

# Функция и её свойства

**9 класс**

Урок повторения и обобщения  
изученного материала

Церетели Н.К.

# Содержание

- Цели урока
- Определение
- Виды функций
- Свойства функций
- Задание 1
- Задание 2
- Тест

# Цели урока

- Закрепление свойств функции
- Развитие умений исследования графиков функции
- Выполнение упражнений и построение графиков функций



# Определение

**Функция** – зависимость одной переменной от другой, причем для любых значений  $x$  соответствует единственное значение функции  $y$ .

**График функции** – множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты соответствующим значениям функции.



# Виды функций

- Линейная
- Прямая пропорциональность
- Обратная пропорциональность
- Квадратичная
- Квадратный корень
- Модуль
- Другие функции



# Свойства функций

1. Область определения функции
2. Множество значений функции
3. Монотонность
4. Четность
5. Ограниченность
6. Наибольшее, наименьшее значение
7. Точки экстремума
8. Выпуклость
9. Пересечение с осями координат
10. Промежутки знакопостоянства



# Задание 1

- Изобразите схематически графики функций

$$y = 2x + 1$$

$$y = x^2$$

$$y = 3x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \frac{4}{x}$$

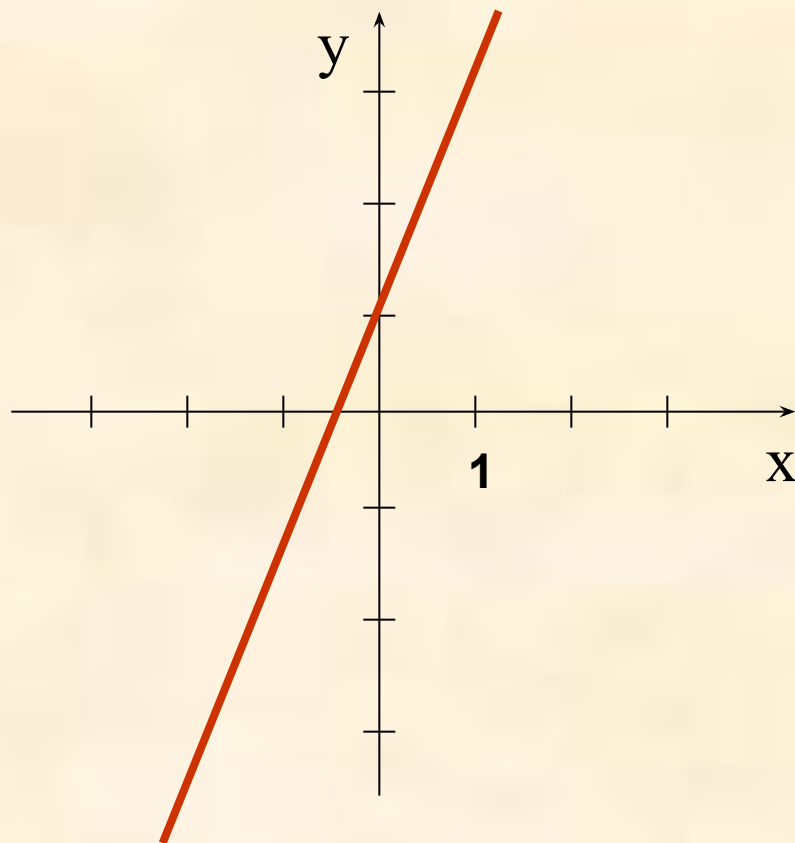
$$y = |x|$$



# Пример

$$y = 2x + 1$$

x	0	1
y	1	3

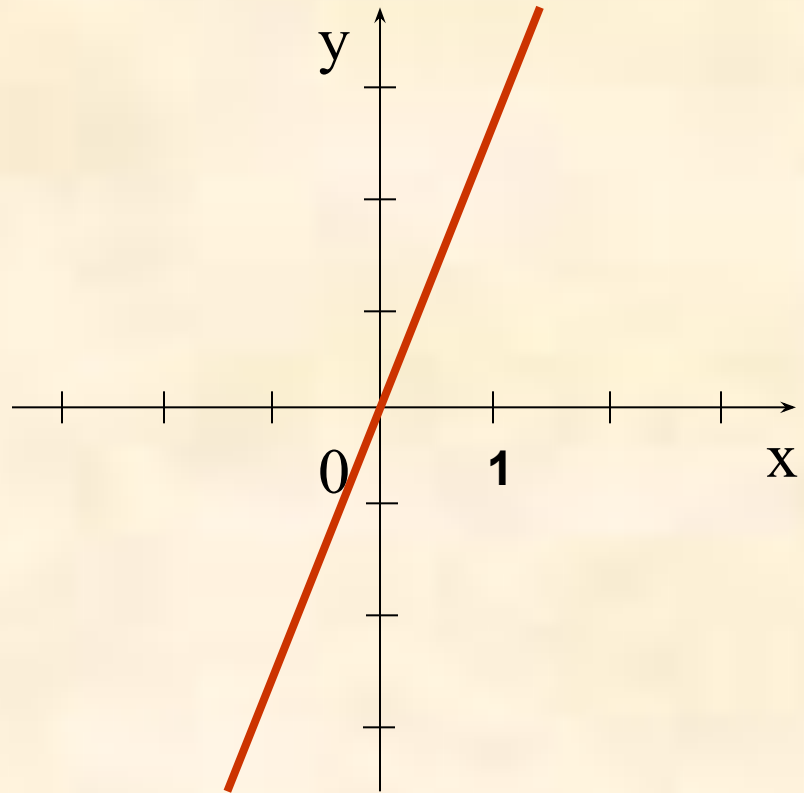




# Пример

$$y = 3x$$

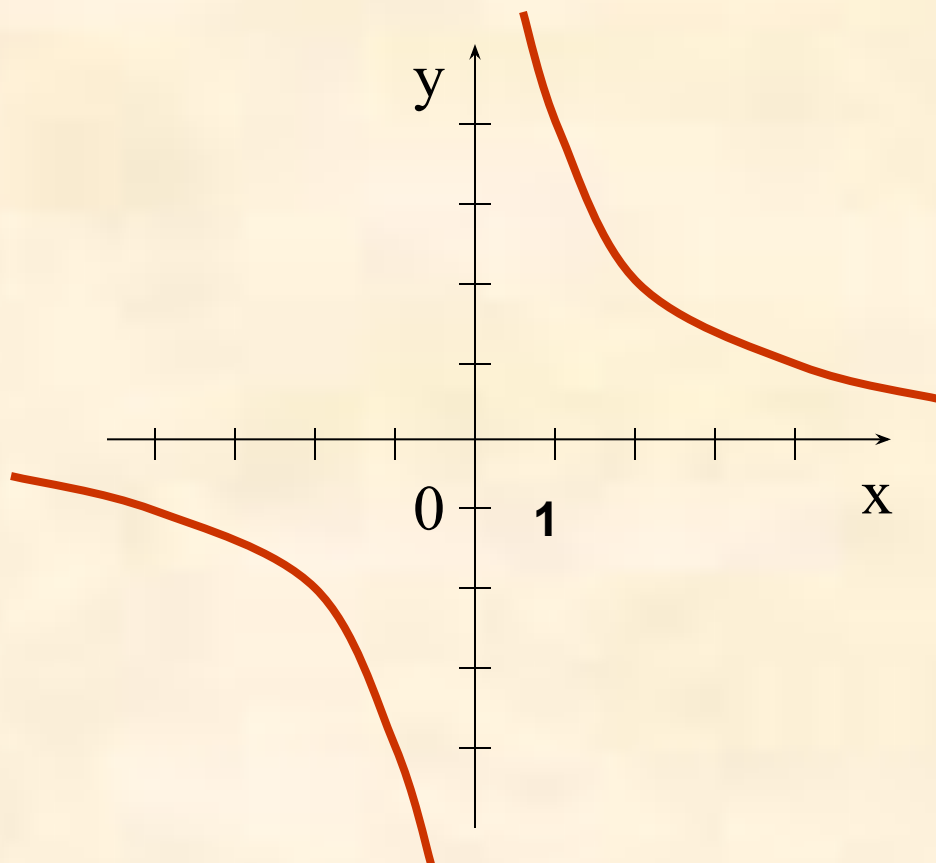
x	0	1
y	0	3



# Пример

$$y = \frac{4}{x}$$

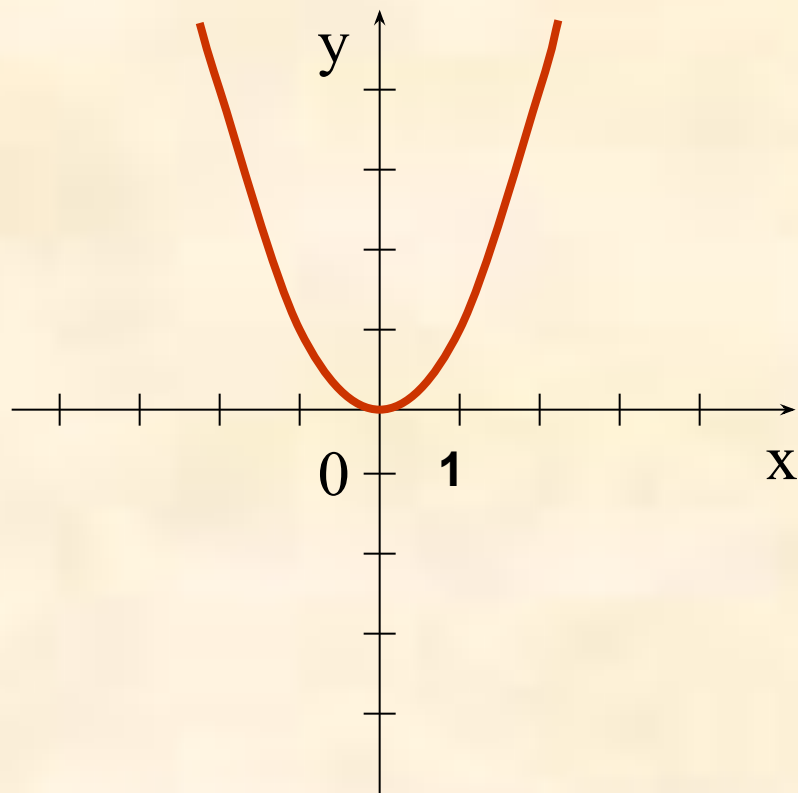
x	4	2	1	-4	-2	-1
y	1	2	4	-1	-2	-4



# Пример

$$y = x^2$$

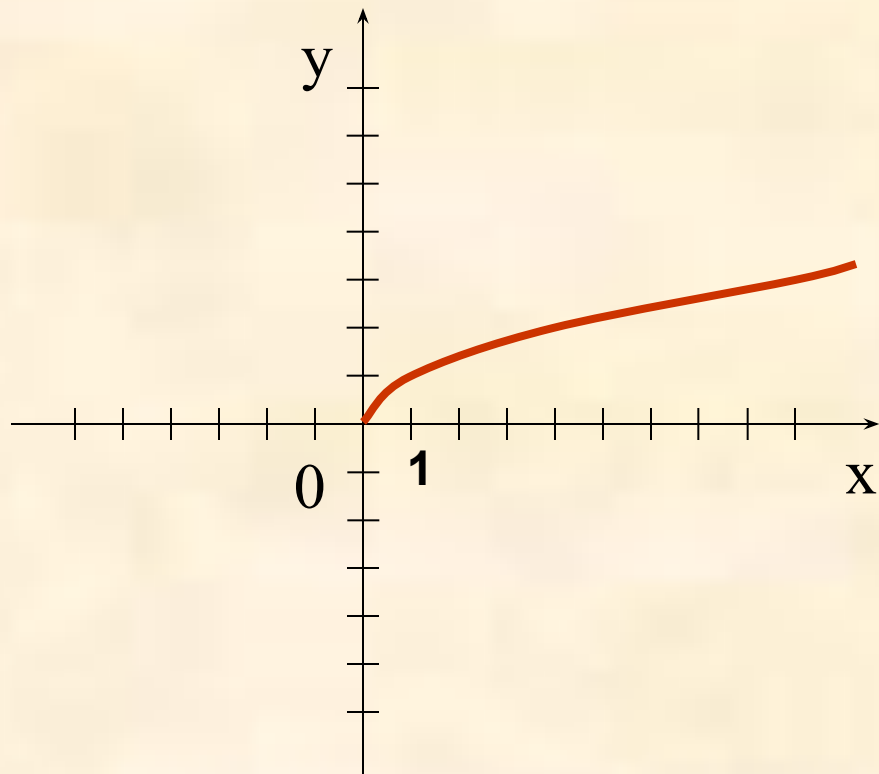
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



# Пример

$$y = \sqrt{x}$$

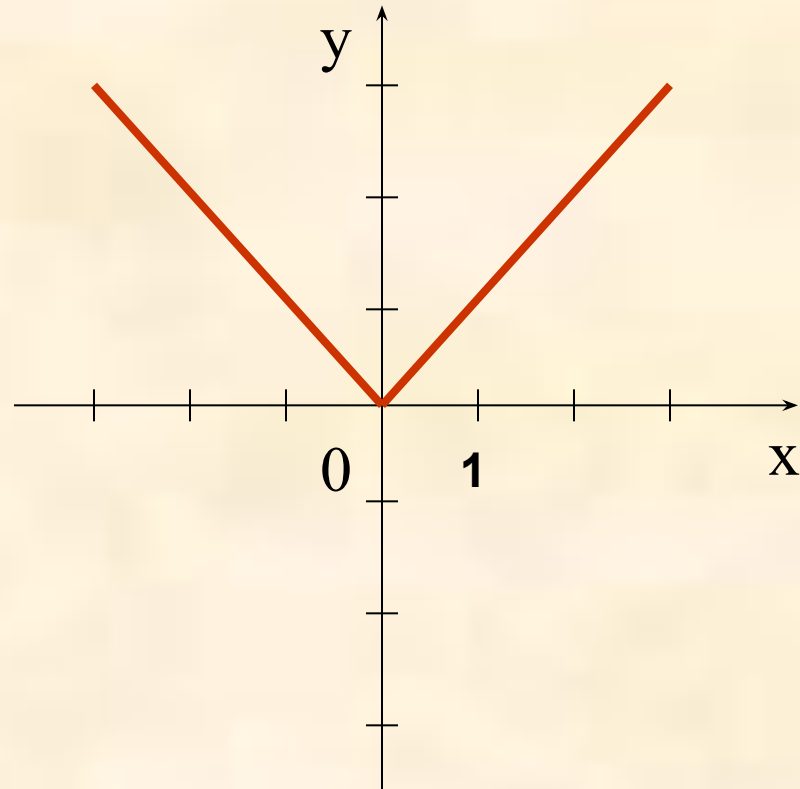
x	0	4	9
y	0	2	3



# Пример

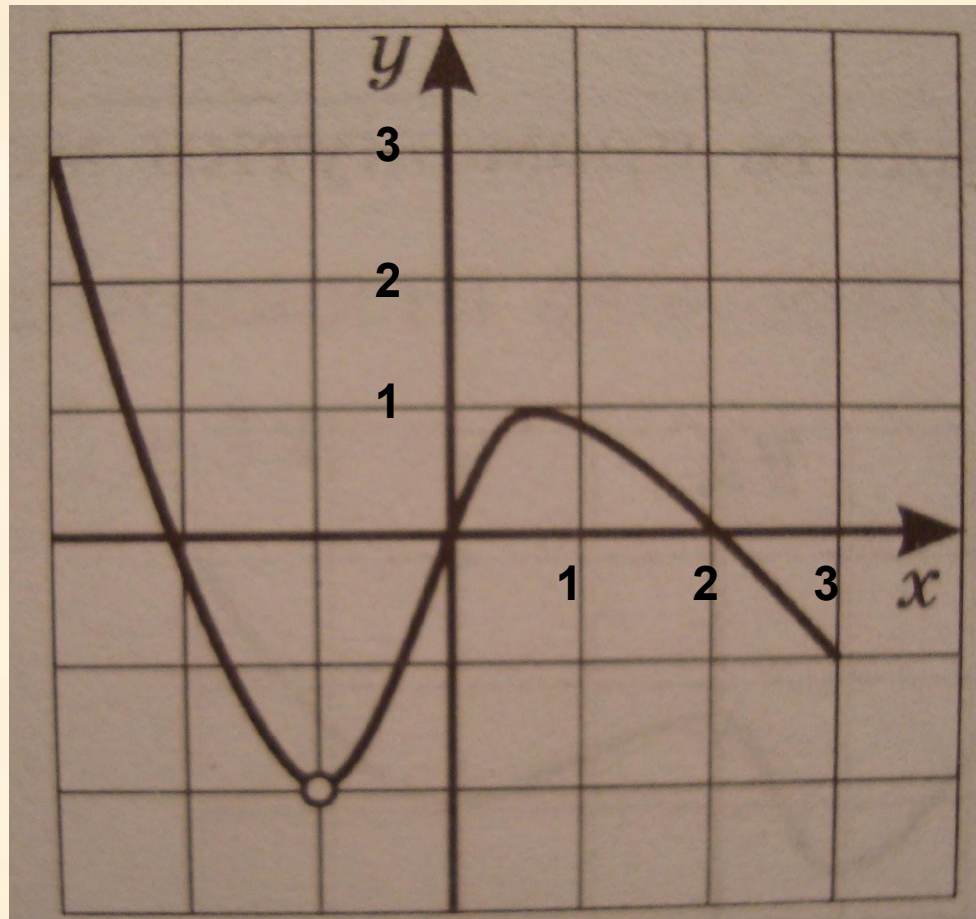
$$y=|x|$$

x	0	3	-3
y	0	3	-3



## Задание 2

- Исследовать график функции



# Тест

1. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{4 - 2x}$$

а)  $x \leq 2$

в)  $x \geq \frac{1}{2}$

б)  $x \geq 2$

г)  $x \leq 2$



2. Исследуйте на ограниченность функцию

$$y = 2x^2 - 3x - 1$$

а) ограничена сверху

б) ограничена снизу

в) ограничена снизу и сверху

г) не ограничена ни снизу, ни сверху





3. Среди заданных функций укажите возрастающие

1)  $y = 2x^2$

3)  $y = 3 - x$

2)  $y = 5x - 1$

4)  $y = \sqrt{x}$

а) 2, 4

б) 1, 2, 4

в) 3

г) 1, 2



4. Среди заданных функций укажите убывающие

1)  $y = -x^2$

3)  $y = 4 - x$

2)  $y = 2x - 3$

4)  $y = \sqrt{x}$

а) 1, 3

б) 3

в) 3, 4

г) 1



5. Среди заданных функций укажите четные

1)  $y = 2x^2$

3)  $y = 5x$

2)  $y = \sqrt{x}$

4)  $y = |x|$

а) 1, 3

в) 3, 4

б) 1, 2

г) 1, 4



## 6. Среди заданных функций укажите нечетные

1)  $y = 2x^2$

3)  $y = 5x$

2)  $y = \frac{3}{x}$

4)  $y = |x|$

а) 1, 3

в) 2, 3

б) 2, 4

г) 3, 4



## 7. Найдите множество значений функций

$$y = 4 - x^2$$

**а)**  $(-\infty; 4)$

**в)**  $[0; 4)$

**б)**  $(-\infty; 4]$

**г)**  $[4; +\infty)$



**Верно**

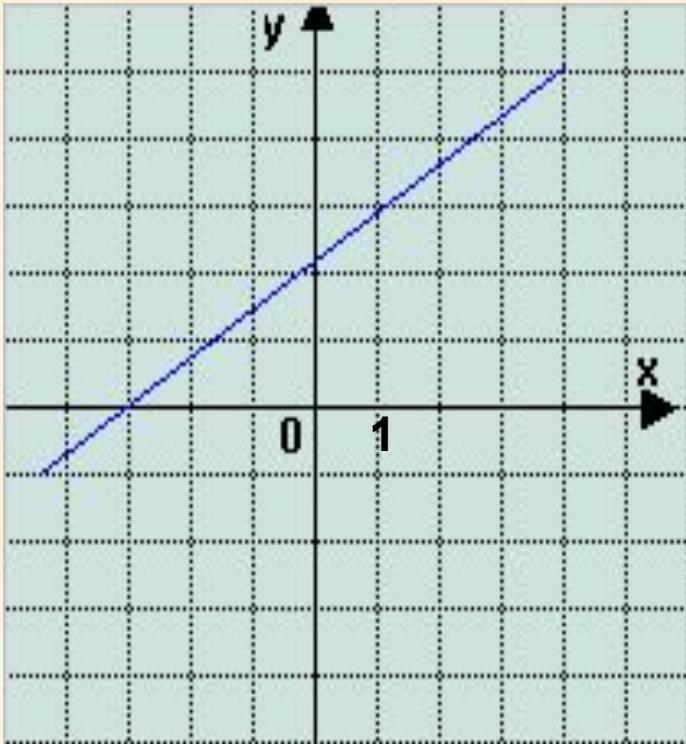


**Не верно**



# Линейная функция $y=kx+m$ ( $k>0$ )

График функции - прямая



Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция не является ни четной, ни нечетной
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7.  $E(f)=(-\infty;+\infty)$



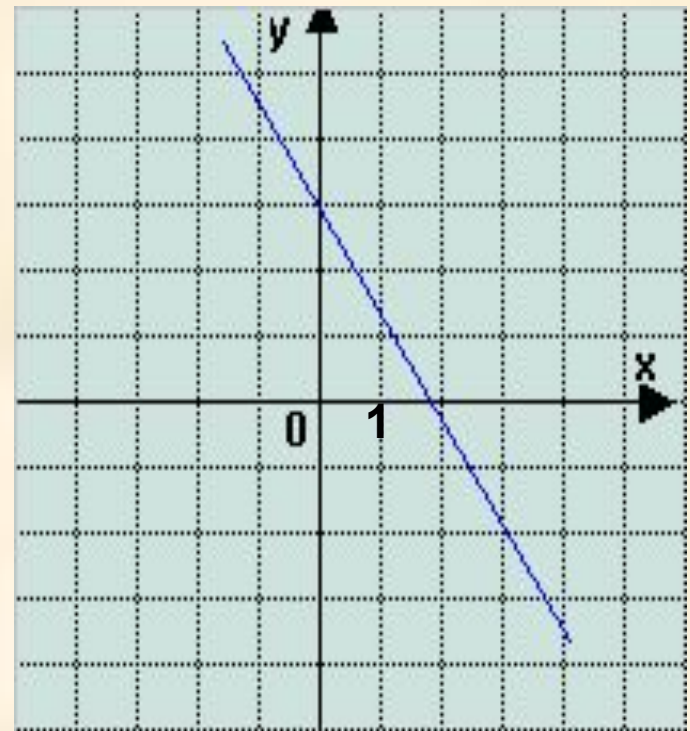


# Линейная функция $y=kx+m$ ( $k<0$ )

## Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция не является ни четной, ни нечетной
3. Убывает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7.  $E(f)=(-\infty;+\infty)$

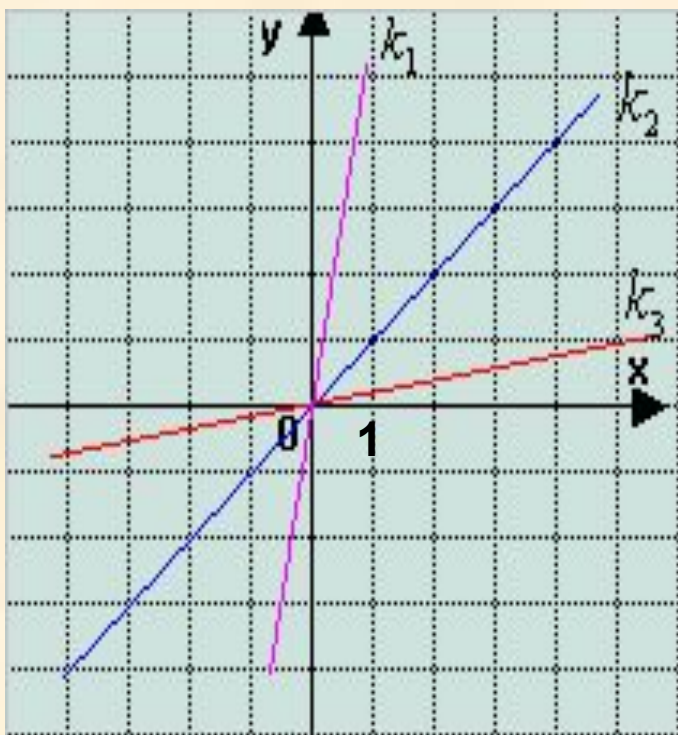
## График функции - прямая



# Прямая пропорциональность

## $y=kx$ ( $k>0$ )

График функции - прямая



Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция является нечетной
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7.  $E(f)=(-\infty;+\infty)$

$$k_1 > k_2 > k_3$$



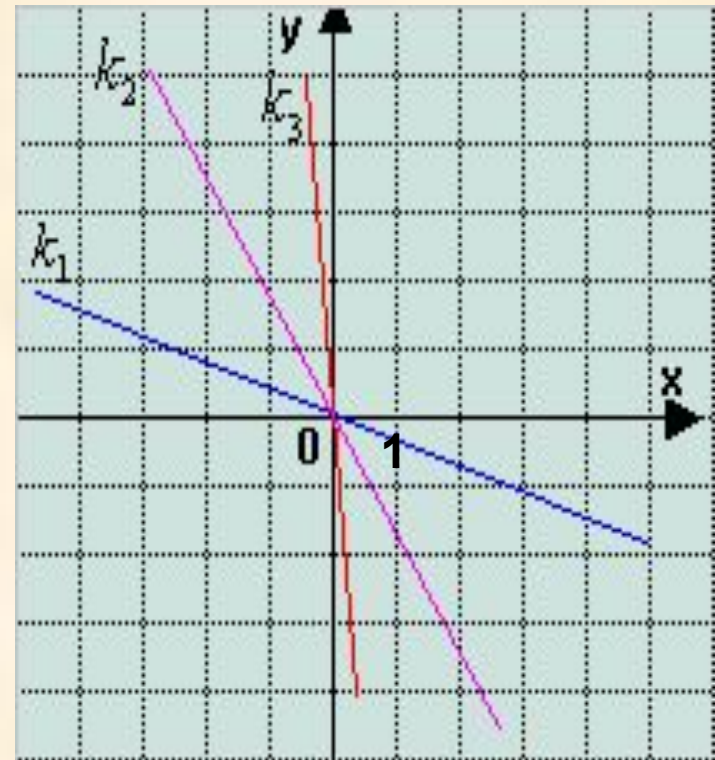
# Прямая пропорциональность

## $y=kx$ ( $k<0$ )

### Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Функция является нечетной
3. Убывает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Функция непрерывна
7.  $E(f)=(-\infty;+\infty)$

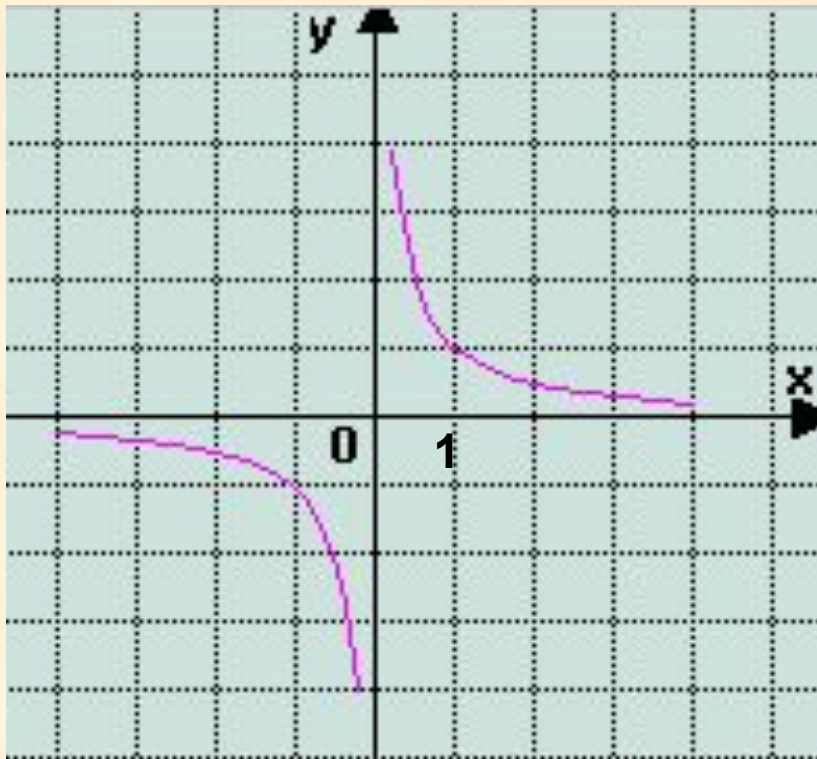
### График функции - прямая



# Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad (k > 0)$$

График функции - гипербола



Свойства функции

- $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Нечётная
- Убывает на открытом луче  $(-\infty; 0)$ , и на открытом луче  $(0; +\infty)$
- Не ограничена ни снизу, ни сверху
- $y_{\text{наим}}$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
- Непрерывна на открытом луче  $(-\infty; 0)$ , и на открытом луче  $(0; +\infty)$
- $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Выпукла вниз при  $x > 0$ , выпукла вверх при  $x < 0$



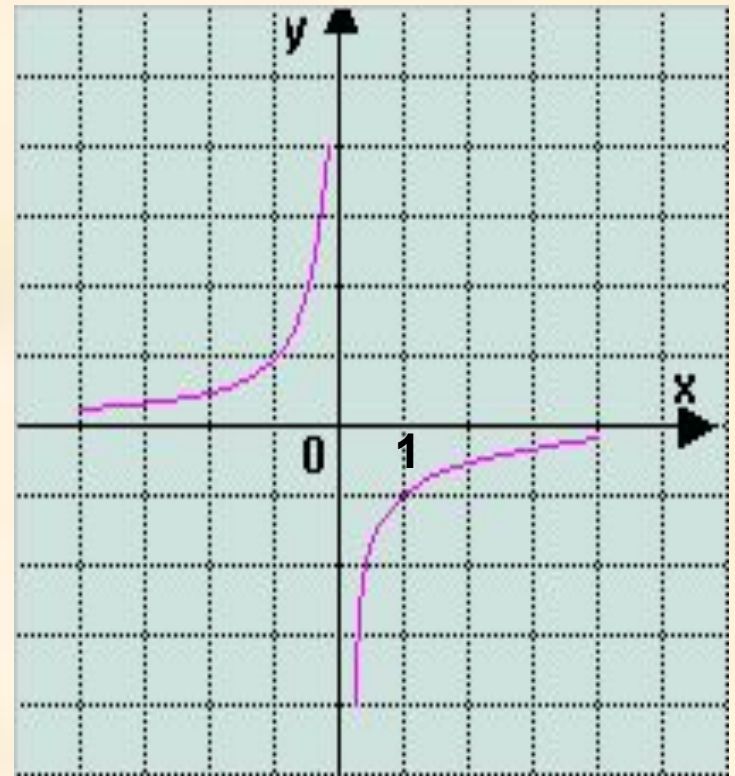
# Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad (k < 0)$$

## Свойства функции

- $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Нечётная
- Возрастает на открытом луче  $(-\infty; 0)$ , и на открытом луче  $(0; +\infty)$
- Не ограничена ни снизу, ни сверху
- $U_{\text{наим}}$ ,  $U_{\text{наиб}}$  не существует
- Непрерывна на открытом луче  $(-\infty; 0)$ , и на открытом луче  $(0; +\infty)$
- $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- Выпукла вверх при  $x > 0$ , выпукла вниз при  $x < 0$

## График функции - гипербола



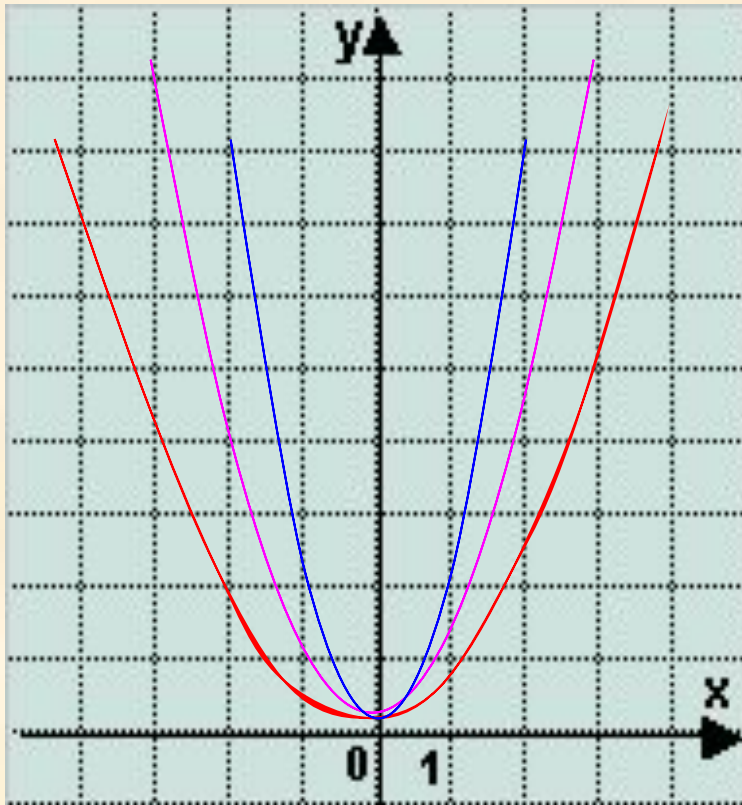


# Квадратичная функция

$$y=kx^2 \quad (k>0)$$

График функции - парабола

Свойства функции



—  $y = 2x^2$     —  $y = x^2$     —  $y = \frac{1}{2}x^2$

- $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- Чётная
- Убывает на луче  $(-\infty; 0]$ , возрастает на луче  $[0; +\infty)$
- Ограничена снизу, не ограничена сверху
- $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
- Непрерывна
- $E(f) = [0; +\infty)$
- Выпукла вниз



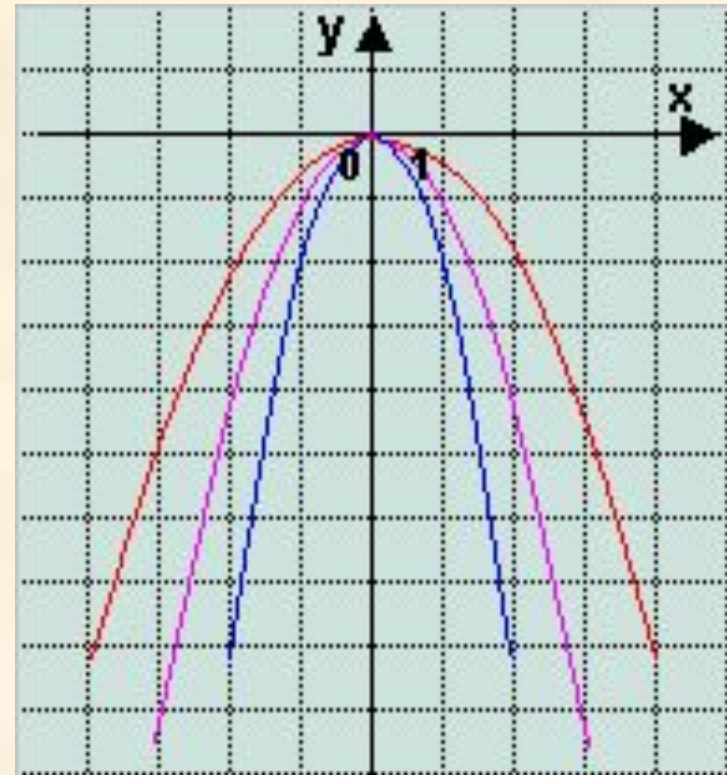
# Квадратичная функция

$$y=kx^2 \quad (k < 0)$$

Свойства функции

График функции - парабола

- $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- Чётная
- Убывает на луче  $[0; +\infty)$ ,  
возрастает на луче  $(-\infty; 0]$
- Ограничена сверху, не  
ограничена снизу
- $y_{\text{наиб}} = 0$ ,  $y_{\text{наим}}$  не  
существует
- Непрерывна
- $E(f) = (-\infty; 0]$
- Выпукла вверх

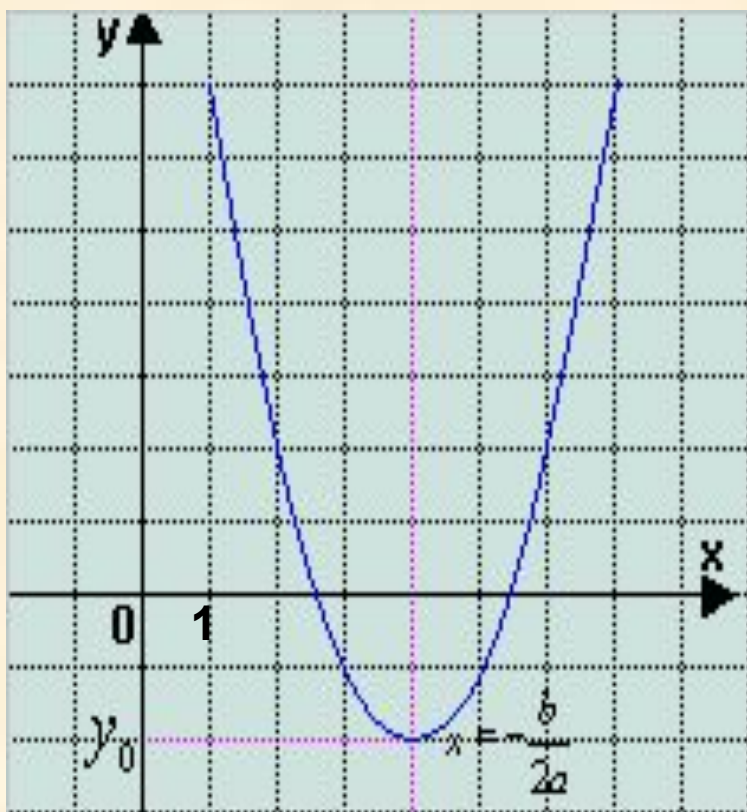


—  $y = -2x^2$     —  $y = -x^2$     —  $y = -\frac{1}{2}x^2$



# Квадратичная функция $y=ax^2+bx+c$ ( $a>0$ )

График функции - парабола



Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Убывает на луче  $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ ,  
возрастает на луче  $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$
3. Ограничена снизу, не  
ограничена сверху
4.  $y_{\text{наим}} = y_0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  – не существует
5. Непрерывна
6.  $E(f)=[y_0; +\infty)$
7. Выпукла вниз





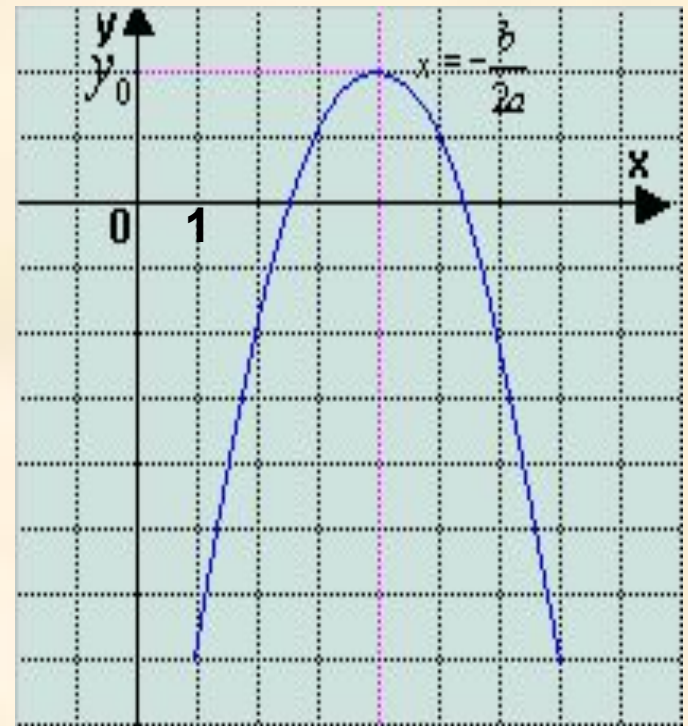
# Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a < 0)$$

Свойства функции

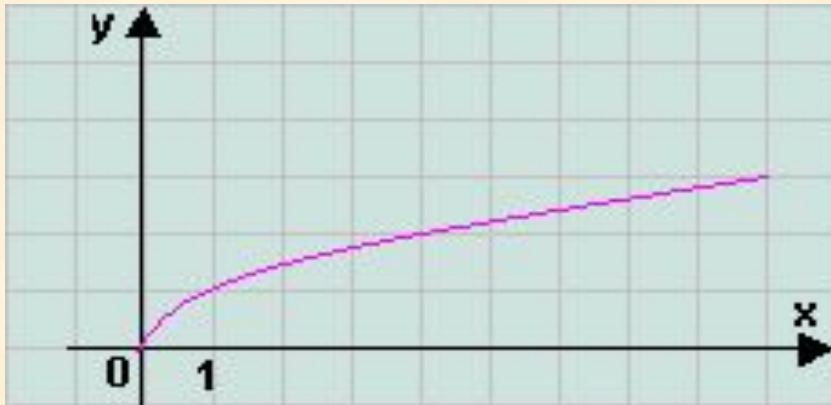
1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Возрастает на луче  $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ ,  
убывает на луче  $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$
3. Ограничена сверху, не  
ограничена снизу
4.  $y_{\text{наиб}} = y_0$ ,  $y_{\text{наим}}$  – не существует
5. Непрерывна
6.  $E(f) = (-\infty; y_0]$
7. Выпукла вверх

График функции - парабола



# Квадратный корень $y = \sqrt{x}$

График функции – ветвь параболы в первой четверти

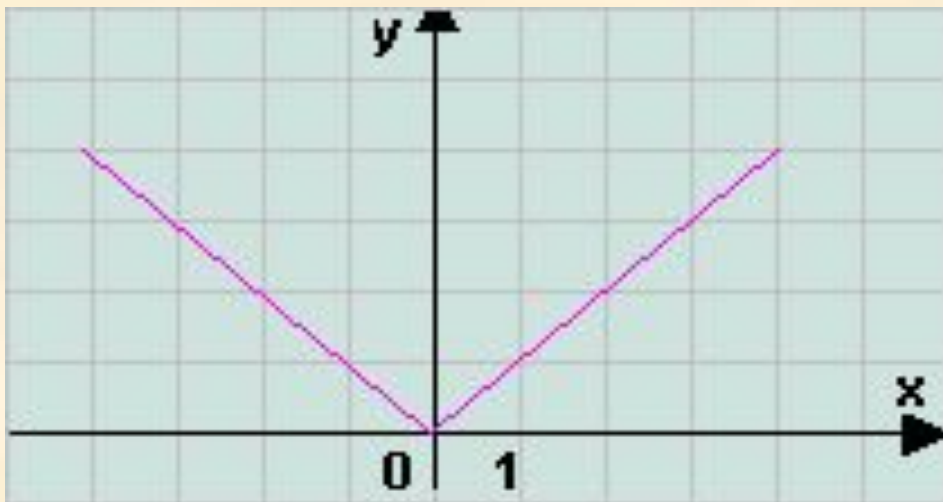


## Свойства функции

1.  $D(f)=[0;+\infty)$
2. Не является ни четной, ни нечетной
3. Возрастает на луче  $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5.  $y_{\text{наим}}=0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
6. Непрерывна
7.  $E(f)=[0;+\infty)$
8. Выпукла вверх



# Модуль $y=|x|$



## Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Чётная
3. Убывает на луче  $(-\infty;0]$ , возрастает на луче  $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5.  $y_{\text{наим}}=0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
6. Непрерывна
7.  $E(f)=[0;+\infty)$
8. Функцию можно считать выпуклой вниз

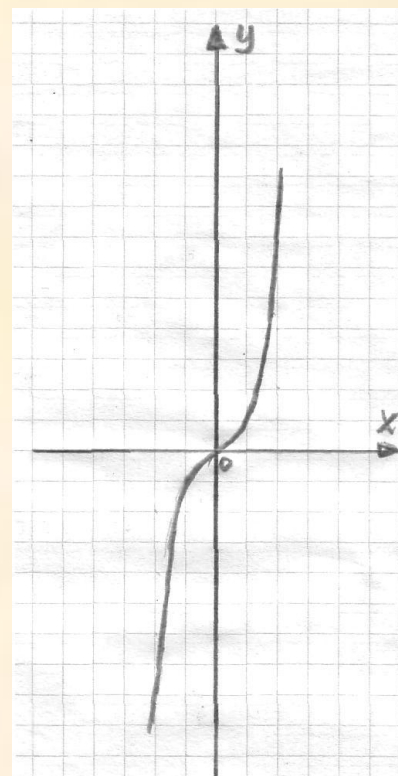


# Функция $y=x^{2n+1}$ ( $n \in \mathbb{N}$ )

## Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Нечётная
3. Возрастает
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5.  $y_{\text{наим}}$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
6. Непрерывна
7.  $E(f)=(-\infty;+\infty)$
8. Выпукла вверх при  $x<0$   
Выпукла вниз при  $x>0$

## График функции - кубическая парабола

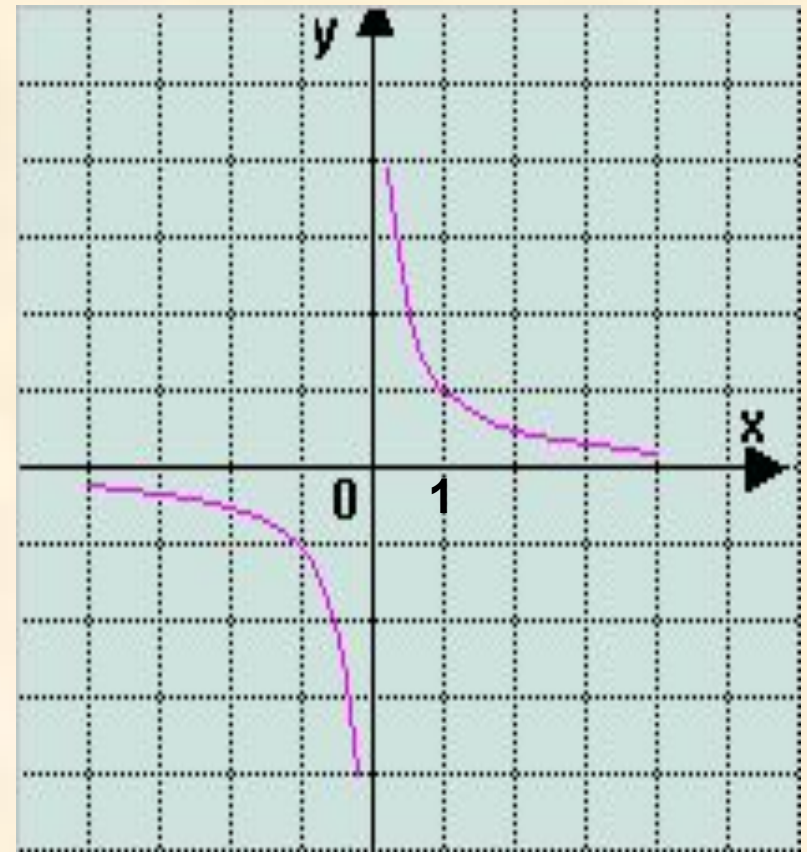


# Функция $y=x^{-(2n+1)}$

## Свойства функции

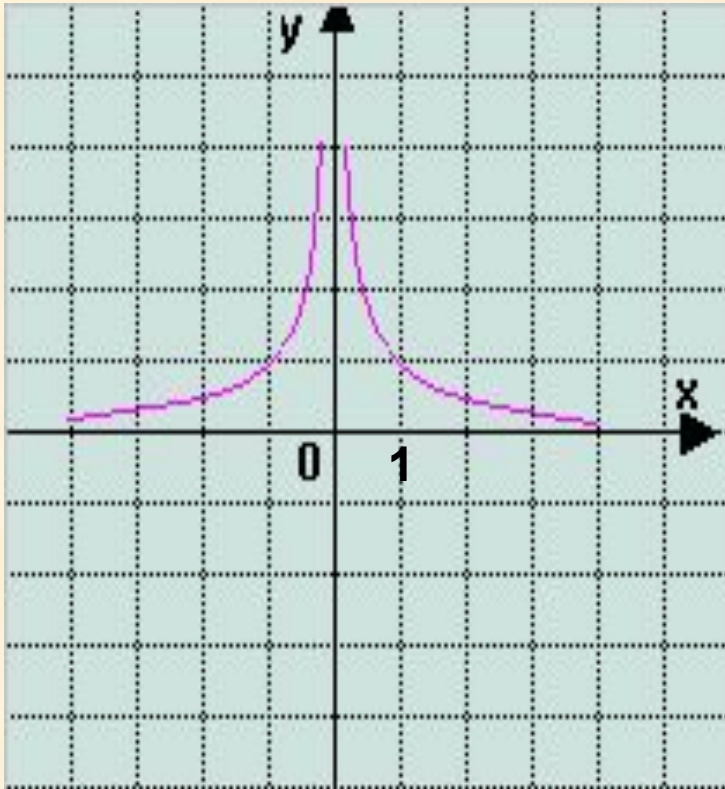
1.  $D(f)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
2. Нечётная
3. Убывает на открытом луче  $(-\infty;0)$ , и на открытом луче  $(0;+\infty)$
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху
5.  $y_{\text{наим}}$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
6. Непрерывна на открытом луче  $(-\infty;0)$ , и на открытом луче  $(0;+\infty)$
7.  $E(f)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
8. Выпукла вниз при  $x>0$ , выпукла вверх при  $x<0$

## График функции - гипербола



# Функция $y=x^{-2n}$

## График функции - гипербола



## Свойства функции

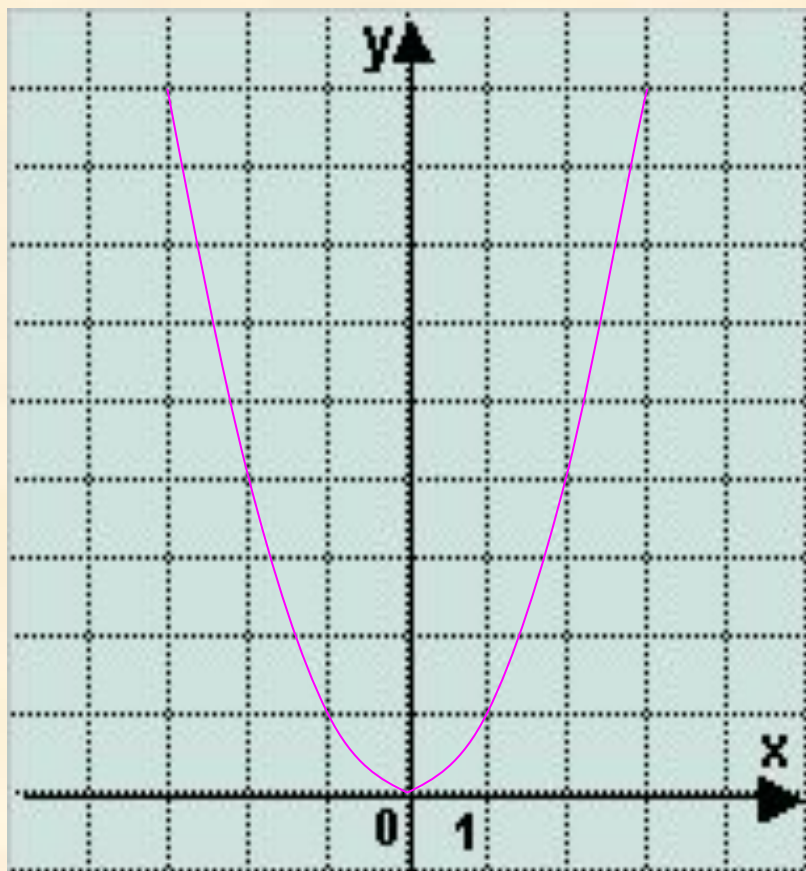
1.  $D(f)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$
2. Чётная
3. Возрастает на открытом луче  $(-\infty;0)$ , и убывает на открытом луче  $(0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5. унаим, унаиб не существует
6. Непрерывна на открытом луче  $(-\infty;0)$ , и на открытом луче  $(0;+\infty)$
7.  $E(f)=(0;+\infty)$
8. Выпукла вниз при  $x<0$  и при  $x>0$





# Функция $y=x^{2n}$ ( $n \in \mathbb{N}$ )

График функции - парабола



Свойства функции

1.  $D(f)=(-\infty;+\infty)$
2. Чётная
3. Убывает на луче  $(-\infty;0]$ , возрастает на луче  $[0;+\infty)$
4. Ограничена снизу, не ограничена сверху
5.  $y_{\text{наим}}=0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует
6. Непрерывна
7.  $E(f)=[0;+\infty)$
8. Выпукла вниз

