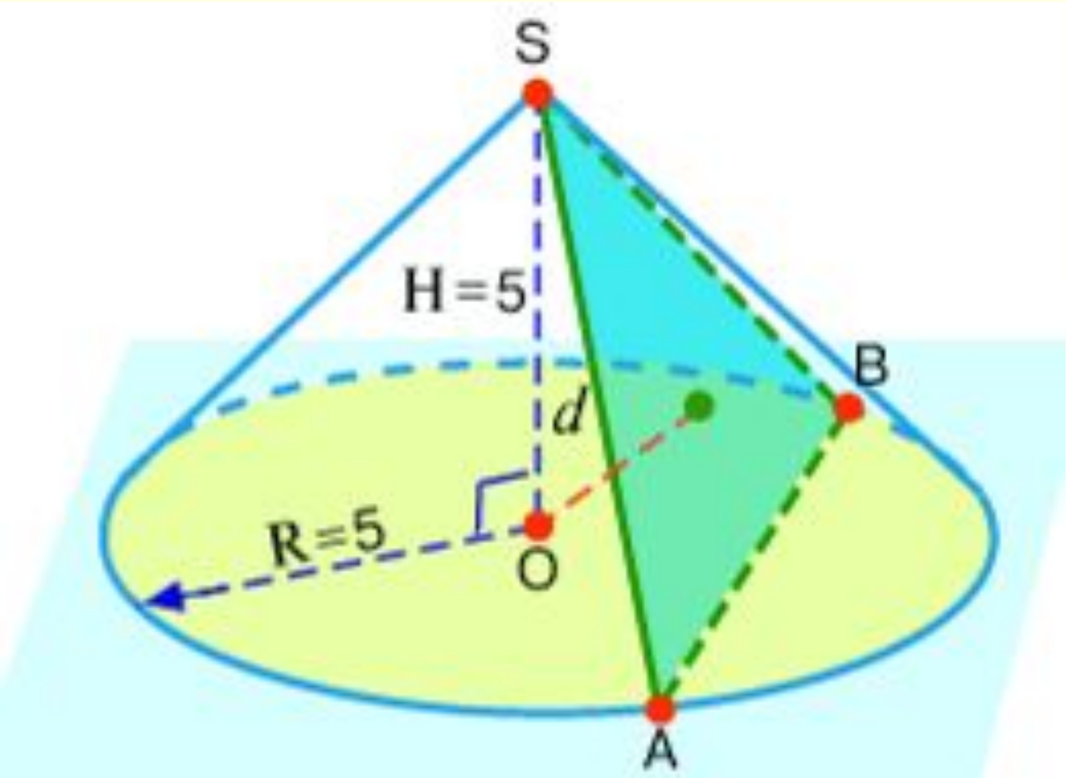
100π

Задача.

Дано: $H = R = 5$;

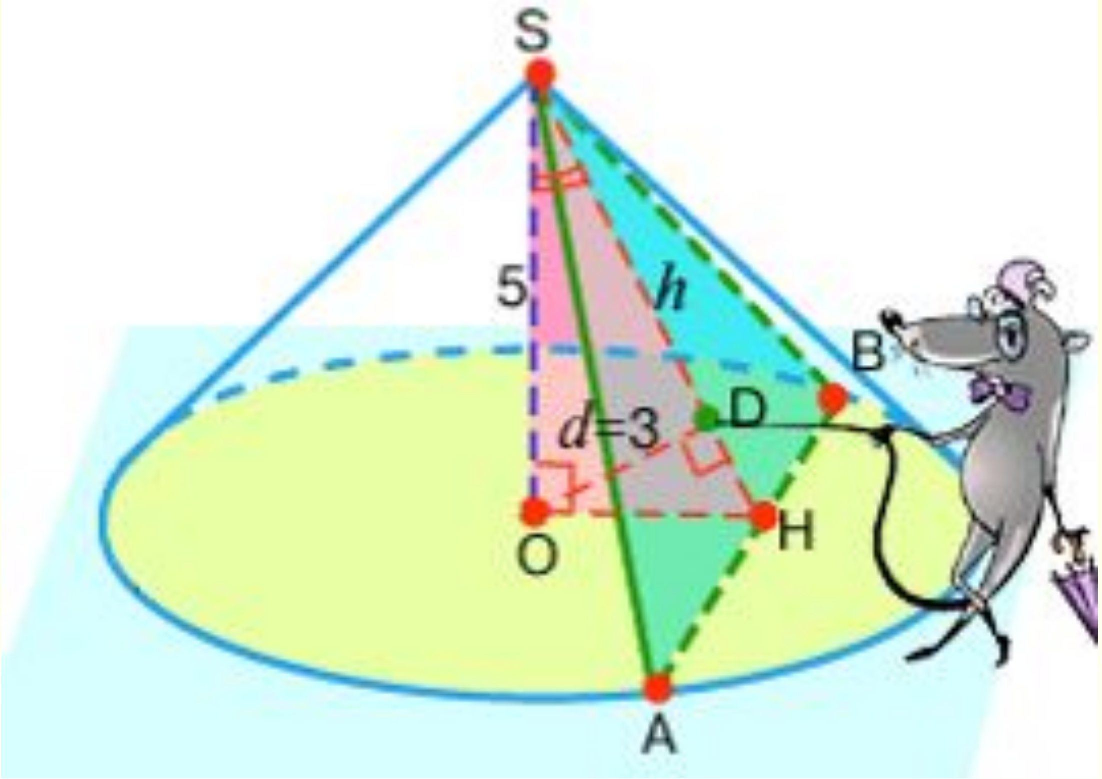
SAB – сечение;

$d\ (O, SAB) = 3$.



Найти: $S_{\Delta SAB}$

1) В сечении равнобедренный треугольник. Найдем его высоту.

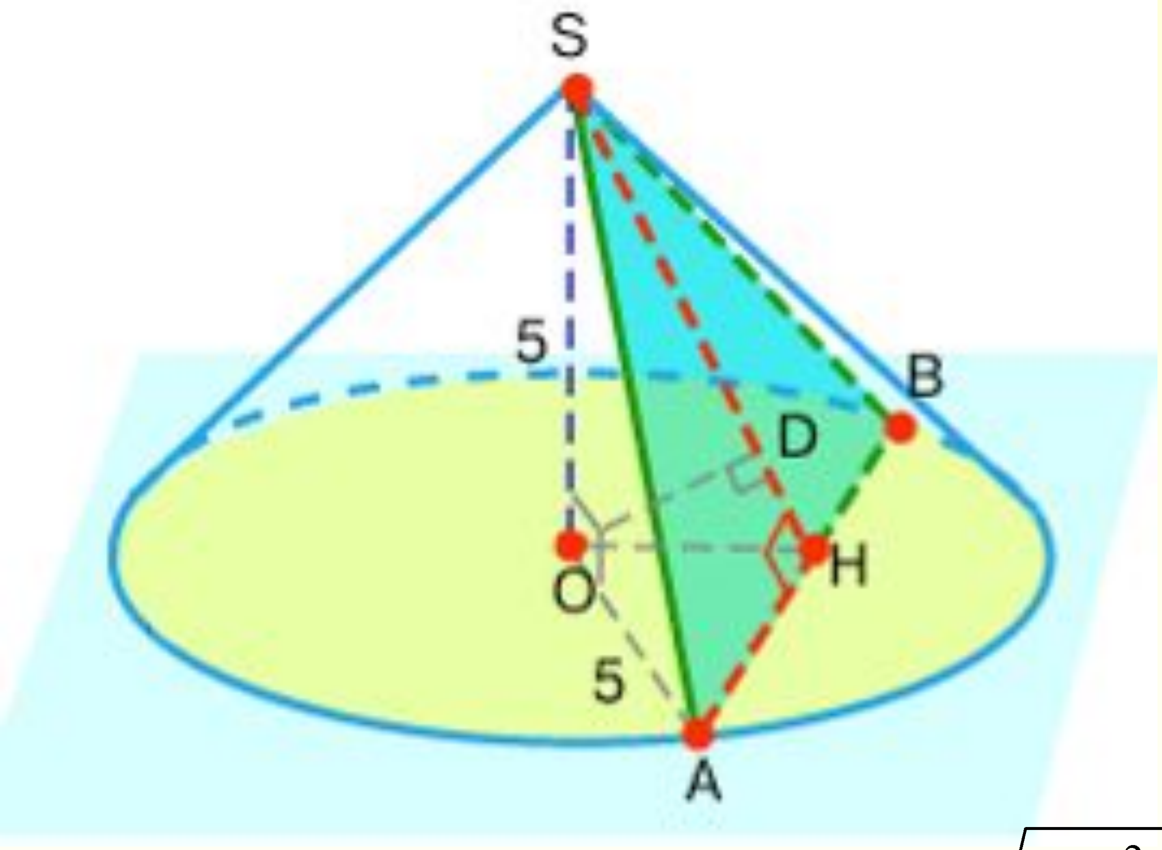


$$\Delta SOH \sim \Delta SDO$$

$$\frac{SD}{SO} = \frac{SO}{SH}$$

$$SH = \frac{SO^2}{SD} = \frac{5 \cdot 5}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{25}{4}$$

2) Определим боковые стороны и основание треугольника, являющегося сечением.



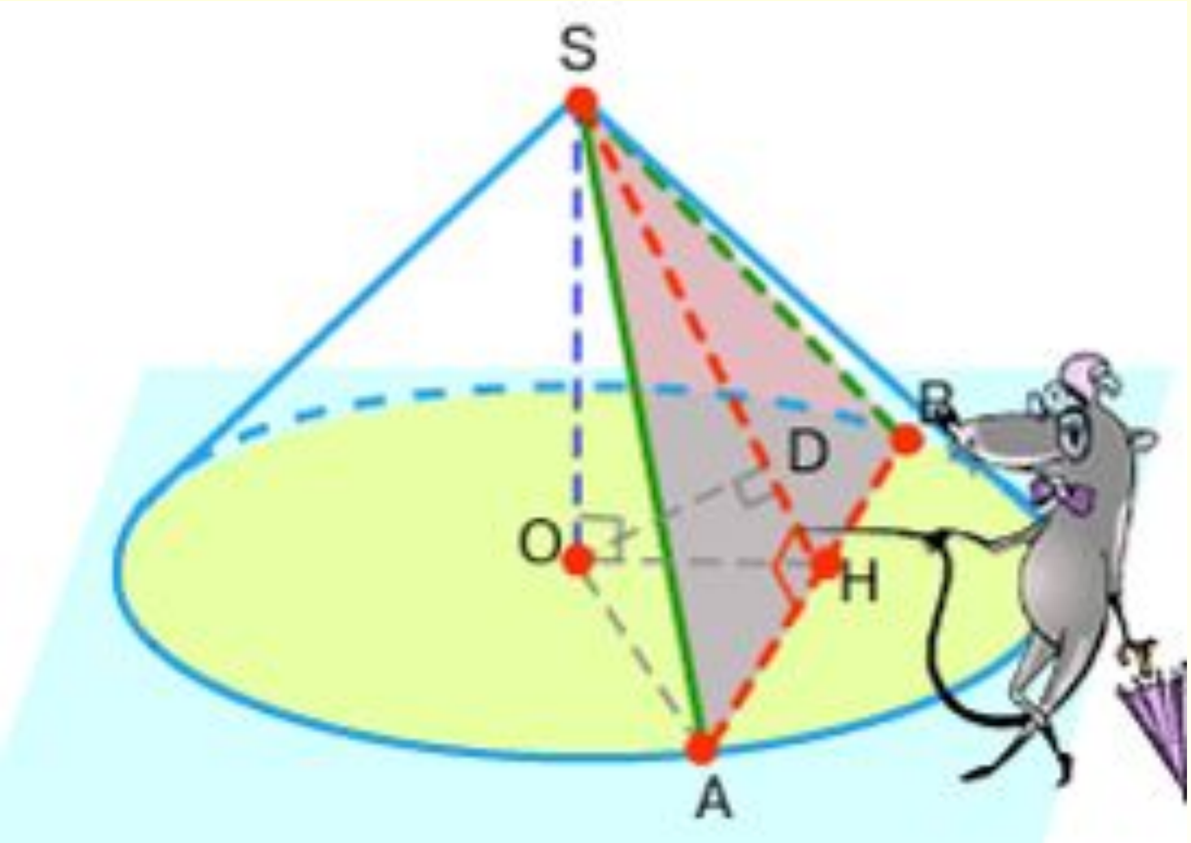
$$\text{Из } \Delta SOA:$$

$$SA = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{Из } \Delta SAH:$$

$$AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{175}}{4} = \frac{5\sqrt{7}}{4}$$

3) Вычислим площадь треугольника.

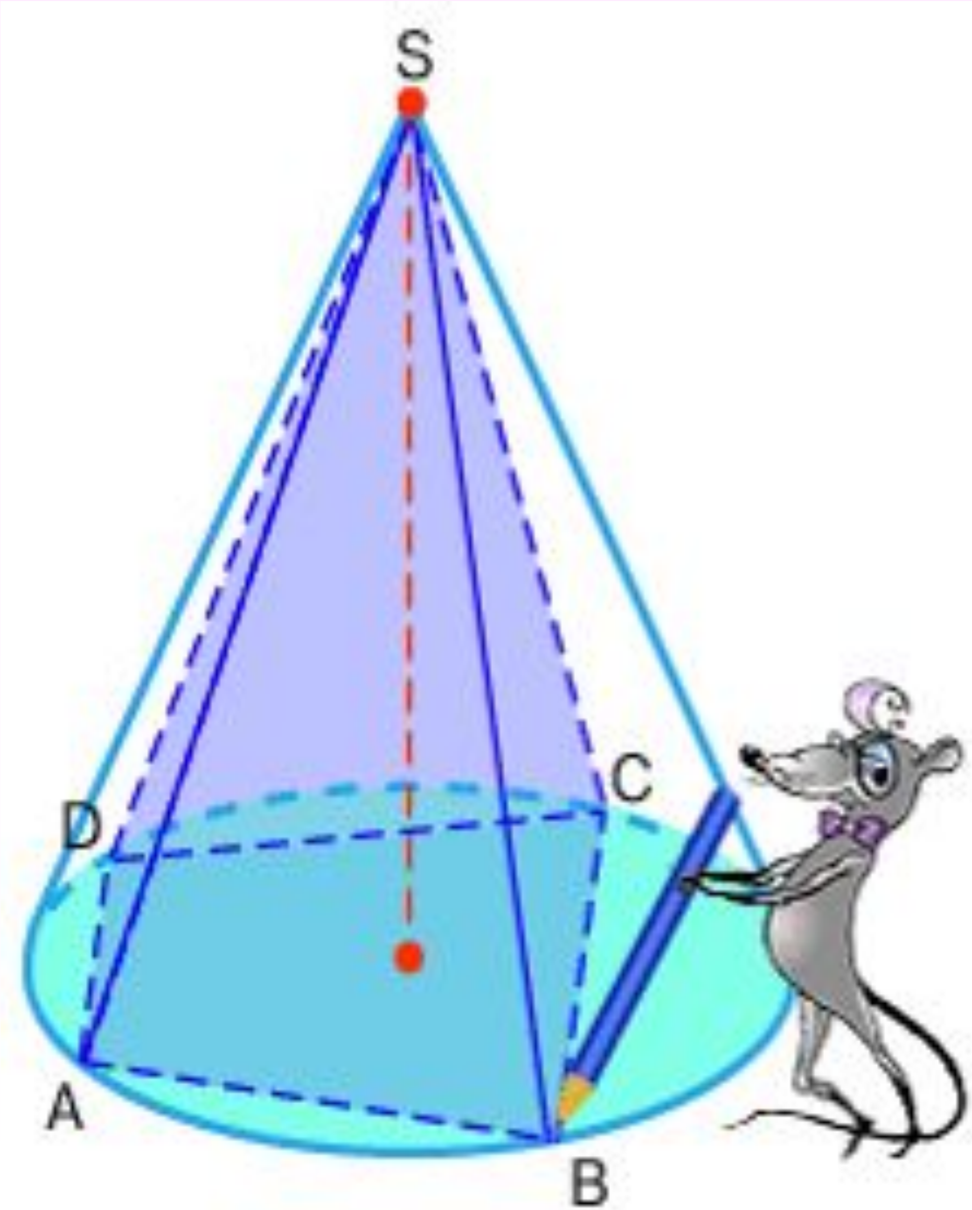


$$SH = \frac{25}{4} \quad AH = \frac{5\sqrt{7}}{4}$$

$$AB = 2 \cdot AH = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

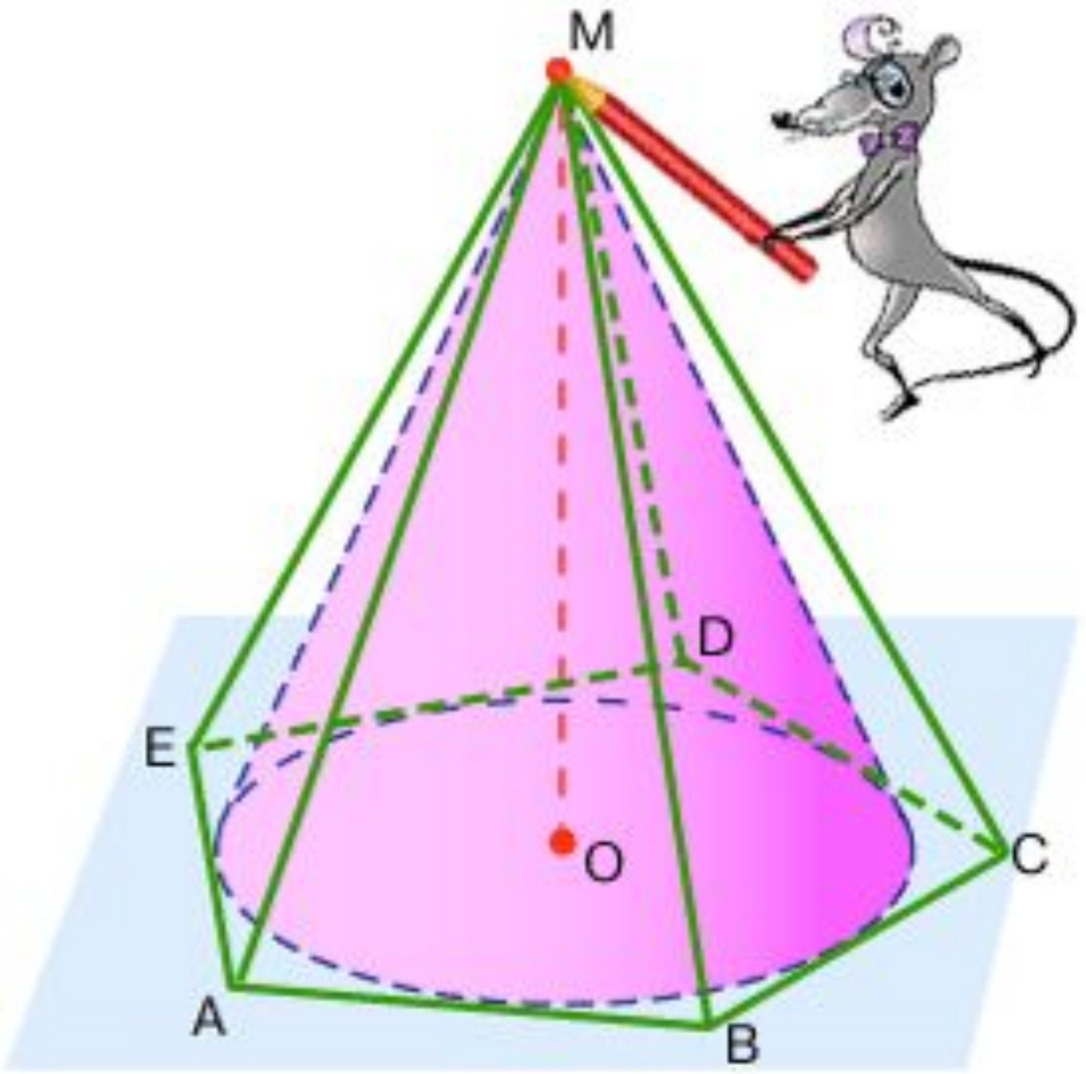
$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} = \underline{\frac{125\sqrt{7}}{16}}$$

Вписанная и описанная пирамиды.

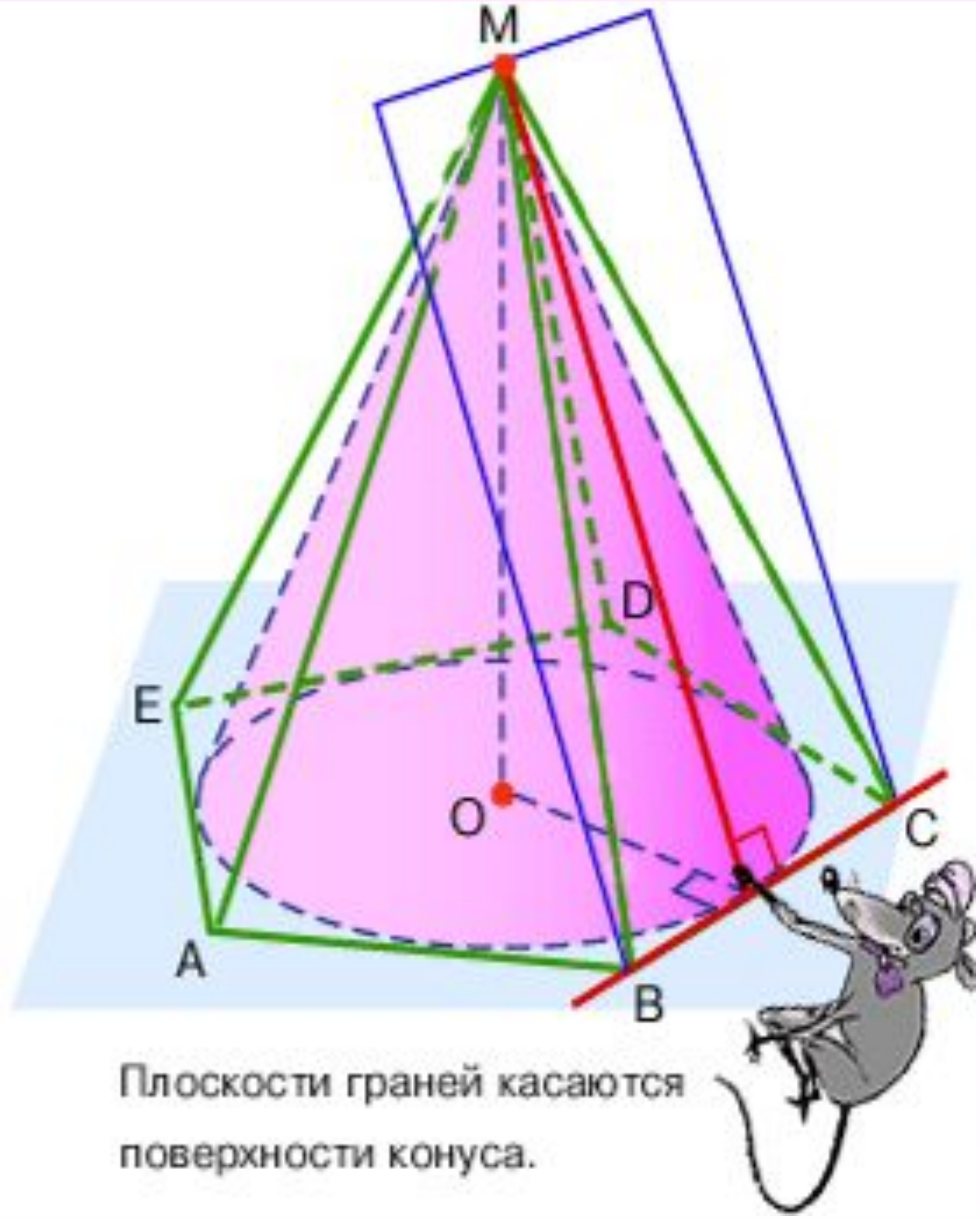


Пирамидой, вписанной в конус, называется такая пирамида, основание которой – многоугольник, вписанный в основание конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.

Описанная пирамида



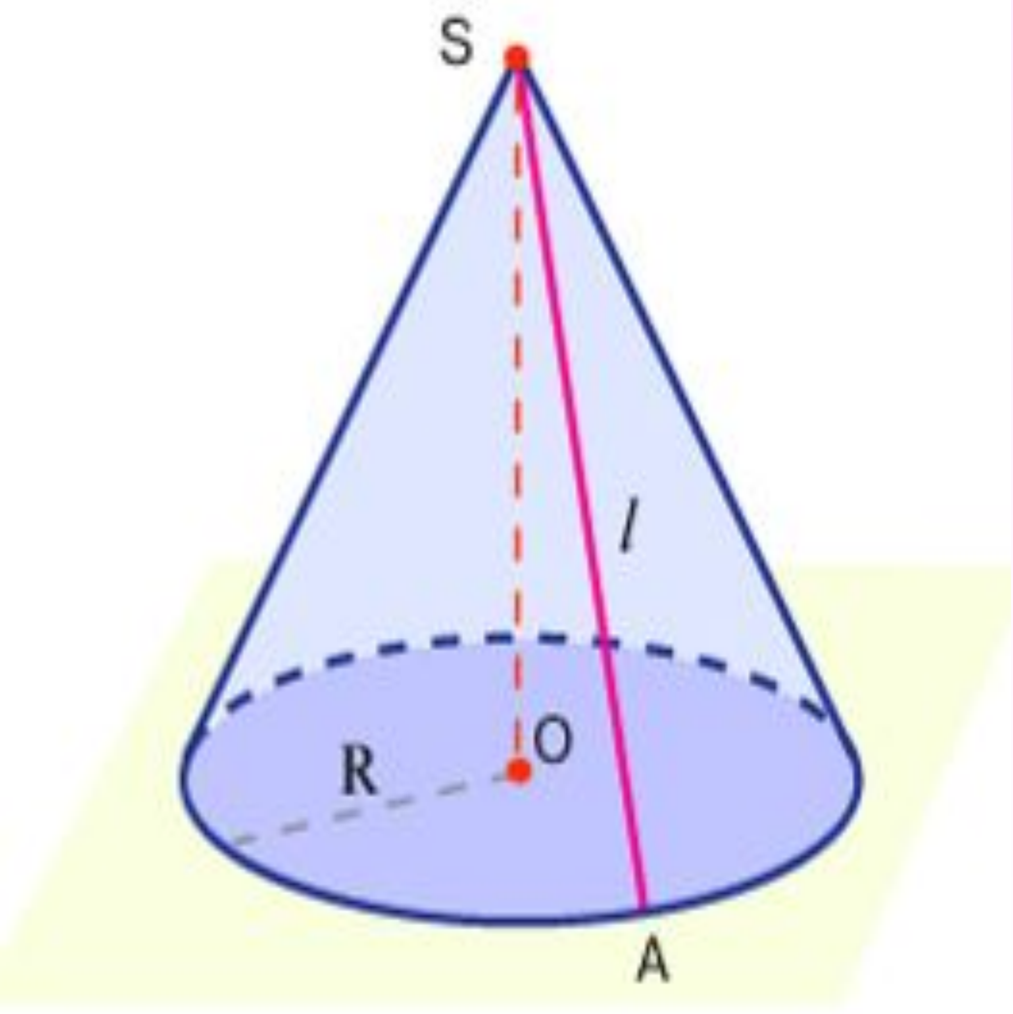
***Пирамида* называется *описанной около конуса*, если ее основание – это многоугольник, описанный около основания конуса, а вершина совпадает с вершиной конуса.**



Плоскости граней касаются поверхности конуса.

Плоскости боковых граней описанной пирамиды проходят через образующую конуса и касательную к окружности основания, т.е. касаются боковой поверхности конуса.

Теорема. ***Площадь боковой поверхности конуса равна половине произведения длины окружности основания на образующую.***



Дано:

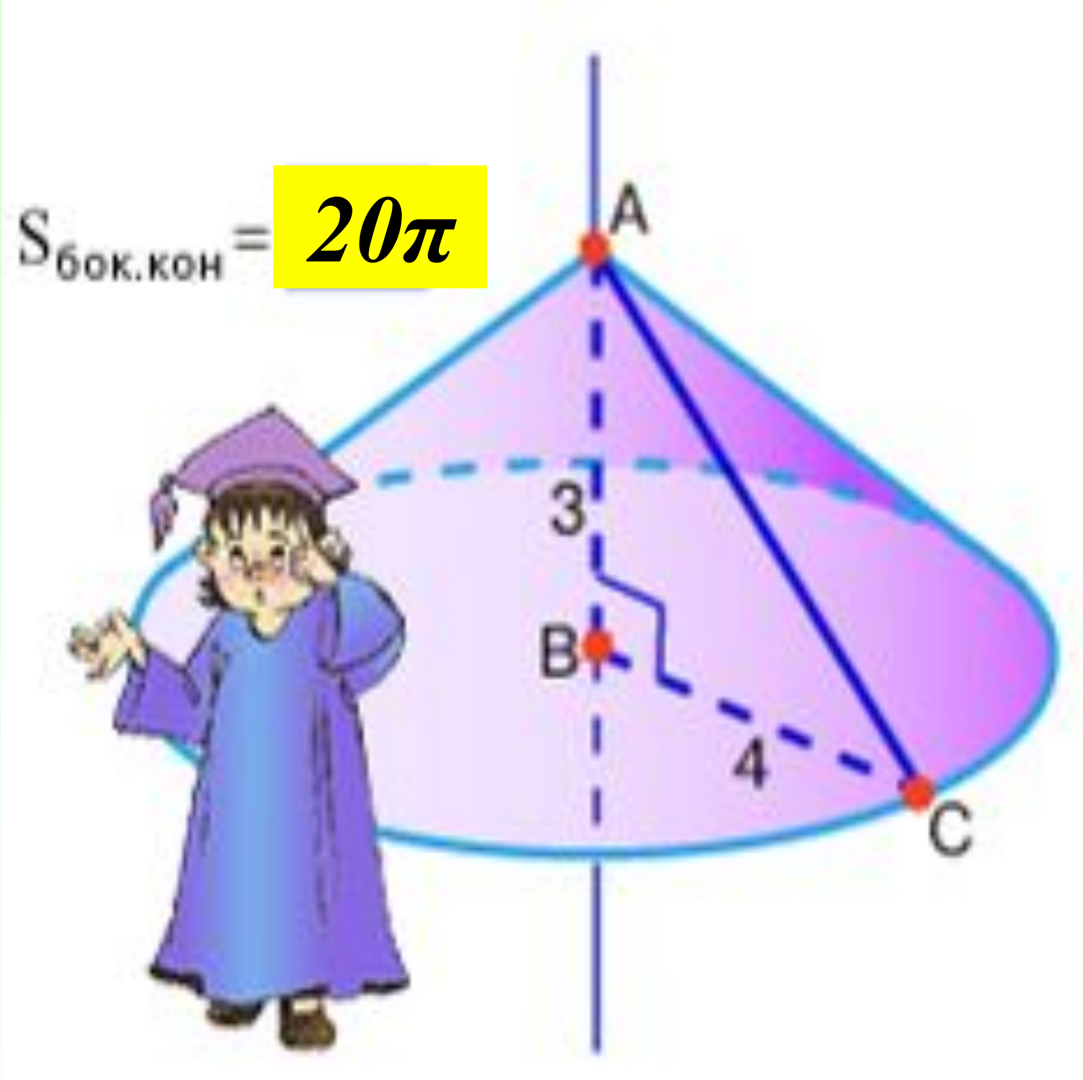
R – радиус основания конуса,

l – образующая конуса.

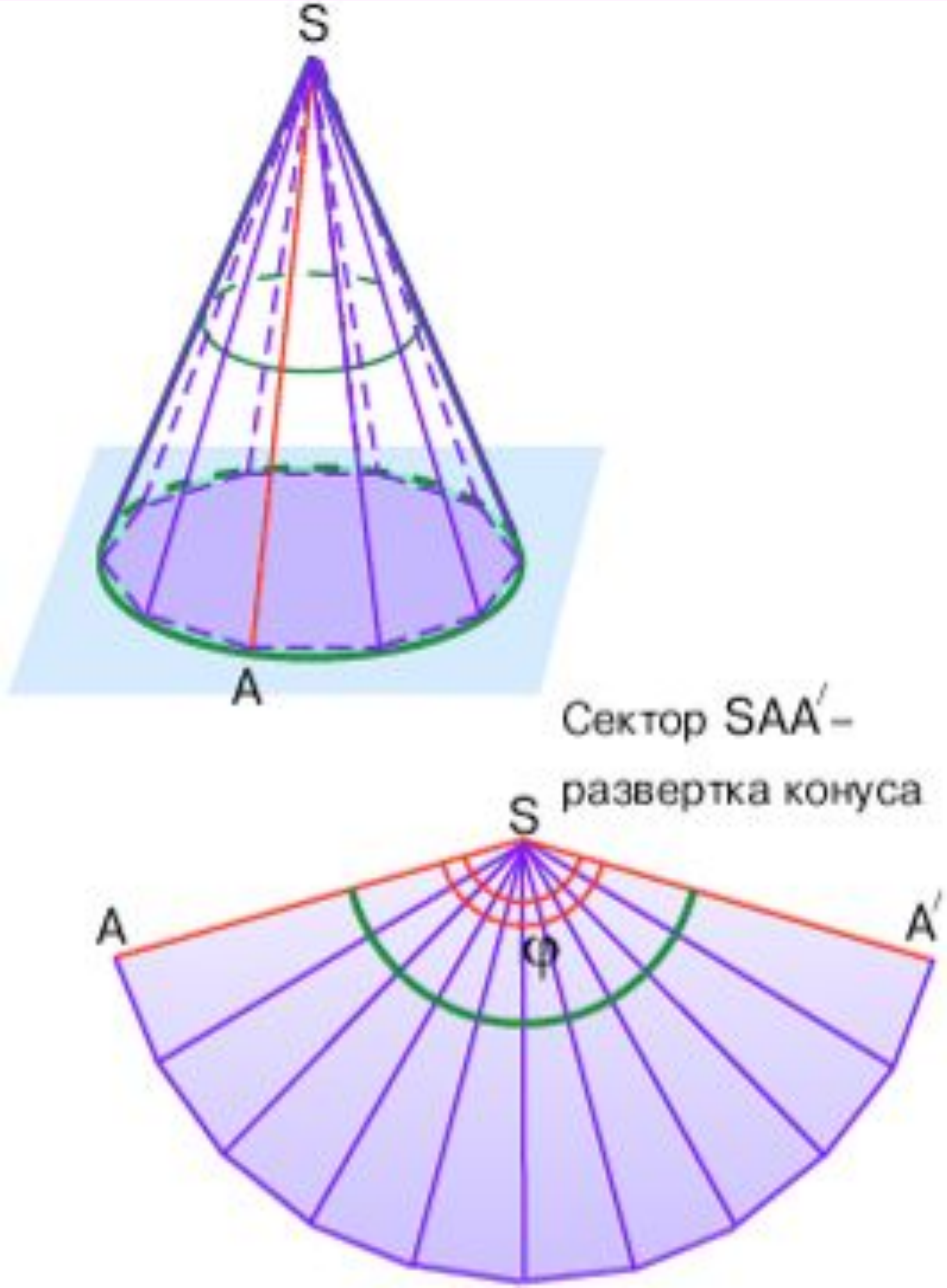
Доказать:

$$S_{бок.кон.} = \pi Rl$$

- ***Пусть конус будет получен от вращения прямоугольного треугольника с известными катетами. Найдите боковую поверхность этого конуса.***



Развертка конуса.



Развертка конуса – это круговой сектор. Его можно рассматривать как развертку боковой поверхности вписанной правильной пирамиды, у которой число боковых граней бесконечно увеличивается.

- ***Зная угол, образованный высотой и образующей конуса, можно вычислить угол сектора, полученного при развертке конуса, и наоборот.***