

Тема 2

ПОСТОЯННЫЙ ТОК



Закон Ома для однородного участка цепи

$$U = IR$$



Георг Ом
1789 –1854

I - ток $[A]=[Кл/с]$
 ρ

R - сопротивление, $[Ом]=[В/А]$

$$R = \frac{l}{S} \rho$$

l - длина проводника,

S - площадь сечения

ρ – удельное сопротивление $[Ом*м]$

Удельное сопротивление различных материалов

| Проводники | ρ | | Изоляторы (примерное значение) | ρ , Ом·м |
|----------------|-----------------------|----------------------|--------------------------------------|-------------------------|
| | Ом·мм ² /м | Ом·м | | |
| Алюминий | 0,027 | $2,7 \cdot 10^{-8}$ | Бакелит | 10^{16} |
| провод | 0,0287 | $2,87 \cdot 10^{-8}$ | Бензол | $10^{15} \dots 10^{16}$ |
| Вольфрам | 0,055 | $5,5 \cdot 10^{-8}$ | Бумага | 10^{15} |
| Графит | 8,0 | $8,0 \cdot 10^{-6}$ | Вода дистилли- | 10^4 |
| Железо, чистое | 0,1 | $1,0 \cdot 10^{-7}$ | рованная | |
| Золото | 0,022 | $2,2 \cdot 10^{-8}$ | Вода морская | 0,3 |
| Иридий | 0,0474 | $4,74 \cdot 10^{-8}$ | Дерево, сухое | $10^9 \dots 10^{13}$ |
| Константан | 0,50 | $5,0 \cdot 10^{-7}$ | Земля, влажная | 10^2 |
| Литая сталь | 0,13 | $1,3 \cdot 10^{-7}$ | Кварцевое сте- | 10^{16} |
| Магний | 0,044 | $4,4 \cdot 10^{-8}$ | кло | |
| Манганин | 0,43 | $4,3 \cdot 10^{-7}$ | Керосин | $10^{10} \dots 10^{12}$ |
| Медь | 0,0172 | $1,72 \cdot 10^{-8}$ | Мрамор | 10^8 |
| провод | 0,0178 | $1,78 \cdot 10^{-8}$ | Парафин | $10^{14} \dots 10^{16}$ |
| Молибден | 0,054 | $5,4 \cdot 10^{-8}$ | Парафиновое | 10^{14} |
| Нейзильбер | 0,33 | $3,3 \cdot 10^{-7}$ | масло | |
| Никель | 0,087 | $8,7 \cdot 10^{-6}$ | Плексиглас | 10^{18} |
| Нихром | 1,12 | $1,12 \cdot 10^{-6}$ | Полистирол | 10^{16} |
| Олово | 0,12 | $1,2 \cdot 10^{-7}$ | Полихлорвинил | 10^{13} |
| Платина | 0,107 | $1,07 \cdot 10^{-7}$ | Полиэтилен | $10^{10} \dots 10^{13}$ |
| Ртуть | 0,96 | $9,6 \cdot 10^{-7}$ | Силиконовое | 10^{13} |
| Свинец | 0,208 | $2,08 \cdot 10^{-7}$ | масло | |
| Серебро | 0,016 | $1,6 \cdot 10^{-8}$ | Слюда | 10^{14} |
| Серый чугун | 1,0 | $1,0 \cdot 10^{-6}$ | Стекло | 10^{11} |
| Угольные | 40 | $4,0 \cdot 10^{-5}$ | Трансформатор- | $10^{10} \dots 10^{13}$ |
| щетки | | | ное масло | |
| Цинк | 0,059 | $5,9 \cdot 10^{-8}$ | Фарфор | 10^{14} |
| | | | Шифер | 10^6 |
| | | | Эбонит | 10^{16} |
| | | | Янтарь | 10^{18} |

- Из закона Ома для участка проводника длиной dl :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{EdS}{\rho}$$

$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho} E$$

- можно записать

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Закона Ома в дифференциальной форме

$\sigma = 1/\rho$ – удельная электропроводность.

Дрейфовая скорость

- Плотность тока можно выразить через заряд электрона e , концентрацию зарядов n и дрейфовую скорость :

$$j = env$$

Для меди: $n = \frac{M_{Cu} N_A}{\rho_{Cu}} \approx 8 * 10^{22} \text{ см}^{-3}$

При плотности тока 100 А/см^2 : $v = \frac{j_{\text{мм}}}{ne} \approx 1 \text{ —}$

Время релаксации объемных зарядов

ρ - пусть объемная плотность заряда в проводящей среде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(j)$$

-закон сохранения для заряда в дифференциальной форме

$$j = \sigma E$$

- закон Ома

$$\operatorname{div} E = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon}$$

-теорема Гаусса

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\sigma E) = -\frac{\sigma \rho}{\epsilon_0 \epsilon} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma \rho}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Для морской воды:

$$\rho = \rho_0 e^{-t/t_r}$$

$$t_r = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\sigma}$$

$$t_r = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\sigma} \approx 6 * 10^{-10} \text{ c}$$

Выводы

Стационарных объёмных зарядов в однородной проводящей среде нет!

Поверхностная плотность зарядов

Найти поверхностную плотность зарядов на границе проводников (пренебрегая контактной разностью потенциалов), если через контакт течет ток j

$$\frac{E_1}{\rho_1} = j \text{ - закон Ома в первой среде} \quad \frac{E_2}{\rho_2} = j \text{ - закон Ома во второй среде}$$

$$E_1 = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ - поле в первой среде}$$

$$E_2 = E_0 + E' = E_0 + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ - поле во второй среде}$$

$$E_2 - E_1 = j\rho_2 - j\rho_1$$

$$\sigma = j(\rho_2 - \rho_1)\varepsilon_0$$

Поверхностная плотность заряда на границе сред

Задача I

Найти шаговое напряжение при точечной утечке тока ($I=100\text{A}$) в землю ($\sigma=15\text{ S/m}$)

$$i(r) = \frac{I}{2\pi r^2} \quad - \quad \text{из закона сохранения заряда}$$

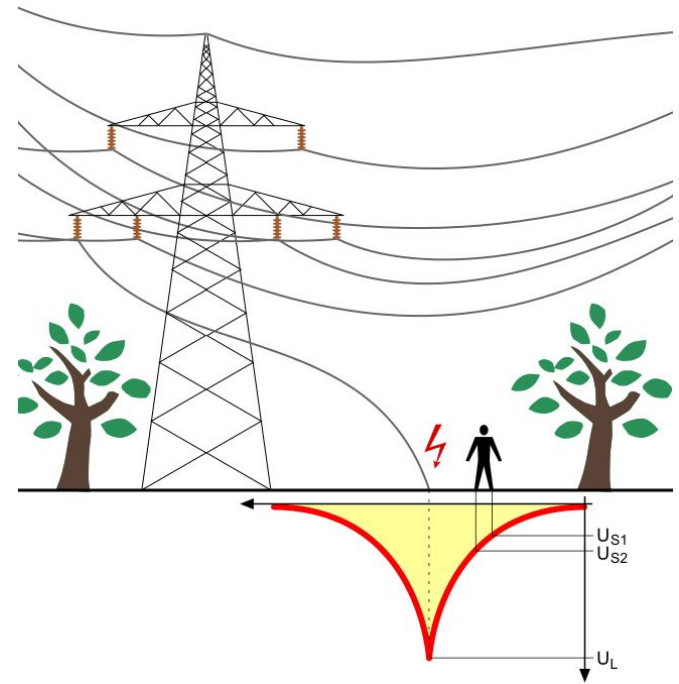
Из закона Ома:
$$E(r) = \frac{i(r)}{\sigma} = \frac{I}{2\pi\sigma r^2}$$

Электрический потенциал:

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{I}{2\pi\sigma r}$$

$$V_{step} = \varphi(r) - \varphi(r+h) = \frac{I}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+h} \right)$$

$$V_{step} \approx \frac{I}{2\pi\sigma} \frac{h}{r^2}$$



Вопросы

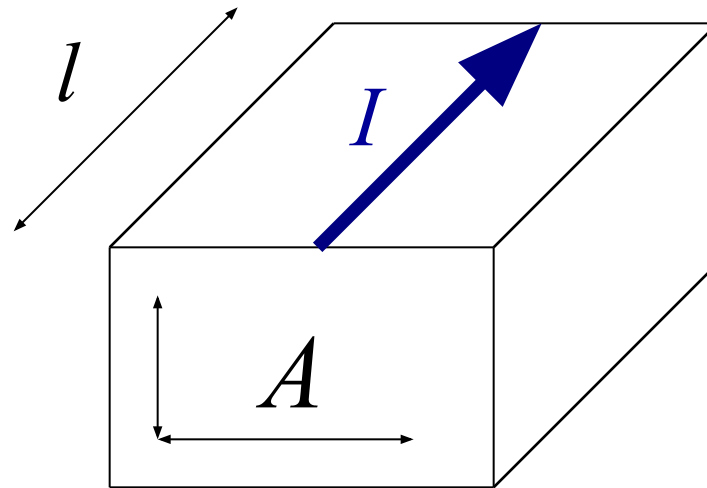
Чем будет отличаться случай утечки тока при заданном напряжении?

Что будет, если несколько проводов касаются земли?

По какому закону будет растекаться ток при утечке в тонкий пол?

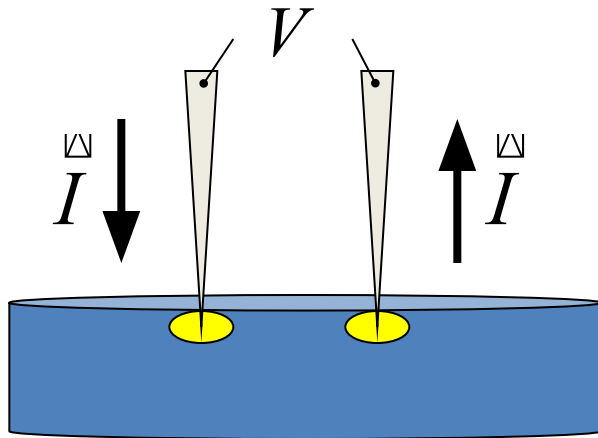
Измерение проводимости?

$$\sigma^{-1} = R \frac{A}{l}$$

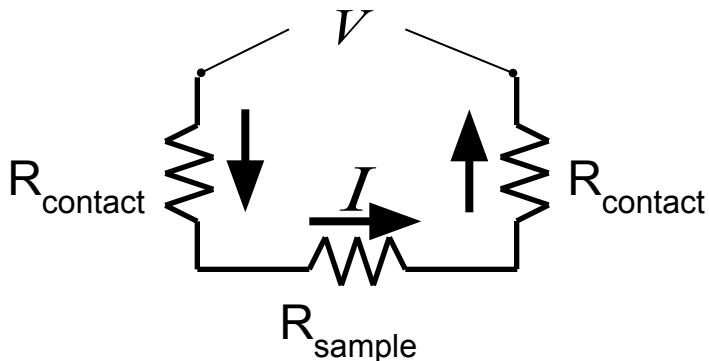


Измерение проводимости

2-точечная схема

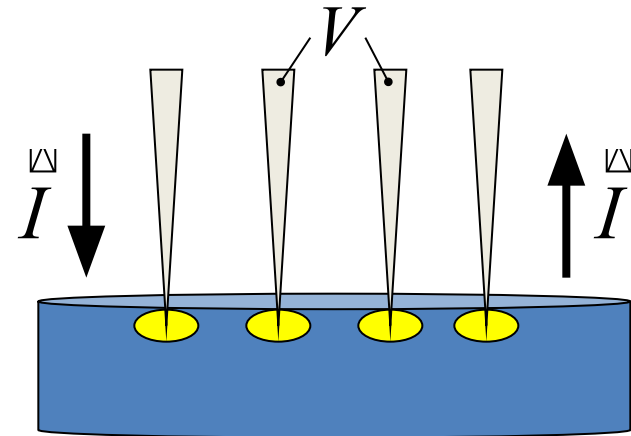


Измеряем сопротивление
пробы + контактов

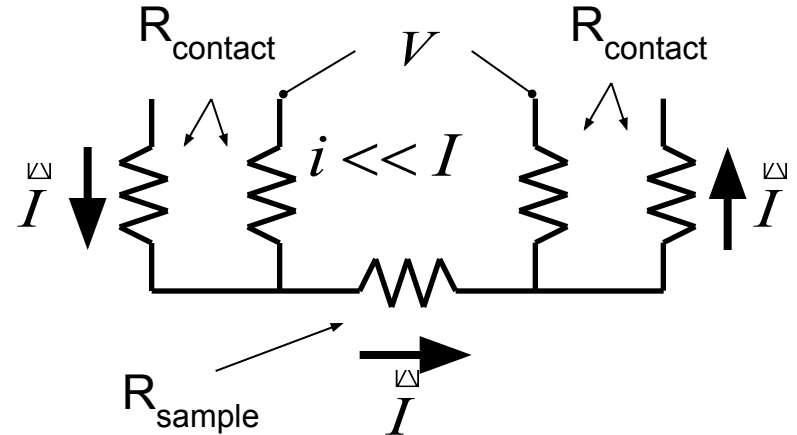


В 4-точечной схеме пренебрегаем током через вольтметр и измеряем только сопротивление образца

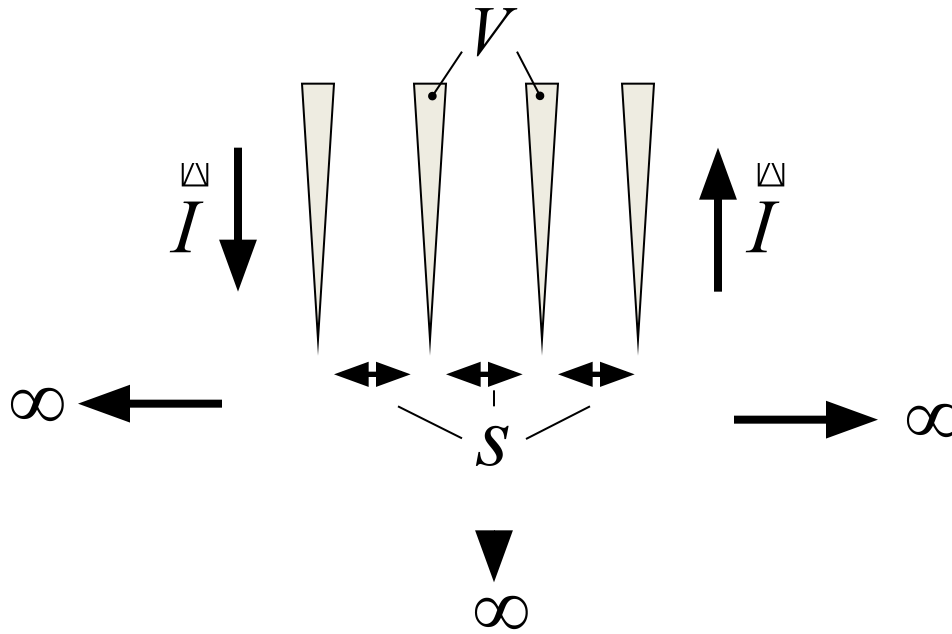
4-точечная схема



Измеряем только
сопротивление образца



4-точечный метод



$$\varphi = \frac{I}{2\pi\sigma r_1} + \frac{-I}{2\pi\sigma r_2}$$

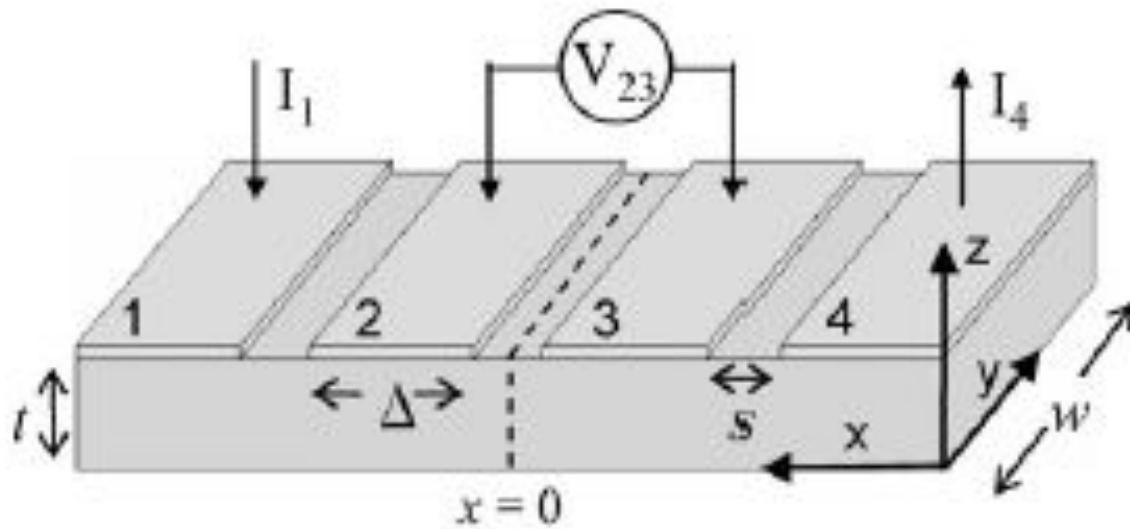
$$V = \varphi(2) - \varphi(3) = \left(\frac{I}{2\pi\sigma s} - \frac{I}{2\pi\sigma(s+s)} \right) - \left(\frac{I}{2\pi\sigma(s+s)} - \frac{I}{2\pi\sigma s} \right)$$

$$V = \frac{I}{2\pi\sigma s}$$



$$\sigma = \frac{I}{2\pi s V}$$

Коррекции

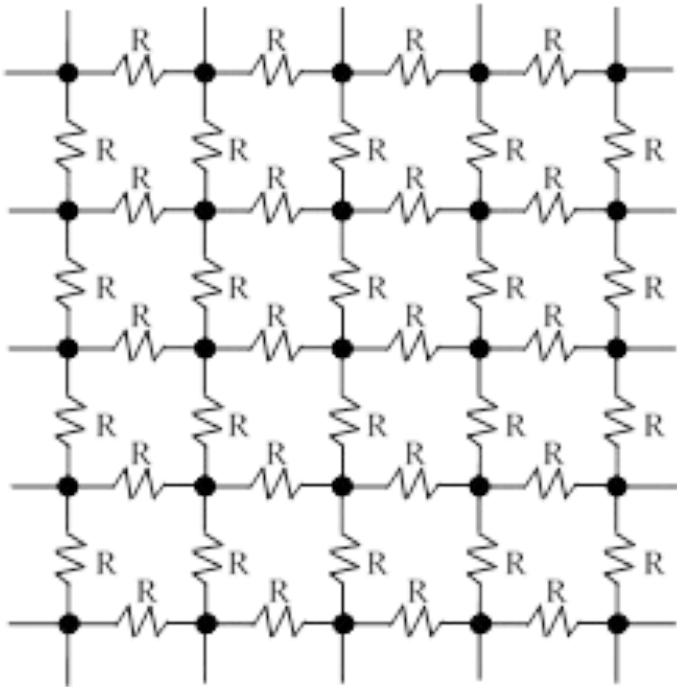


$$\sigma = \frac{I}{2\pi sV} F$$

F – коррекция геометрии

Классическая задача

Найти сопротивление между соседними точками бесконечной квадратной сетки резисторов:



$$R_{grid} = \frac{R}{2}$$

Работа и мощность тока. Закон Джоуля

- Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U .
За время dt

$$dq = Idt.$$

- силы электрического поля, действующего на данном участке, совершают работу:

$$dA = Udq = UI dt.$$

- Общая работа:

$$A = IUt$$

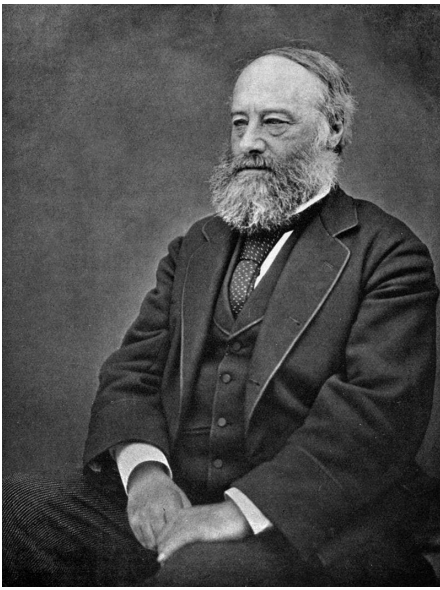
Разделив работу на время, получим выражение для мощности:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI.$$

Другие формулы для мощности и работы:

$$P = RI^2, \quad A = RI^2t,$$

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad A = \frac{U^2t}{R}.$$



James Prescott Joule
1818-1889



John Dalton; 1766 —1844



William Thomson, 1st Baron Kelvin
1824-1907

При протекании тока, в проводнике выделяется количество теплоты:

$$dQ = RI^2 dt.$$

Если ток изменяется со временем:

$$Q = \int_1^2 RI^2 dt$$

Закон Джоуля в интегральной форме.

- Тепловая мощность тока в элементе проводника Δl , сечением ΔS , объемом
равна:

$$\Delta V = \Delta l \cdot \Delta S$$

$$\Delta W = I^2 R = I \Delta \varphi = j \Delta S E \Delta l = \overset{\square \square}{j E \Delta V}$$

Удельная мощность тока:

$$\omega = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \overset{\square \square}{(j E)}$$

Согласно закону Ома в дифференциальной форме
получим $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$

Закон Джоуля в дифференциальной форме, определяющий
плотность выделенной энергии:

$$\omega = \sigma \mathbf{E}^2$$

$$\omega = \frac{j^2}{\sigma}$$

- *Мощность, выделенная в единице объема проводника .*

$$\omega = \frac{j^2}{\sigma}$$

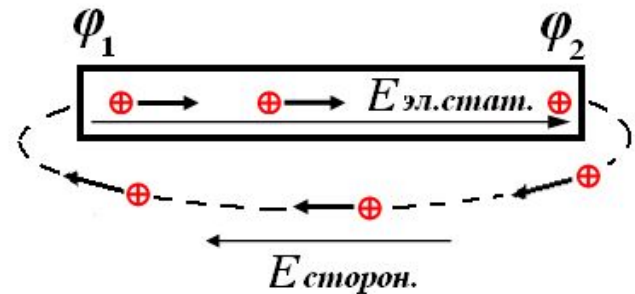
- Приведенная формула справедлива для однородного участка цепи и для неоднородного.

Сторонние силы. Электродвижущая сила.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов.

Электродвижущая сила (э.д.с. – \mathcal{E}) – физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного пробного положительного заряда

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q_{0+}}.$$



Напряжение на участке цепи

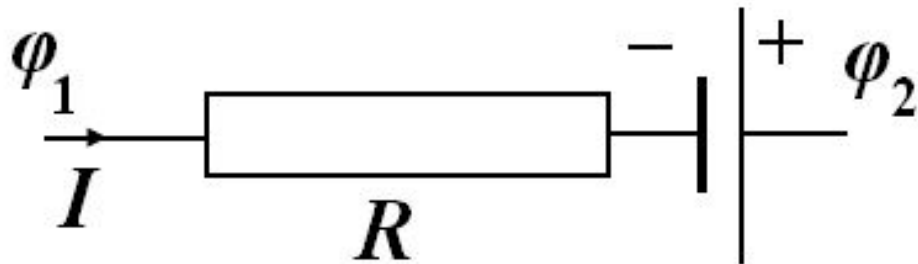
Напряжение - величина, численно равная работе, совершаемой полем электростатических и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на этом участке цепи

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + E.$$

Закон Ома для

неоднородного участка цепи

- Работа, совершаемая кулоновскими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда q_{0+} – падение напряжения (напряжение).

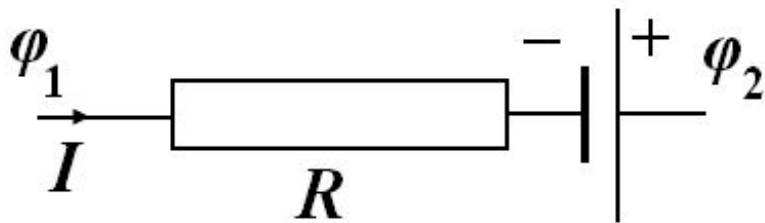


$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm E}{R}$$

Закон Ома для

неоднородного участка цепи

- Если источник э.д.с. включен таким образом, что в направлении протекания тока он повышает потенциал электрической цепи, то он берется с плюсом + E.

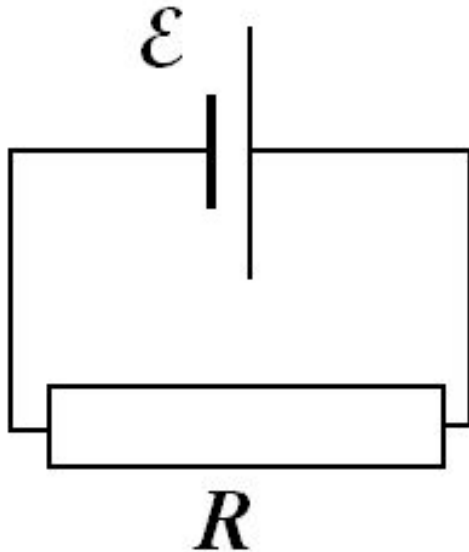


$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E}{R}$$

Закон Ома для замкнутой цепи

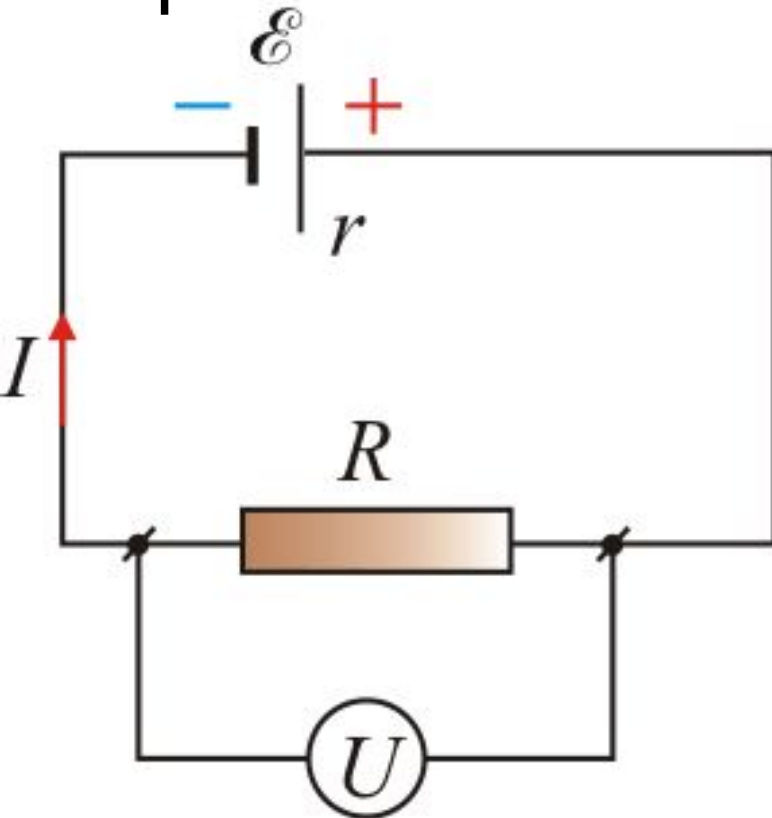
- Если цепь замкнутая, то $\varphi_1 = \varphi_2$.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{полн}}}; \quad R_{\text{полн}} = r_{\text{внутр.ист.т.}} + R_{\text{внеш.цепи}}.$$



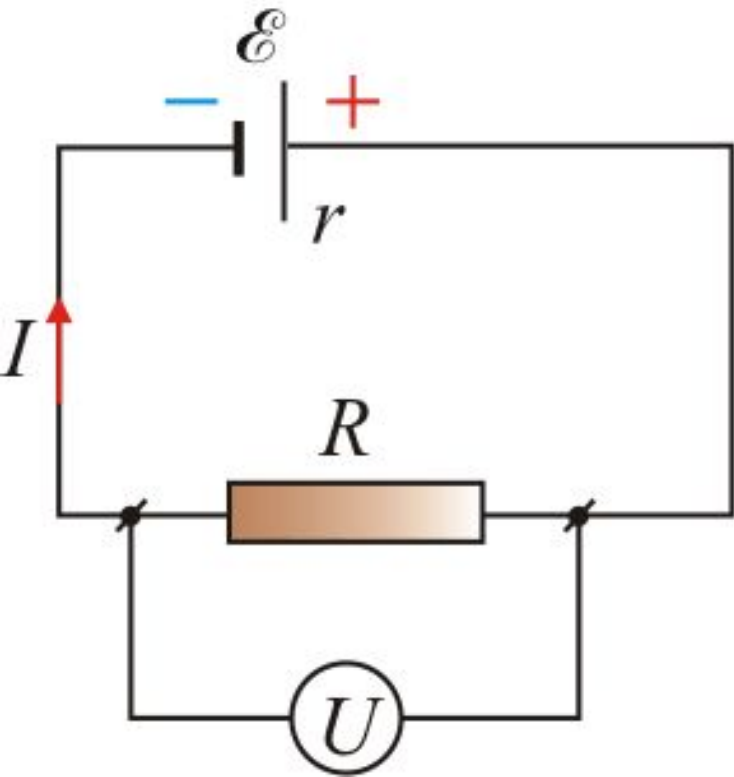
КПД источника тока

Рассмотрим элементарную электрическую цепь, содержащую источник ЭДС с внутренним сопротивлением r , и внешним сопротивлением R



- КПД - отношение полезной работы к затраченной:

$$\eta = \frac{A_{\text{II}}}{A_3} = \frac{P_{\text{II}}}{P_3} = \frac{UI}{E_{\text{ЭДС}}I} = \frac{U}{E_{\text{ЭДС}}}.$$



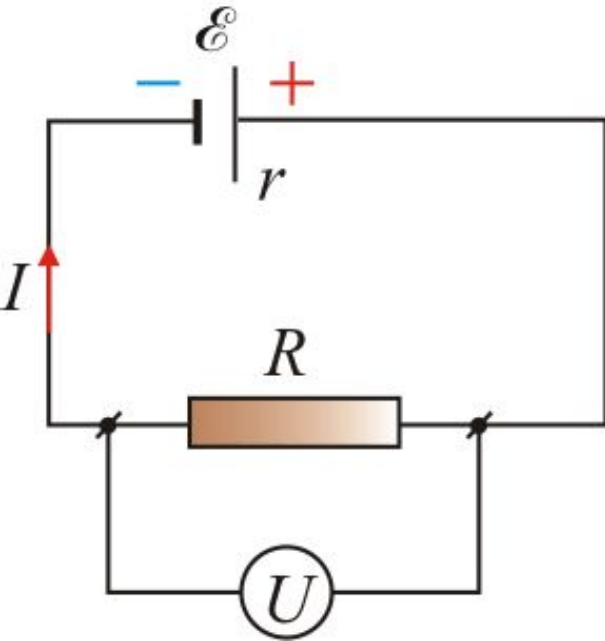
- **Полезная работа** – мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении R в единицу времени.

$$U = IR,$$

- Из закона Ома:

$$E_{\text{ЭДС}} = (R + r)I,$$

- тогда:



$$\eta = \frac{U}{E_{\text{ЭДС}}} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}$$

- Таким образом, имеем, что при $R \rightarrow \infty$, $\eta \rightarrow 1$, но при этом ток в цепи мал и полезная мощность мала.

$$\eta = \frac{R}{R + r}$$

- Условия, при которых полезная мощность будет максимальна.

$$\frac{dP_{\Pi}}{dR} = 0.$$

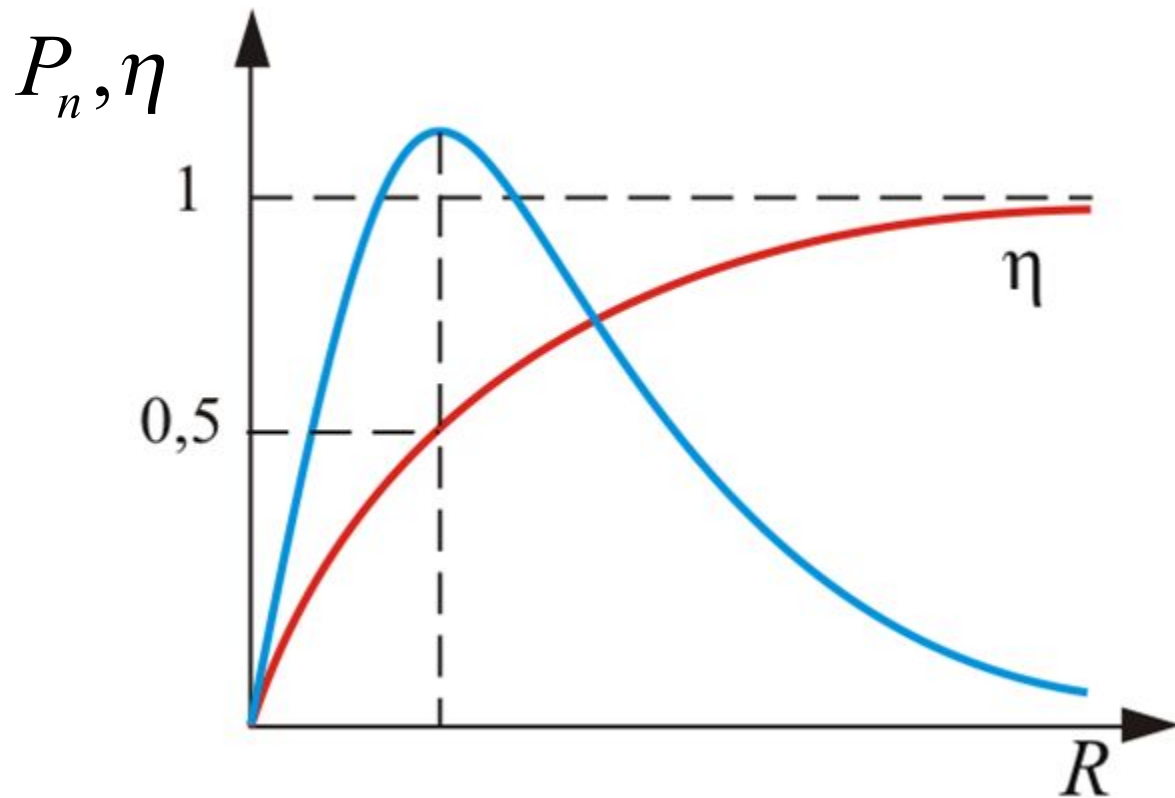
$$P_{\Pi} = I^2 R = \left(\frac{E_{\text{ЭДС}}}{R + r} \right)^2 R$$

$$\frac{dP_{\Pi}}{dR} = \frac{E_{\text{ЭДС}}^2 (R + r)^2 - 2(r + R) E_{\text{ЭДС}}^2 R}{(R + r)^4} = 0$$

$$E_{\text{ЭДС}}^2 [(R + r) - 2R] = 0$$

$$R = r \quad \longrightarrow \quad \boxed{\frac{dP_{\Pi}}{dR} = 0.}$$

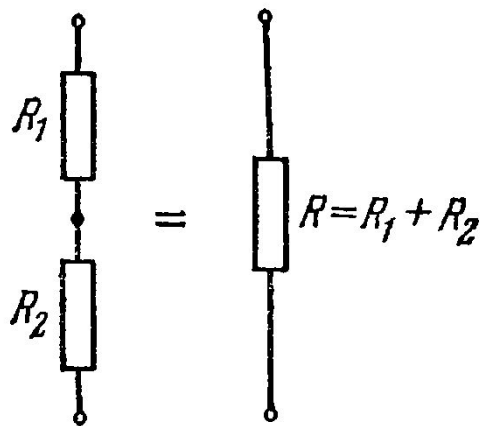
- $r = R$.
- При этом условии выделяемая мощность максимальна, а КПД равен 50%.



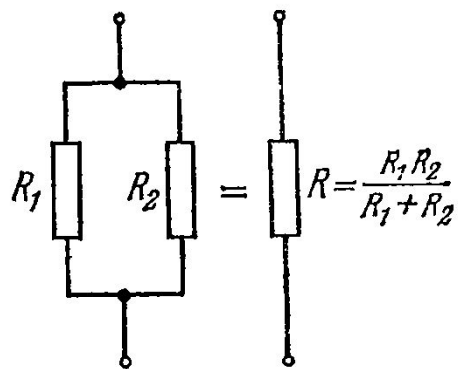
Выводы

- Для каждого источника тока существует своя оптимальная полезная нагрузка
- И для каждой нагрузки надо подбирать свой источник тока

Параллельное и последовательное соединение сопротивлений



$$U = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

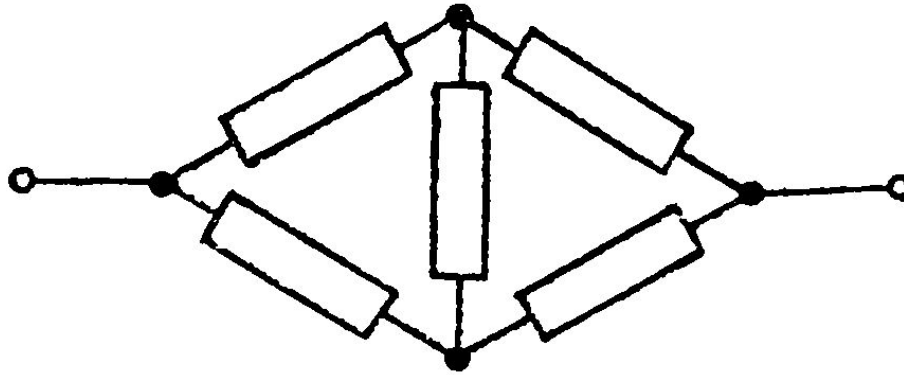


$$\frac{U}{R_1} = I_1, \quad \frac{U}{R_2} = I_2$$

$$I = I_1 + I_2 = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$U = I \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей с переменным током

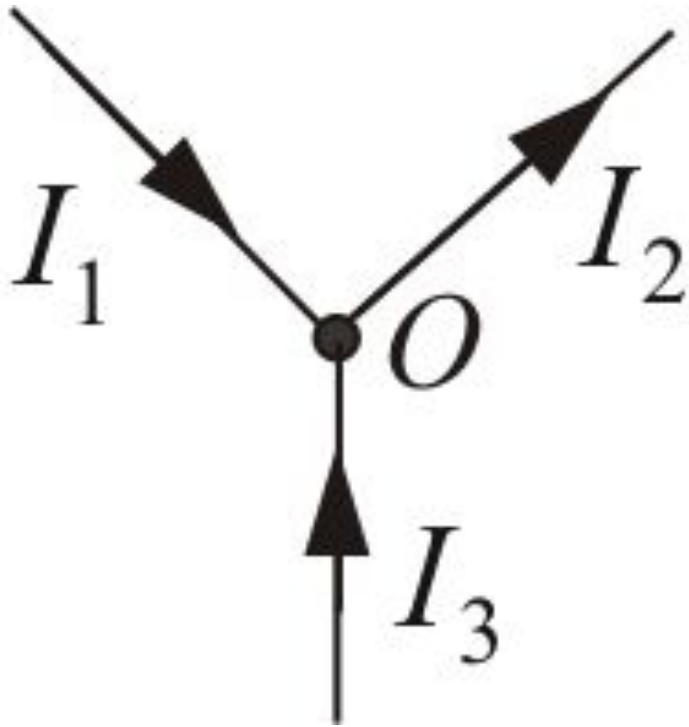




Gustav Robert Kirchhoff; 1824- 1887

Первое правило Кирхгофа

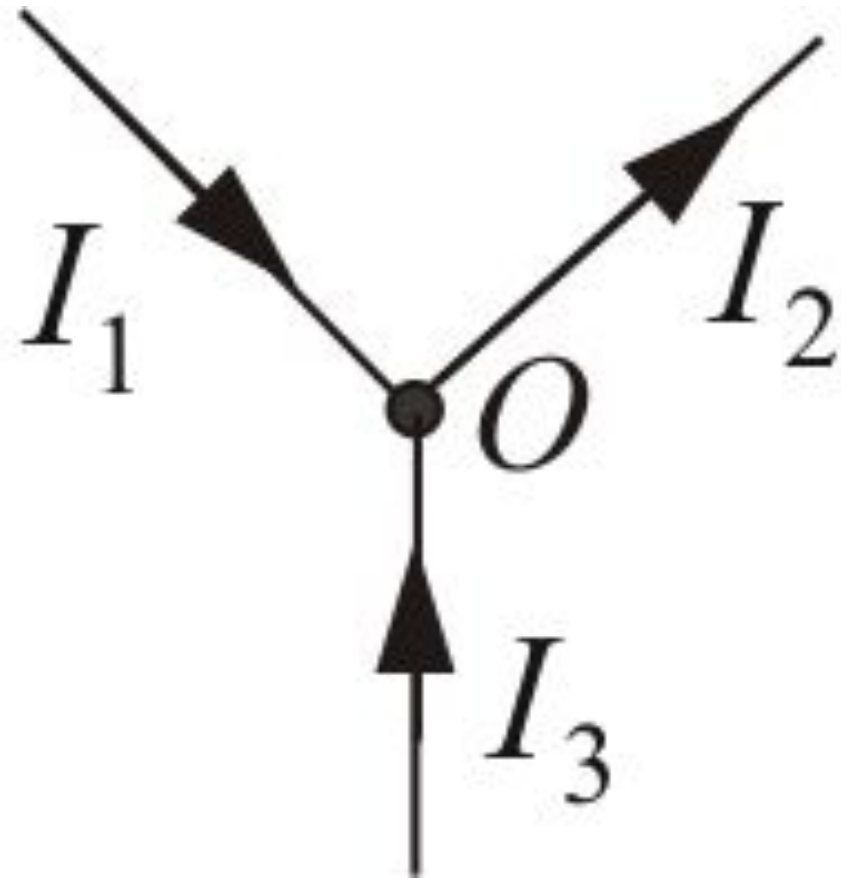
Алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле цепи равна нулю:



$$\sum_{k=1}^N I_k = 0.$$

(узел – любой участок цепи, где сходятся более двух проводников)

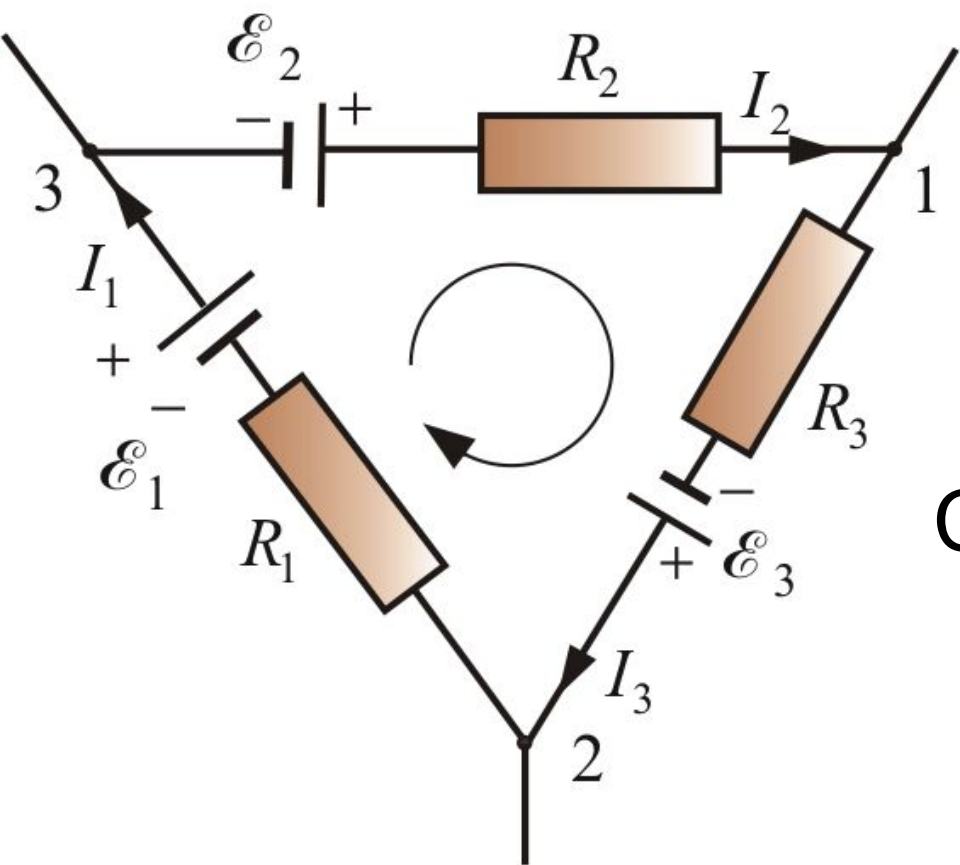
- В случае установившегося постоянного тока в цепи ни в одной точке проводника, ни на одном из его участков не должны накапливаться электрические заряды



Токи, сходящиеся к узлу, считаются положительными:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

- **Второе правило Кирхгофа**
(обобщение закона Ома для разветвленной цепи).



$$\varphi_2 - \varphi_3 + E_1 = I_1 R_1;$$

$$\varphi_3 - \varphi_1 + E_2 = I_2 R_2;$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 + E_3 = I_3 R_3.$$

Складывая получим:

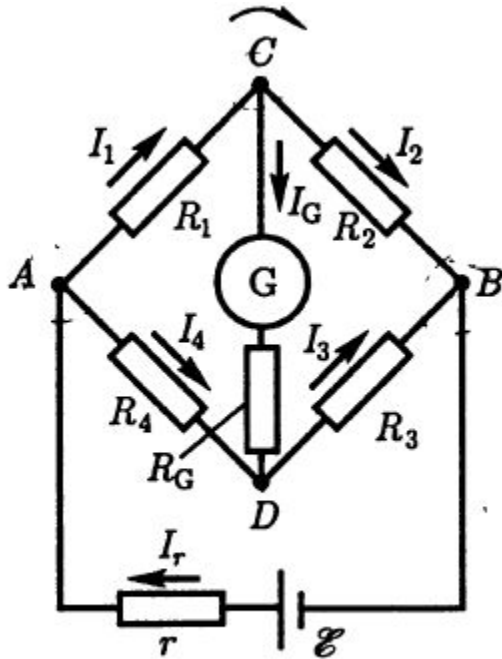
$$\sum_k I_k R_k = \sum_k E_k.$$

- В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре.

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k E_k.$$

- Обход контуров осуществляется по часовой стрелке, если направление обхода совпадает с направлением тока, то ток берется со знаком «ПЛЮС».

Мост Уинстона



Для узла А: $I_r - I_1 - I_4 = 0$

Для узла В: $I_2 + I_3 - I_r = 0$

Для узла С: $I_1 - I_2 - I_G = 0$

Для узла D $I_4 - I_3 + I_G = 0$

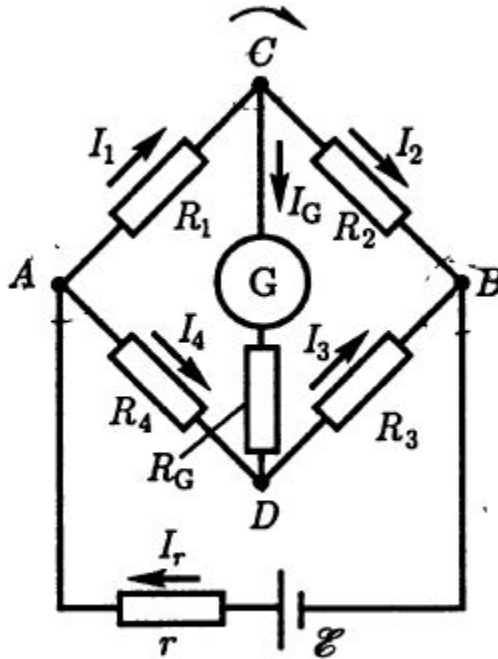
Для контура ACBA: $I_r r - I_1 R_2 + I_2 R_2 = E$

Для контура ACD: $I_1 R_1 + I_G R_G - I_4 R_4 = 0$

Для контура CBD $I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_G R_G = 0$

Мост Уинстона в равновесии

$$I_G = 0$$



Для узла С: $I_1 - I_2 = 0$

Для узла D: $I_4 - I_3 = 0$

Для контура ACDA: $I_1 R_1 - I_4 R_4 = 0$

Для контура CBDC: $I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$

$$I_4 \frac{R_4}{R_1} - I_3 \frac{R_3}{R_2} = 0$$



$$\frac{R_4}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}$$

Электрический ток, ионизации и рекомбинации в газах

- Процесс ионизации заключается в том, что под действием высокой температуры или излучения молекулы газа теряют электроны и тем самым превращаются в положительные ионы.
- Ток в газах – это встречный поток ионов и свободных электронов.
- Одновременно с процессом ионизации идёт обратный процесс рекомбинации.
- Рекомбинация – это нейтрализация при встрече разноименных ионов или воссоединение иона и электрона в нейтральную молекулу (атом).

Обозначения

- n – концентрация ионов
- Δn_i – число пар ионов возникающих под действием ионизатора за 1 сек в единице V
- Δn_r – число пар ионов рекомбинирующих за 1 сек в единице объема
- Δn_j – число пар ионов уходящих из газоразрядного промежутка к электродам за 1 сек
- \mathbf{E} – плотность тока
- – напряженность электрического поля

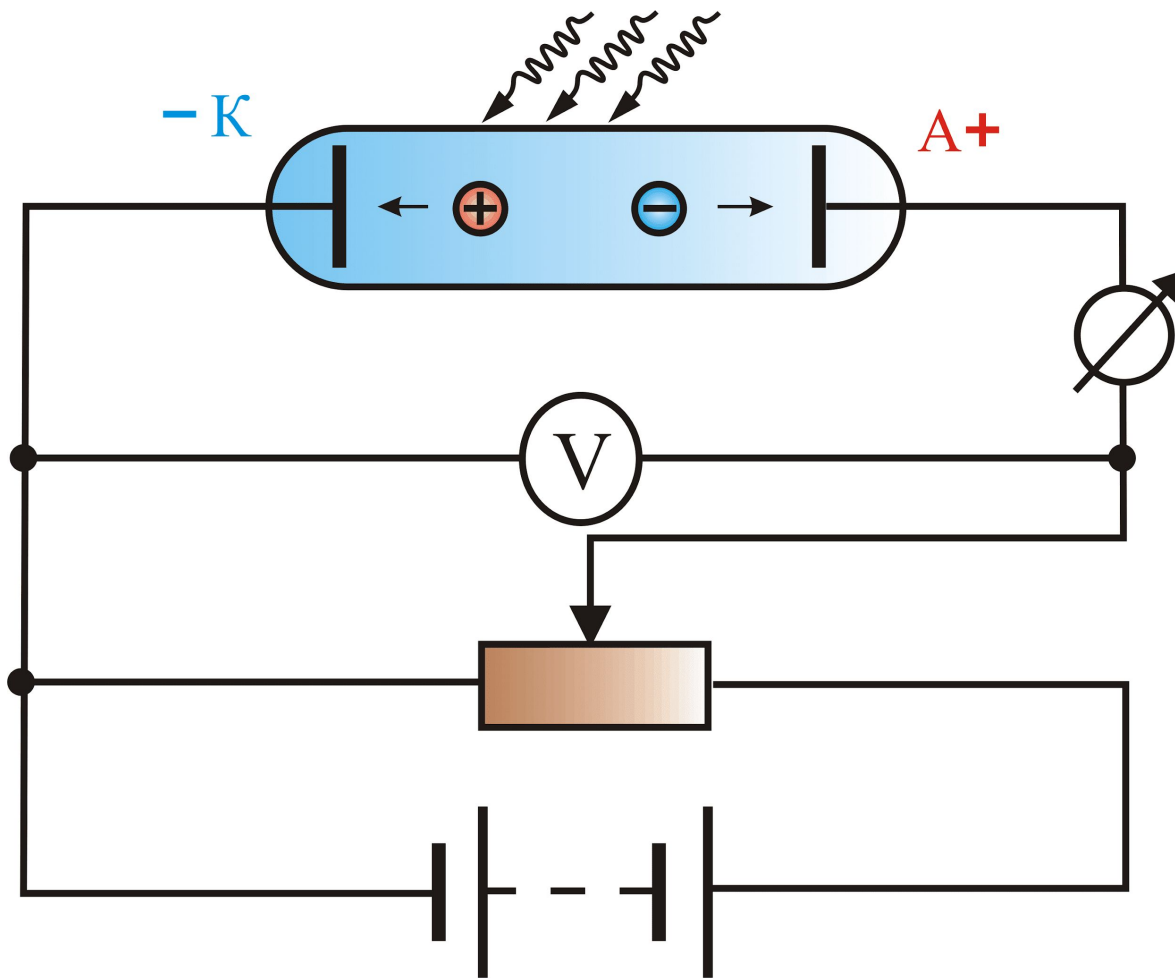
Равновесное состояние, при котором число пар ионов, возникающих под действием ионизатора за одну секунду в единице объёма, равно числу пар рекомбинировавших и покинувших объем ионов.

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j.$$

Условие равновесия в случае слабого поля

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j.$$

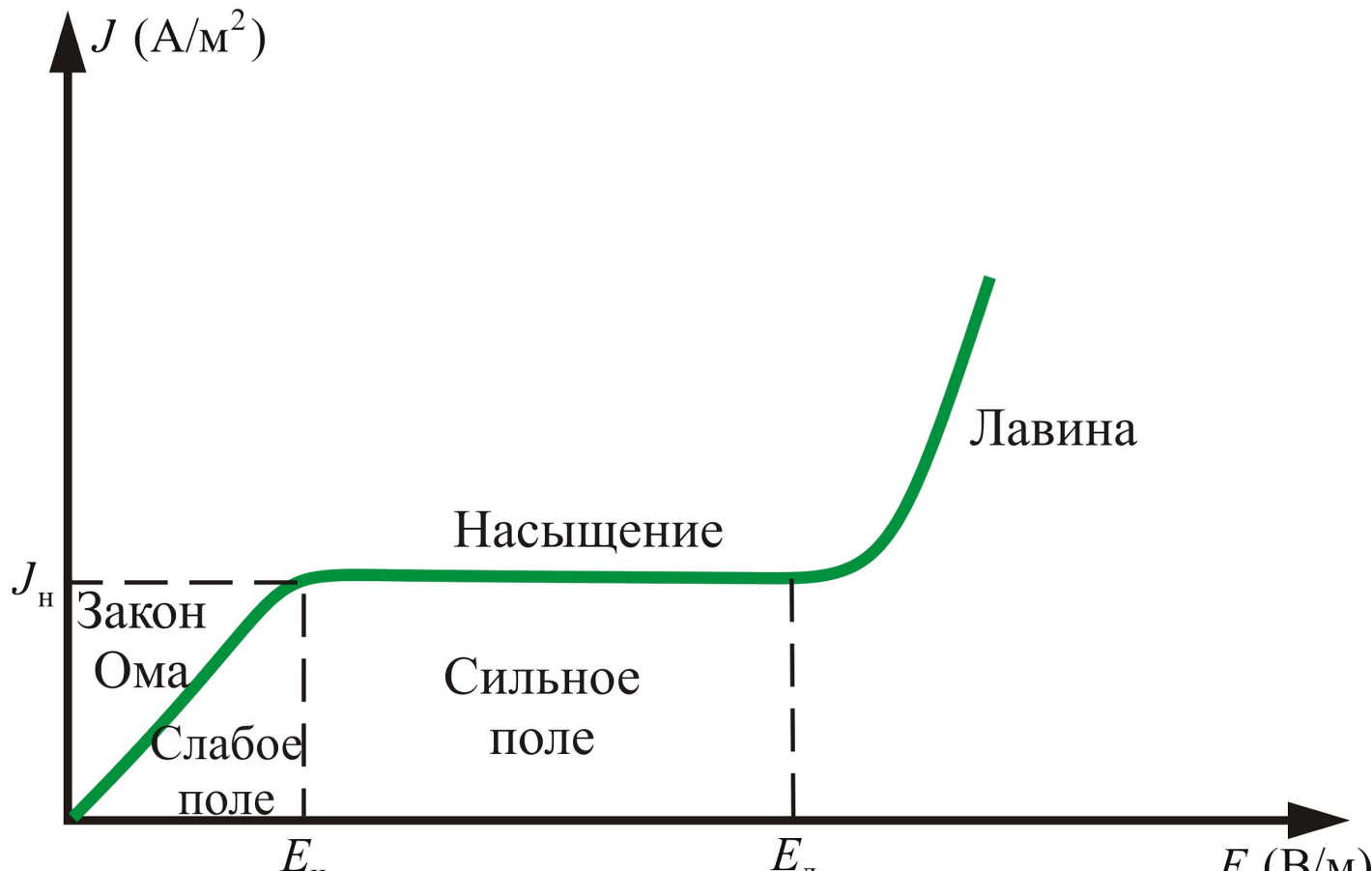
$$\Delta n_j \ll \Delta n_r.$$



Слабое поле

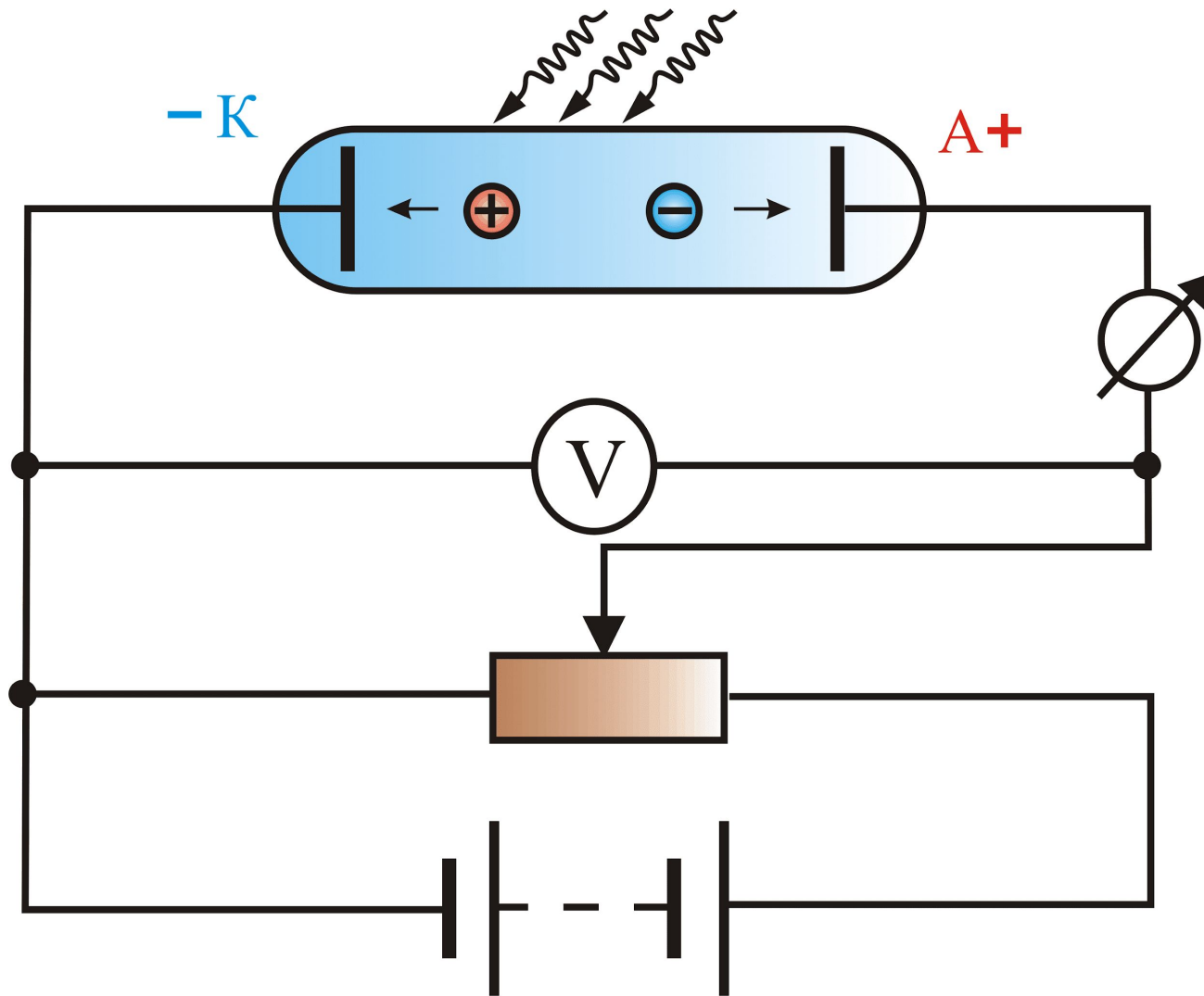
Слабый ток:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{Ома в диф. форме.}$$



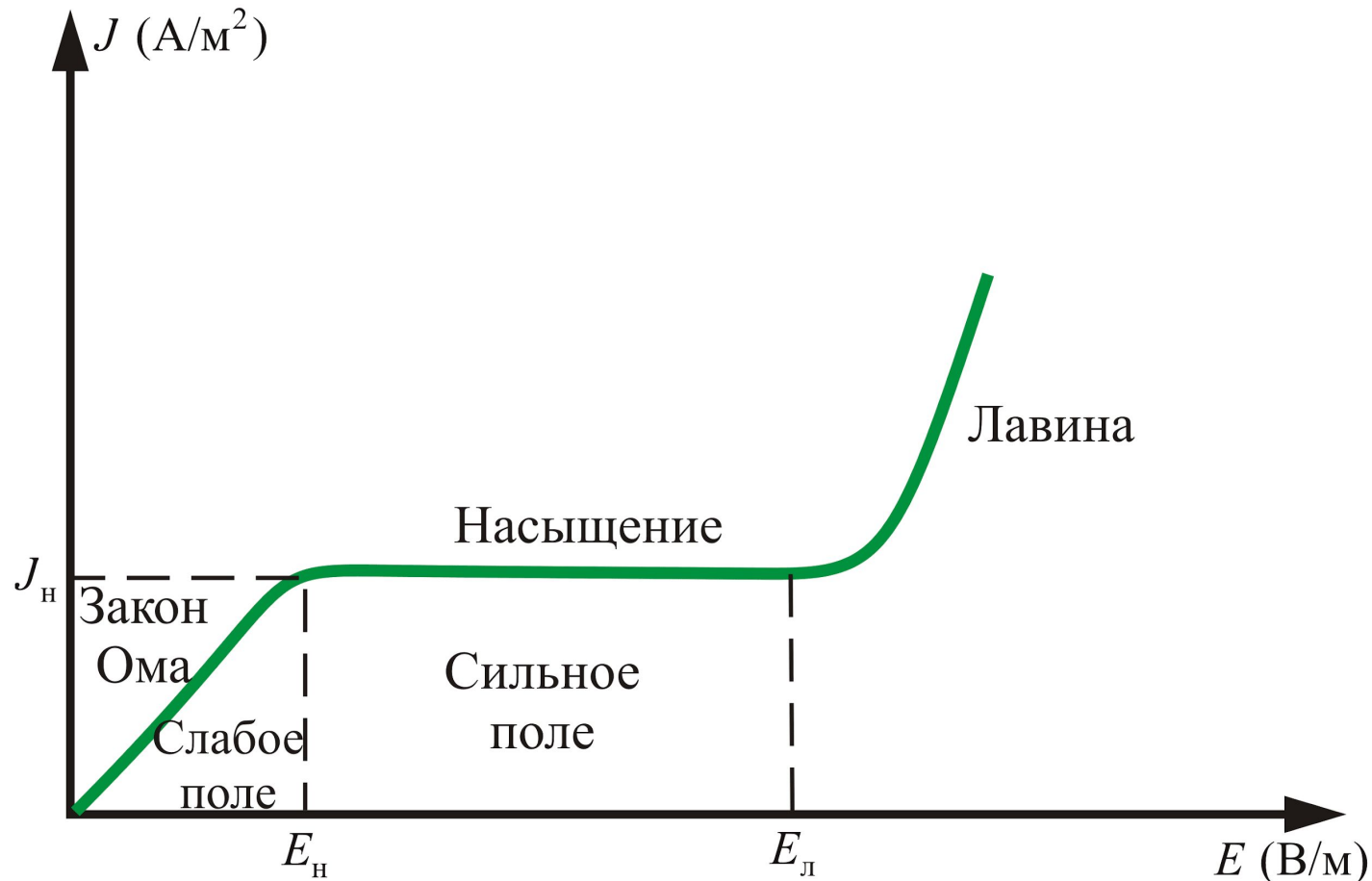
Сильное поле

$$\Delta n_r \ll \Delta n_j \quad \Delta n_i = \Delta n_j \quad (\Delta n_r \rightarrow 0)$$

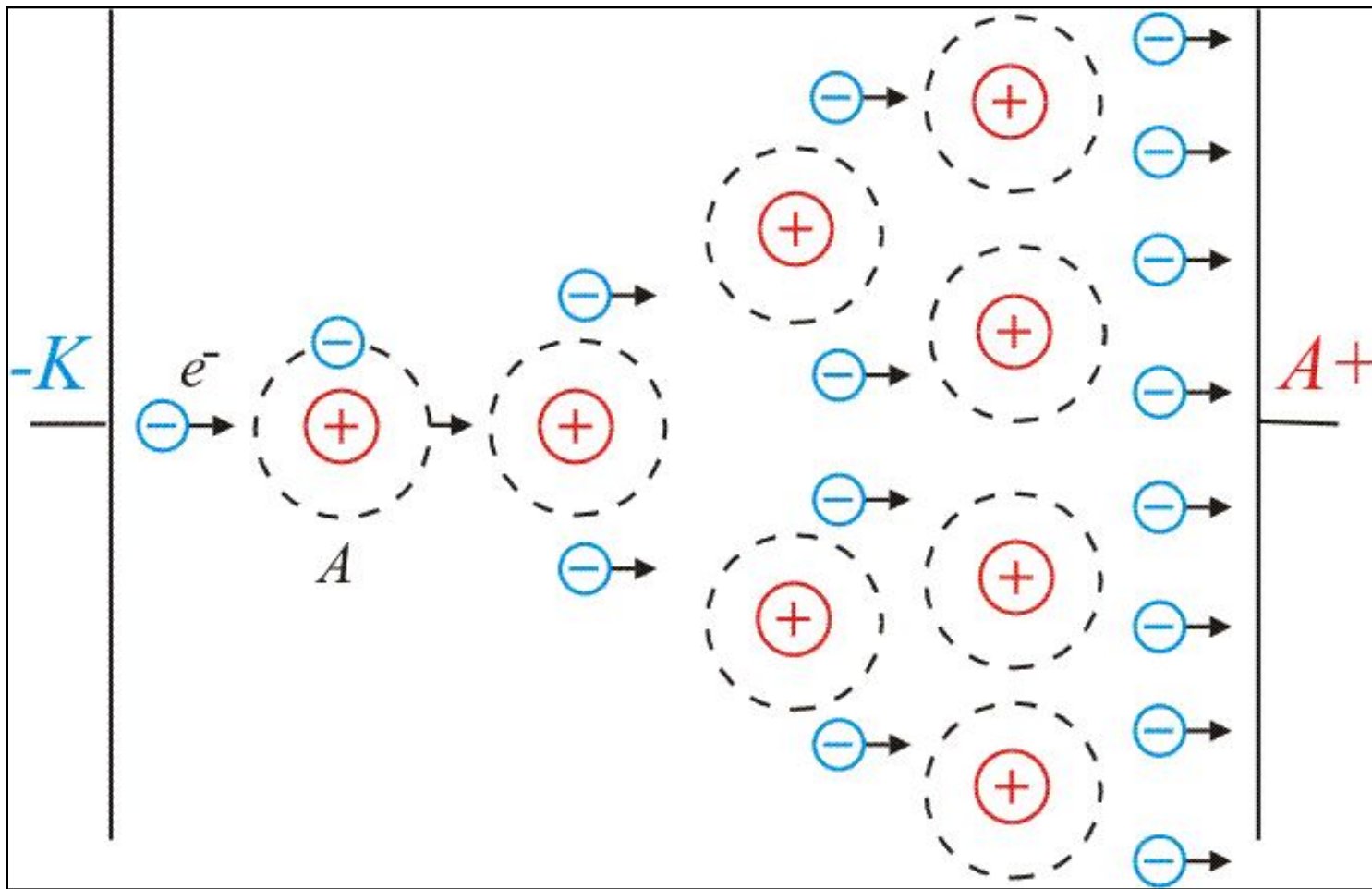


Сильное поле $\Delta n_r \ll \Delta n_j$ $\Delta n_i = \Delta n_j$ ($\Delta n_r \rightarrow 0$)

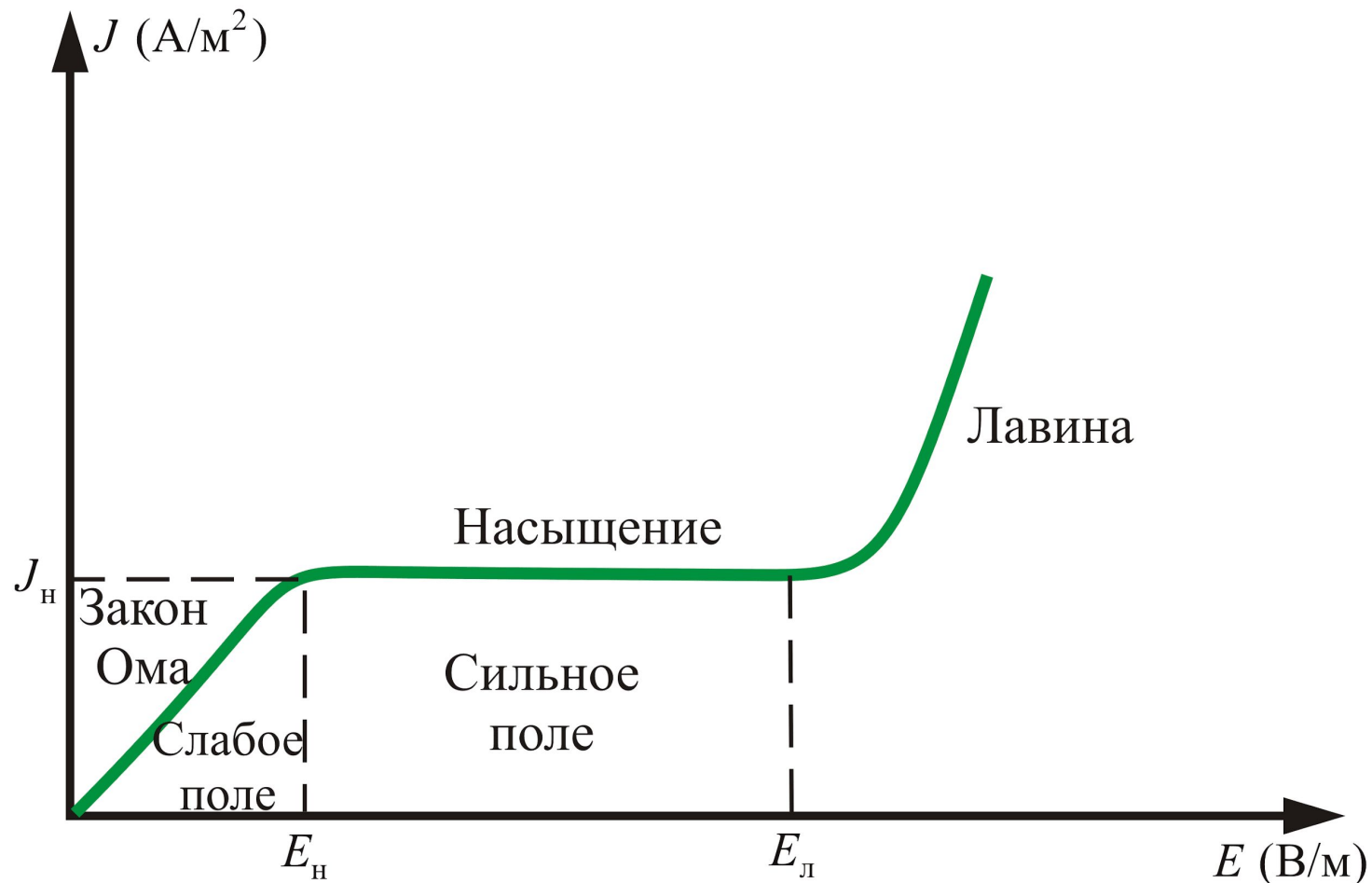
Максимальное значение тока, при котором все образующиеся ионы уходят к электродам, называется ТОК НАСЫЩЕНИЯ



Дальнейшее увеличение напряженности поля приводит к образованию лавины электронов

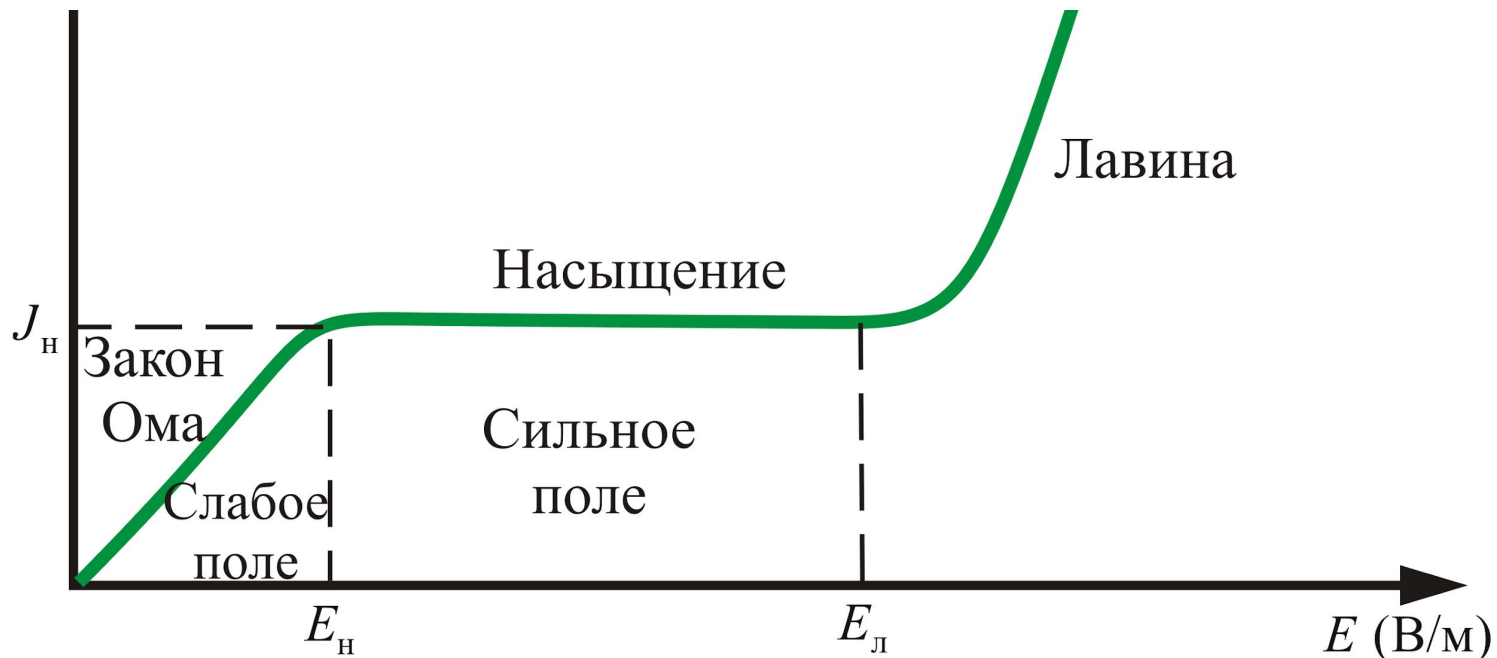


Лавинообразное размножение первичных ионов и электронов, созданных внешним ионизатором и усиление разрядного тока.



Выводы

- Малые поля - выполняется закон Ома.
- При больших полях закон Ома не выполняется – наступает явление насыщения,
- При полях превышающих $E_{\text{л}}$ – возникает лавина зарядов, обуславливающая значительное увеличение плотности тока



Типы разрядов

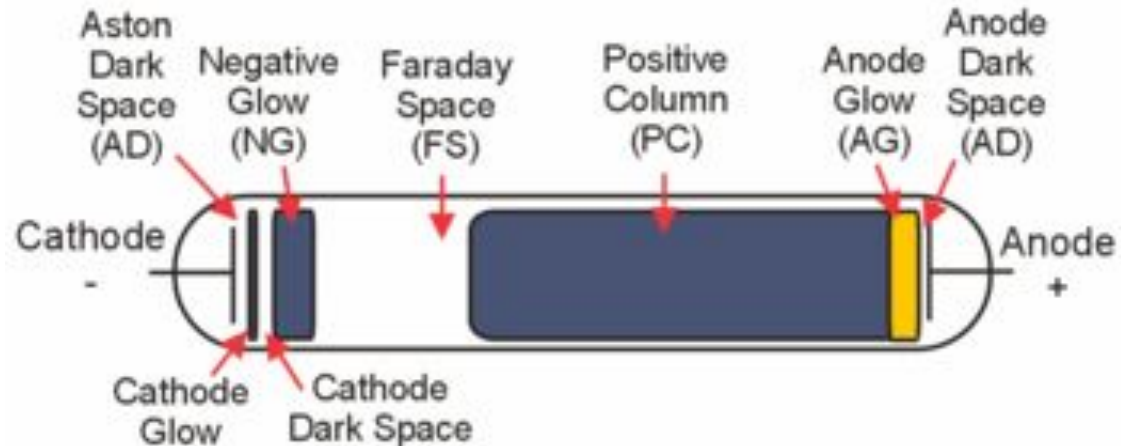
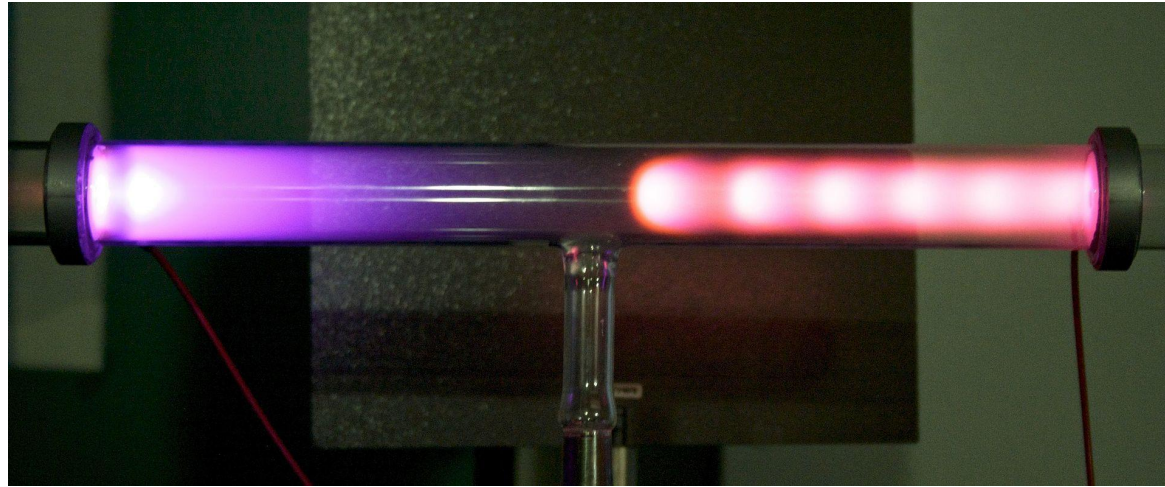
В зависимости от давления газа, конфигурации электродов и параметров внешней цепи существует четыре типа самостоятельных разрядов:

- тлеющий разряд;
- искровой разряд;
- дуговой разряд;
- коронный разряд.

Тлеющий разряд

- Тлеющий разряд возникает при низких давлениях (в вакуумных трубках).
- Можно наблюдать в стеклянной трубке с впаянными у концов плоскими металлическими электродами.

Тлеющий разряд



Астоново темное пространство; Катодная светящаяся пленка; Катодное темное пространство; Тлеющее свечение; Фарадеево темное пространство; Положительный столб.

Искровой разряд

- Искровой разряд возникает в газе обычно при давлениях порядка атмосферного $P_{ат}$.
- Он характеризуется прерывистой формой.
- По внешнему виду искровой разряд представляет собой пучок ярких зигзагообразных разветвляющихся тонких полос, мгновенно пронизывающих разрядный промежуток, быстро гаснущих и постоянно сменяющих друг друга.
- Эти полосы называют искровыми каналами.

- В естественных природных условиях искровой разряд наблюдается в виде молнии.
- продолжительностью $0,2 \div 0,3$ с
- силой тока $10^4 - 10^5$ А, длиной 20 км







- **Диаметр канала молнии**
- **равен примерно 1 см,**
- **температура в канале молнии**
- **равна примерно 25 000°C,**
- **продолжительность разряда**
- **составляет доли секунды.**



Ток молнии может достигать 1 млн А, напряженность поля пробоя (10-30) кВ/см



Характерная форма путей разрядов

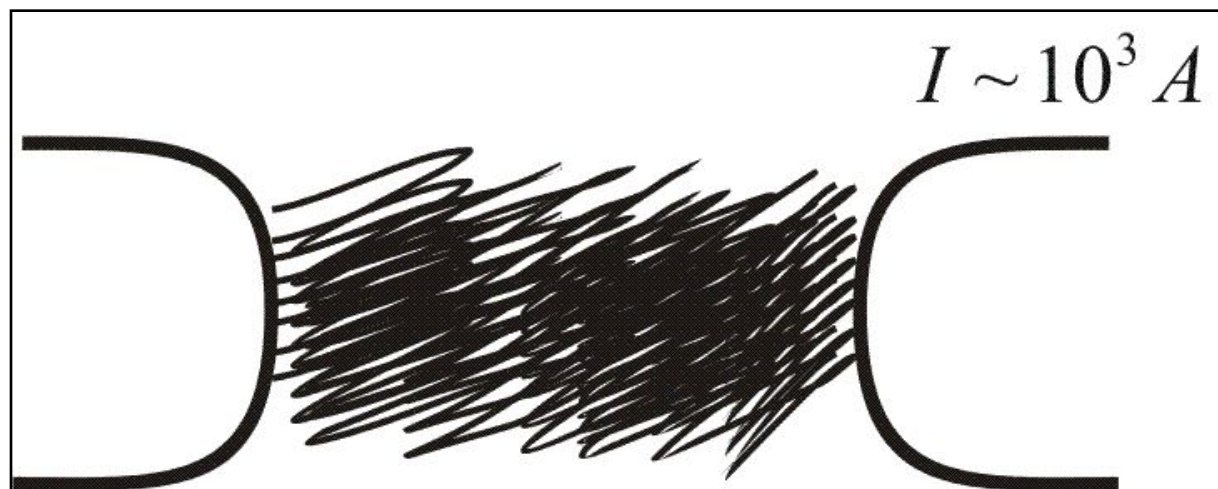


Дуговой разряд

- Дуговой разряд (или вольтова дуга).

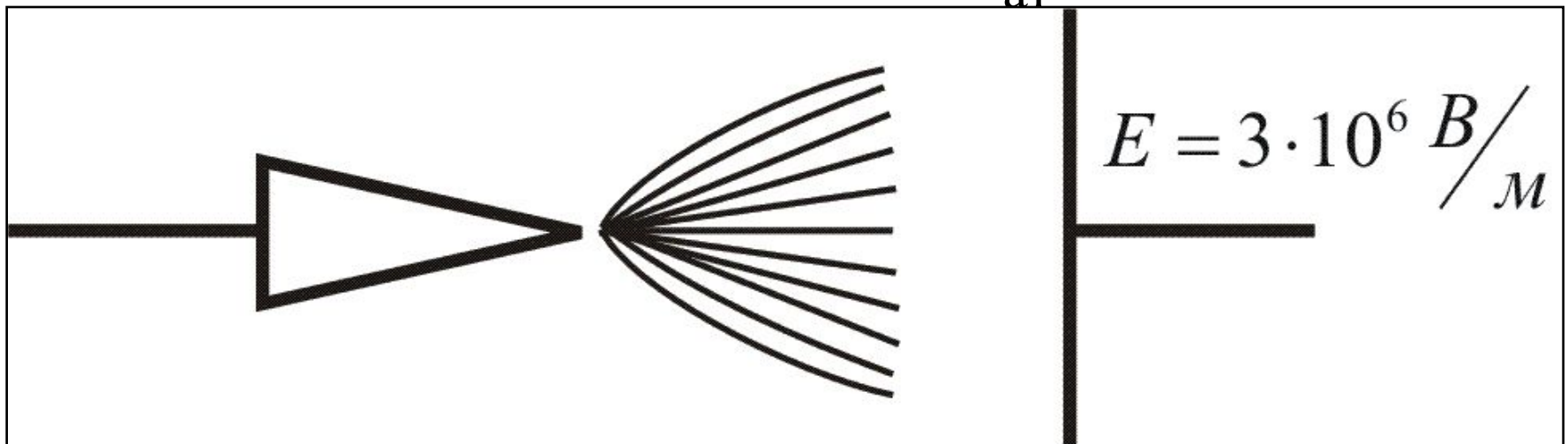
Непрерывна форма искрового разряда при близком расстоянии между электродами переходит в стационарную форму.

- $P_{ат}$
- $U=50-100 \text{ В}$
- $I = 100 \text{ А}$



Коронный разряд

- Коронный разряд возникает в сильном неоднородном электрическом поле при сравнительно высоких давлениях газа (порядка атмосферного).
- Такое поле можно получить между двумя электродами, поверхность одного из которых обладает большой кривизной (тонкая проволоочка, острие).



- Когда электрическое поле вблизи электрода с большой кривизной достигает примерно $3 \cdot 10^6$ В/м, вокруг него возникает свечение, имеющее вид оболочки или короны, откуда и произошло название заряда.



Электростатические аналогии

Перенос заряда – дифференциальный закон Ома:

$$j = -\sigma \operatorname{grad} \varphi$$

Диффузия – закон Фика:

$$J = -D \operatorname{grad} n$$

Теплопроводность – закон Фурье:

$$q = -\chi \operatorname{grad} T$$

Электростатические аналогии

Задача: Найти потенциал заряженного шара (заряд Q) радиуса R и заряда R :

Определение потенциала:

$$E = -\text{grad}\varphi$$

Теорема Гаусса:

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0}$$



$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon\epsilon_0}$$

Из определения потенциала:

$$\varphi = \int_R^{\infty} E dr = \frac{Q}{4\pi R\epsilon\epsilon_0}$$

Емкость:

$$C = 4\pi R\epsilon\epsilon_0$$

Электростатические аналогии

Задача: Шар радиуса R в проводящей среде (проводимость среды - σ), через него идет полный ток I . Найти потенциал шара.

Закон Ома:

$$j = \sigma E$$

Закон сохранения заряда :

$$4\pi r^2 j = I$$



$$E = \frac{I}{4\pi r^2 \sigma}$$

Из определения потенциала:

$$\varphi = \int_R^{\infty} E dr = \frac{I}{4\pi R \sigma}$$

Сопротивление : $R_{\emptyset} = \frac{1}{4\pi R \sigma}$

Электростатические аналогии

Задача: Шар радиуса R помещен в среду теплопроводности χ с температурой T_0 . Шар разогревается с мощностью W .
Найти установившуюся температуру шара.

Закон Фурье:

$$q = -\chi \operatorname{grad} T$$

Закон сохранения энергии:

$$4\pi r^2 q = W$$



$$q = \frac{W}{4\pi r^2}$$

Из закона Фурье:

$$T - T_0 = \frac{1}{\chi} \int_R^\infty q dr = \frac{W}{4\pi R \chi}$$

Тепловое сопротивление (термин условный): $R_{Heat} = \frac{1}{4\pi R \chi}$

Электростатические аналогии

Задача: Пусть в чистой воде медленно растворяется сахарный шар радиуса R . Концентрация сахара на поверхности шара c_R . Найти полный молярный поток растворения шара

Закон Фика:

$$j = -D \operatorname{grad}(c)$$

Закон сохранения вещества:

$$4\pi r^2 j = J$$



$$j = \frac{J}{4\pi r^2}$$

Из закона Фика:

$$c_R = \frac{1}{D} \int_R^\infty j dr = \frac{J}{4\pi R D}$$

Полный поток растворения : $J = 4\pi R D c_R$

Электростатические аналогии.

Выводы:

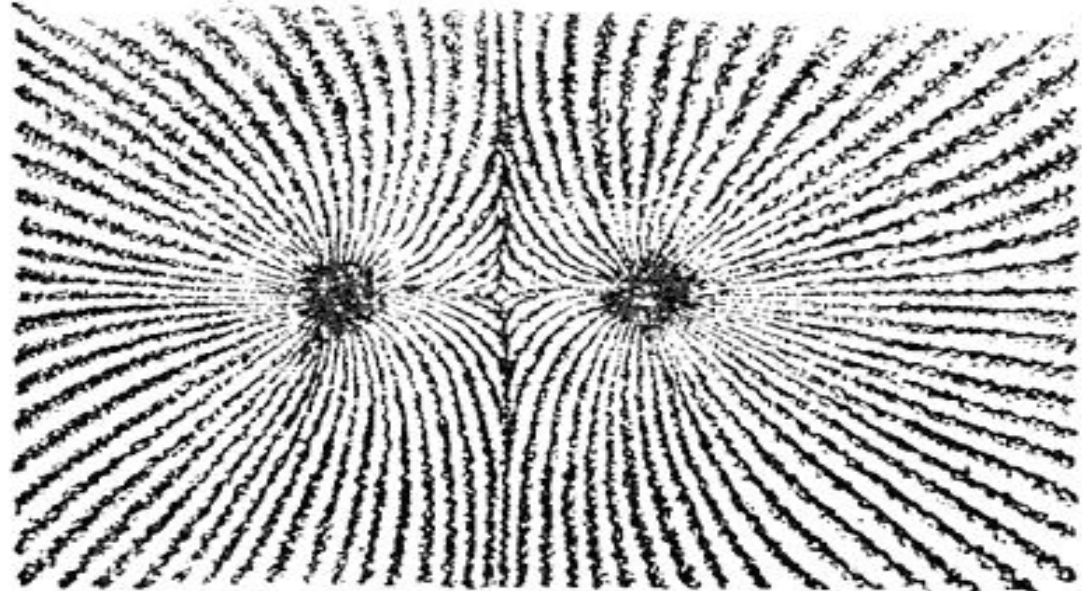
- Сходные уравнения в сходной геометрии - сходные решения.
- Закон сохранения вещества для потоков, закон сохранения зарядов для токов и теорема Гаусса это аналогичные законы.

Магнитное поле

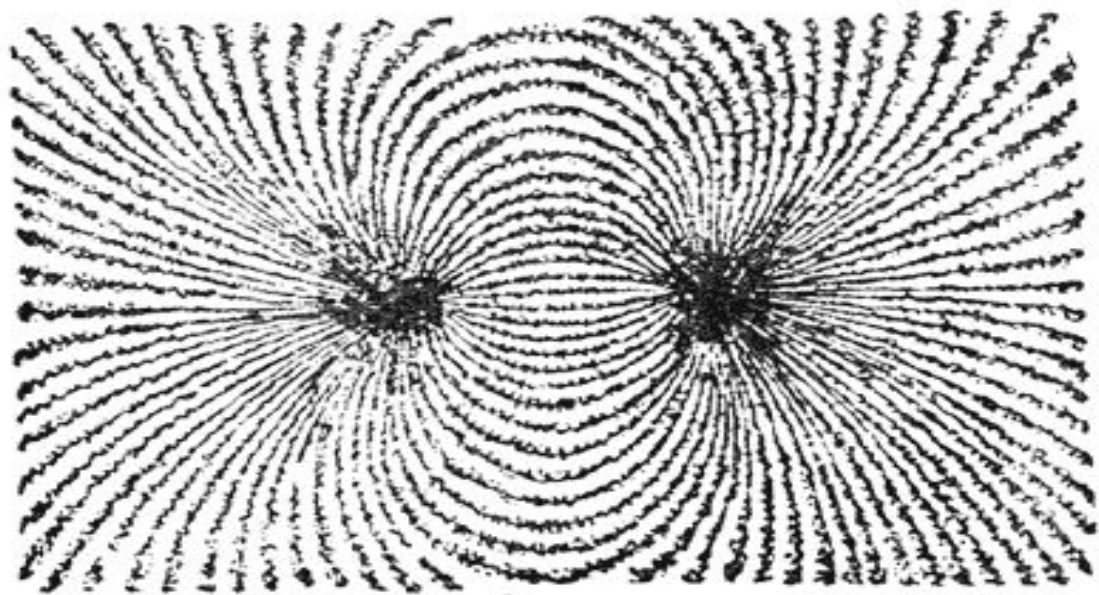
Изобретение Компаса



Han Dynasty (206 BC–220 AD)



Магнитное поле одноименных полюсов.

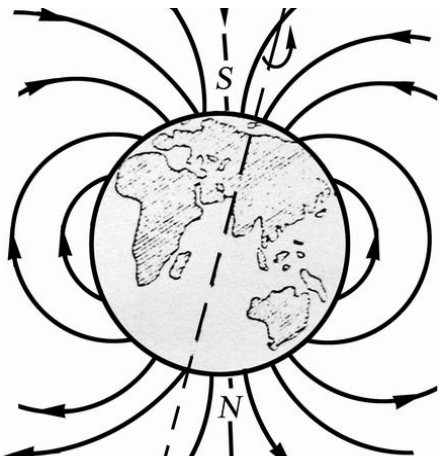
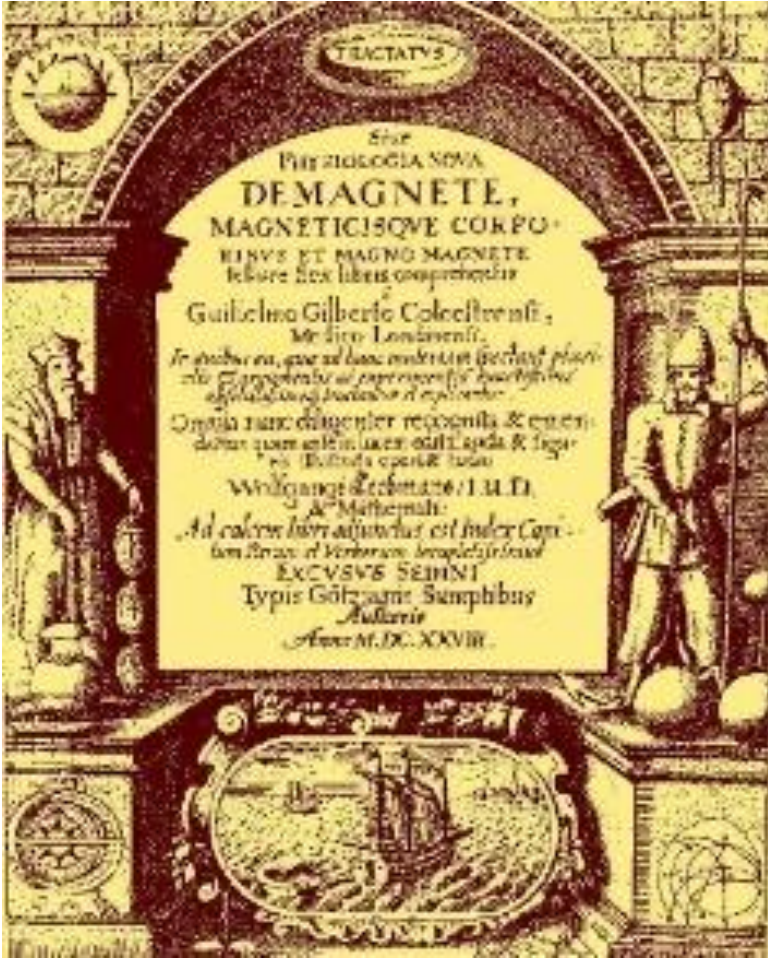


Магнитное поле разноименных полюсов.

«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»



William Gilbert 1544 -1603

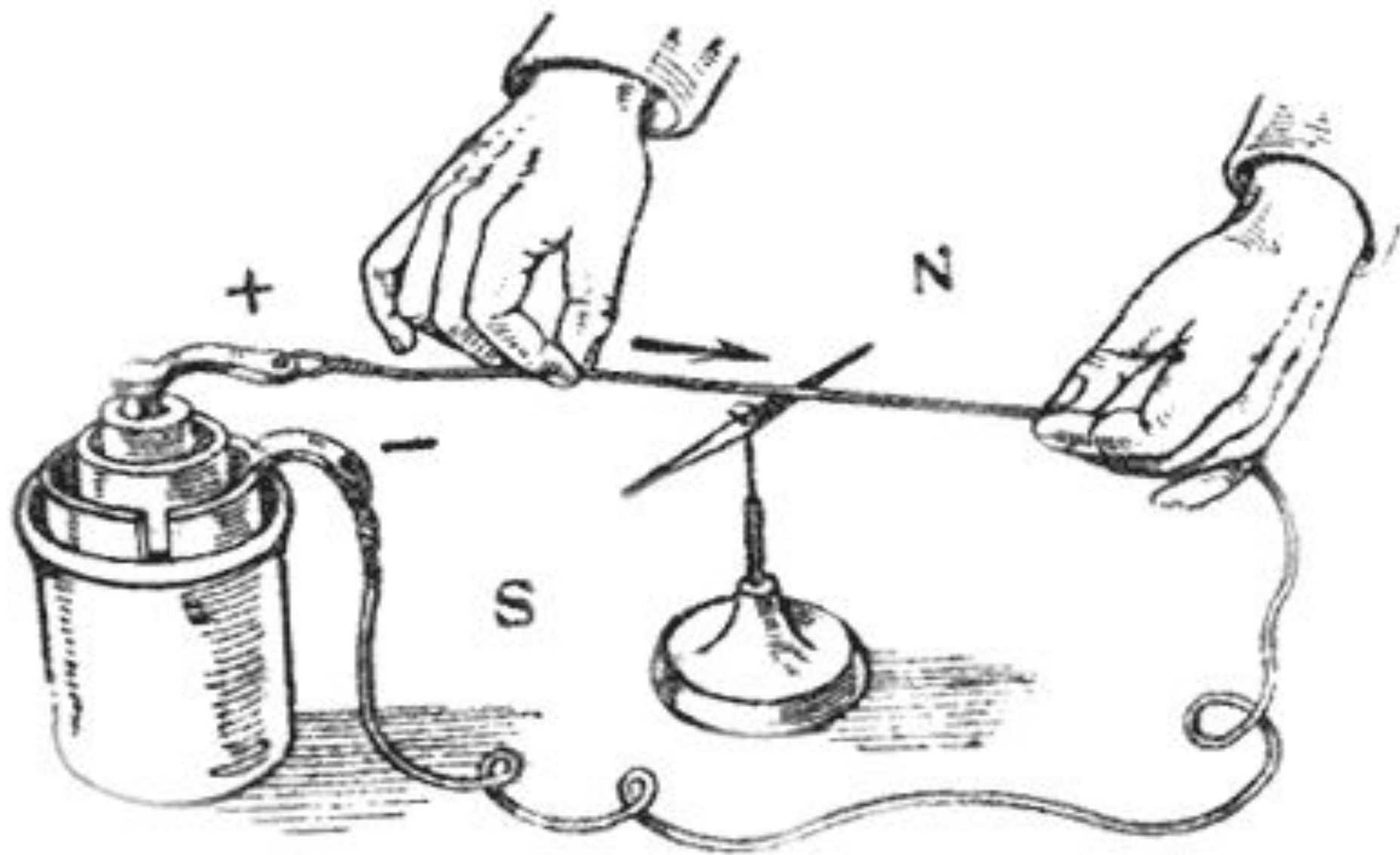




Hans Christian Ørsted, 1777-1851



André-Marie Ampère; 1775-1836



Опыт Эрстеда.

Полная сила, действующая на заряд

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}]$$

Полная электромагнитная сила действующая на заряд – сила Лоренца



\vec{B} - Индукция магнитного поля [Тл]

Hendrik Antoon Lorentz;
1853-1928

Некоторые значения магнитной индукции

- Магнитное поле Земли в Европе – $2 \cdot 10^{-5}$ Тл
- Магнитное поле Земли максимальное – $7 \cdot 10^{-5}$ Тл
- Магнитное поле стрелок компаса – 0,01 Тл
- Магнитное поле подковообразного магнита – до 0,2 Тл
- Магнитное поле солнечных пятен – 0,4 Тл
- Магнитное поле ферромагнитного сердечника – до 1 Тл
- Магнитное поле в ускорителе – до 10 Тл
- Магнитное поле нейтронных звезд - 10^6 Тл
- Магнитное поле звезд типа «Магнетар» - 10^{11} Тл

Свойства магнитного поля, действующего на заряды

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$$

- Сила пропорциональна скорости
- Сила имеет релятивистскую природу
- Не совершает работы
- Направление определяется правилом буравчика

Сила Ампера

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$$

- сила, действующая на один заряд

$$\Delta\vec{F} = (n\Delta V)q[\vec{v}\vec{B}]$$

- сила, действующая на объем проводника

$$\vec{j} = nq\vec{v}$$

-плотность тока

$$\Delta\vec{F} = [\vec{j}\vec{B}]\Delta V$$

- сила, действующая на объем проводника

$$\Delta V = \Delta LS$$

- объем проводника

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}]$$

- Сила Ампера, действующая линейный проводник с током

Вопросы

- 1) Какая «противосила» у силы Лоренца?
- 2) Совершает ли работу сила Ампера?
 - За счет каких сил?
 - За счет какой энергии?

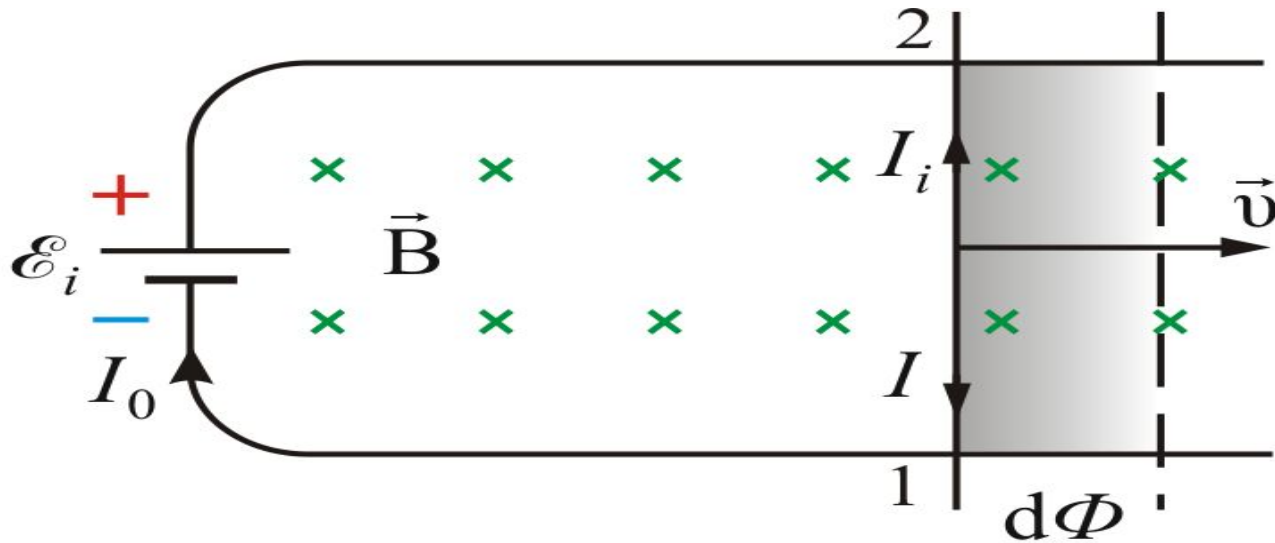
Свойства силы Ампера

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$

- Сила пропорциональна электрическому току
- Не зависит от природы и знаков зарядов, движение которых образует ток
- Может совершать работу
- Направление определяется правилом буравчика
- Является следствием силы Лоренца

Величина ЭДС индукции

- Рассмотрим перемещение подвижного участка 1 – 2 контура с током в магнитном поле



Величина ЭДС индукции

- Пусть сначала магнитное поле отсутствует.
- Батарея с ЭДС равной E_0 создает ток I_0 .
- За время dt , батарея совершает работу:

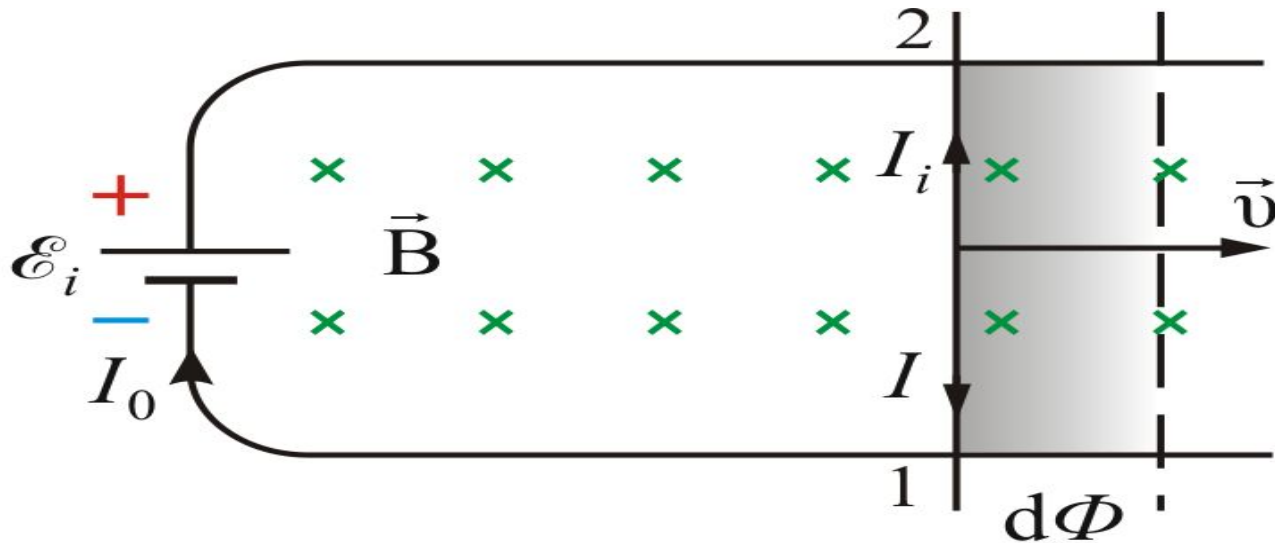
$$dA = E_0 I_0 dt$$

- – эта работа будет переходить в тепло которое можно найти по закону Джоуля:

$$Q = dA = E_0 I_0 dt = I_0^2 R dt,$$

Величина ЭДС индукции

- Поместим контур в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} .
- Линии параллельны \vec{h} и связаны \vec{B} направлением тока «правилом буравчика».



Величина ЭДС индукции

- Каждый элемент контура испытывает механическую силу $d\vec{F}$
- Подвижная сторона рамки будет испытывать силу \vec{F}_0 .
- Под действием этой силы участок 1 – 2 будет перемещаться со скоростью $v = dx/dt$.
- При этом изменится и поток магнитной индукции.
- Тогда в результате электромагнитной индукции, ток в контуре изменится и станет равным

$$I = I_0 - I_i.$$

Величина ЭДС индукции

- Изменится и сила \vec{F}_0 , которая теперь станет равна \vec{F} — результирующая сила. Эта сила за время dt произведет работу dA :
- Как и в случае, когда все элементы рамки неподвижны, источником работы является ЭДС батареи!

$$d\Phi = F dx = ILB dx = Id \quad .$$

Величина ЭДС индукции

- При неподвижном контуре эта работа сводилась только лишь к выделению тепла.
- При изменении магнитного потока тепло тоже будет выделяться, но уже в другом количестве, так как ток изменился.
- Кроме того, совершается механическая работа.
- Общая работа за время dt , равна:

$$\mathcal{E}_0 Idt = I^2 Rdt + Id \quad .$$

Величина ЭДС индукции

- Отсюда:
$$I = \frac{E_0 - \frac{d\Phi}{dt}}{R}$$

- Полученное выражение это фактически закон Ома для контура, в котором кроме источника действует ЭДС индукции, которая равна:

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

- ЭДС индукции контура равна скорости изменения потока магнитной индукции, пронизывающей этот контур.

Выводы

- Сила Ампера совершает работу за счет ЭДС источника тока.
- При этом в проводнике появляется ЭДС индукции, которая уменьшает ток.
- Можно говорить, что ЭДС индукции является следствием закона сохранения энергии

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля

- Работу вихревого электрического поля по перемещению заряда вдоль замкнутого контура L можно подсчитать по формуле

$$dA = q \oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l}.$$

- Работа по перемещению единичного заряда вдоль замкнутой цепи равна ЭДС, действующей в этой цепи:

$$dA = E_i$$

- Следовательно:

$$\oint_L \vec{E}' \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Оператор rot

$$\text{rot } \mathbf{B} = [\nabla \mathbf{B}]$$

- определение через оператор Набла

$$\text{rot } \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \dot{\mathbf{j}}$$

$$\text{rot rot } \mathbf{B} = \text{grad}(\text{div } \mathbf{B}) - \Delta \mathbf{B}$$

Очень полезная формула

Оператор rot

$$(\text{rot} F)_n = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r}}{S}$$

\mathbf{n} – единичный вектор нормальный контуру L
 S – площадь контура

(NB!) Направление обхода контура выбирается так чтобы, если смотреть в направлении \mathbf{n} , контур L обходился по часовой стрелке

Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов:

$$\oint_S \vec{B} ds = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\oint_l \vec{B} dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$