Презентация к уроку

Решение некоторых логарифмических неравенств группы C_3

Составлена учащимися 11 «а» класса МБОУ СОШ № 37 г. Улан-Удэ

Решение логарифмических неравенств, содержащих модуль под знаком логарифма.

$$\log_{x+3}\left(9-x^2\right)-\frac{1}{16}\log^2{}_{x+3}\left(x-3\right)^2 \geq 2;$$

Решение:
Преобразуем неравенство к виду:

$$\log_{x+3}(x+3)(3-x)-\frac{1}{4}\log^2_{x+3}|x-3|\geq 2$$

ОДЗ:

$$\begin{cases}(x+3)(3-x)>0\\ x>-3\\ x\neq 2\\ x\neq 3\end{cases}\Rightarrow x\in(-3;-2)\cup(-2;3);$$

На всей области допустимых значений |x-3|=-x+3, т.к. x-3 всегда отрицательное.

Следовательно, имеем:

$$\log_{x+3}(3-x)-\frac{1}{4}\log^2_{x+3}(3-x)\geq 1$$

$$\textit{пусть}\ \log_{x+3}(3-x)=b,\textit{тогда}$$

$$b^2-4b+4\leq 0$$

$$(b-2)^2\leq 0\Rightarrow$$

$$b=2$$

Решим уравнение замены:

$$\log_{x+3}(3-x)=2$$

$$\log_{x+3}(3-x)=\log_{x+3}(x+3)^2$$

$$x^2+7x+6=0$$

$$D=25$$

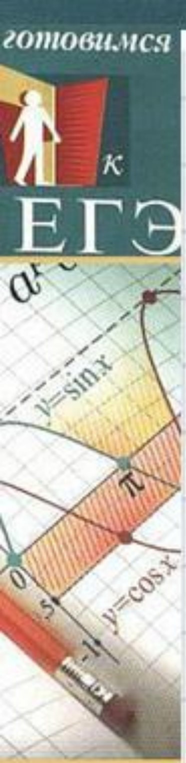
$$x_1=-1$$

$$x_2=-6$$ (не удовл. ОДЗ)

Учитывая ОДЗ: x=-1

Ответ:

x=-1



Задания для самостоятельного решения.

$$\log_{x+2}(36+16x-x^2)-\frac{1}{16}\log^2{}_{x+2}(x-18)^2\geq 2$$

$$\log_{x+1}(19+18x-x^2)-\frac{1}{16}\log^2{}_{x+1}(x-19)^2\geq 2$$

Решение логарифмических неравенств, содержащих модуль в основании.

$$\log_{|x+3|}(x^2+4x+2) \le 2;$$

Решение:

$$\log_{|x+3|}(x^2+4x+2)\le 2$$

Рассмотрим две системы:

$$1)\begin{cases} 0<|x+3|<1; \\ x^2+4x+2\ge(|x+3|)^2; \\ |x+3|>0; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} |x+3|>1; \\ x^2+4x+2\le|x+3|^2; \\ x^2+4x+2>0; \end{cases}$$

Решим первую систему:

$$1)\begin{cases} |x+3|>0; \\ |x+3|<1; \\ 4x+2\ge 6x+9; \\ |x+3|^2>0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty); \\ (|x+3|)^2<1^2; \\ 4x+2\ge 6x+9; \\ |x+3|^2>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty); \\ x\in(-4;-2); \\ x\le -3{,}5; \\ x\ne -3; \end{cases} \Rightarrow x\in(-4;-3{,}5].$$

Решим вторую систему:

$$2)\begin{cases} |x+3|>1; \\ x^2+4x+2\le |x+3|^2; \\ x^2+4x+2>0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+3)^2-1>0; \\ 4x+2\le 6x+9; \\ x\in(-\infty;-2+\sqrt{2})\cup(-2+\sqrt{3};+\infty); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-4)\cup(-2;+\infty); \\ x\ge -3{,}5; \\ x\in(-\infty;-2-\sqrt{2})\cup(-2+\sqrt{3};+\infty); \end{cases} \Rightarrow x\in(-2+\sqrt{2};+\infty);$$

Из 1 и 2 следует: $x\in(-4;-3{,}5]\cup(-2+\sqrt{2};+\infty);$

Ответ: $x\in(-4;-3{,}5]\cup(-2+\sqrt{2};+\infty);$

Задания для самостоятельного решения.

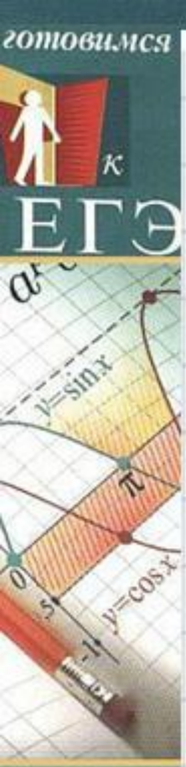
$1)\ \log_{|x+3|}(2+4x+x^2)\le 2;$

$2)\ \log_{|x-2|}(4+4x-2x^2)\le 2;$

$3)\ \log_{|x+2|}(2\cdot|x-5|-5)\ge 1;$

$4)\ \log_{|x+2|}(3\cdot|x+1|-5)\ge 1;$

$5)\ \log_{|x+2|}(4+7x-2x^2)\le 2;$



Решение логарифмических неравенств, содержащих показательную функцию под знаком логарифма.

$$\log_{x+1}\log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)\le 1$$

Первый способ.
Решение:

$$\log_{x+1}\log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)\le 1 \Leftrightarrow$$

Рассмотрим две системы:

$$1)\begin{cases} 0<x+1<1; \\ (2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)>0; \\ \log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)>0; \\ \log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)\ge x+1; \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} x+1>1; \\ 2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3>0; \\ \log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)>0; \\ \log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)\le x+1; \end{cases}$$

Решим первую систему:

$$1)\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;0)\cup(0;\infty);\\ x\in(-\infty;\infty);\\ -1<x<0;\\ x\in(-\infty;-\log_3 2]\cup(0;\infty);\end{cases}\Rightarrow x\in(-1;-\log_3 2);$$

Решим вторую систему:

$$2)\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;0)\cup(0;\infty);\\ x\in(-\infty;\infty);\\ x>0;\\ x\in[-\log_3 2;1];\end{cases}\Rightarrow x\in(0;1];$$

Из 1 и 2 следует: $x\in(-1;-\log_3 2)\cup(0;1];$

Ответ: $x\in(-1;-\log_3 2)\cup(0;1];$

Второй способ.
Решение:

$$\log_{x+1}\log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)\le 1;$$

$$\frac{\log_2\log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)-\log_2(x+1);}{\log_2(x+1)-\log_2 1;}\le 0;$$

$$\begin{cases}\dfrac{\log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)-(x+1)}{x+1-1}\le 0;\\ \log_3(2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3)>0;\\ 2\cdot 9^x-4\cdot 3^x+3>0;\\ x+1>0;\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-\log_3 2]\cup(0;1];\\ x\in(-\infty;0)\cup(0;\infty);\\ x\in(-\infty;\infty);\\ x>-1;\end{cases}$$

$$\Rightarrow x\in(-1;-\log_3 2)\cup(0;1];$$

Ответ: $x\in(-1;-\log_3 2)\cup(0;1];$

Задания для самостоятельного решения.

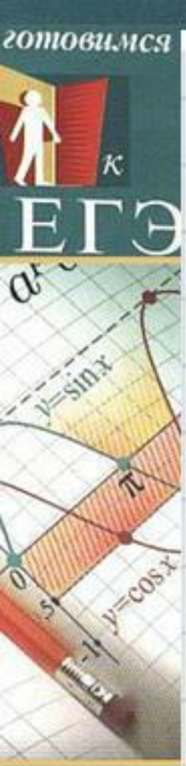
$$1)\ \log_x \log_3(3\cdot 9^x - 5\cdot 3^x + 3) \le 1;$$

$$2)\ \log_{x+2} \log_3(2\cdot 9^x - 4\cdot 3^x + 3) \le 1;$$

$$3)\ \log_{x-1} \log_3(4^x - 4\cdot 3^x + 5) \ge 1;$$

$$4)\ \log_x \log_2(2\cdot 4^x - 4\cdot 2^x + 3) \ge 1;$$

$$5)\ \log_{x+1} \log_2(4\cdot 4^x - 4\cdot 2^x + 2) \ge 1;$$



Решение логарифмических неравенств, содержащих показательную функцию в основании логарифма

$$\frac{\log_{7^{x+5}} 49}{\log_{7^{x+5}}(-49x)} \le \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}$$

$$\frac{\log_{7^{x+5}} 49}{\log_{7^{x+5}}(-49x)} \le \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 7^{x+5} > 0; \\ 7^{x+5} \ne 1; \\ -49x \ne 1; \\ -49x > 0; \\ \log_{\frac{1}{7}} 7^x > 0; \\ \log_{\frac{1}{7}} 7^x \ne 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0; \\ x \ne -\dfrac{1}{49}; \\ x \ne -1; \\ x \ne -5; \end{cases}$$

Решение:

$$\frac{\log_{7x+5} 49}{\log_{7x+5}(-49x)} \le \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^{x}};$$

$$\frac{\frac{1}{x+5}\log_7 7^2}{\frac{1}{x+5}\log_7 7^2 + \log_7(-x)} \le \frac{1}{\log_7 7 + \log_7(-x)};$$

$$\frac{2}{2+\log_7(-x)} \le \frac{1}{\log_7(-x)};$$

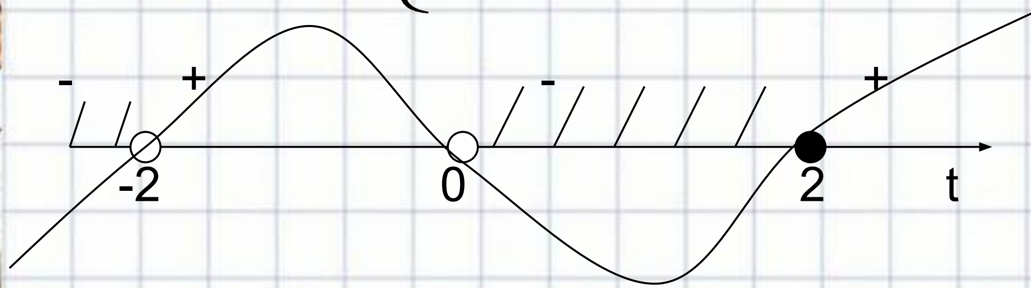
Пусть $\log_7(-x) = t$, *тогда*

$$\frac{2}{2+t} \le \frac{1}{t};$$

$$\frac{2t-2-t}{(2+t)t} \le 0;$$

$$\frac{t-2}{(2+t)t} \le 0; \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} t \le 2; \\ t \ne 0; \\ t \ne -2; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} t \le 2; \\ t \ne 0; \\ t \ne -2; \end{cases}$$

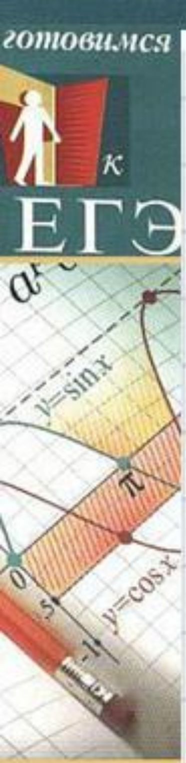


$$t \in (-\infty; -2), (0; 2];$$

Решим неравенство замены:

1. $\log_7(-x)\ \square\ -2$

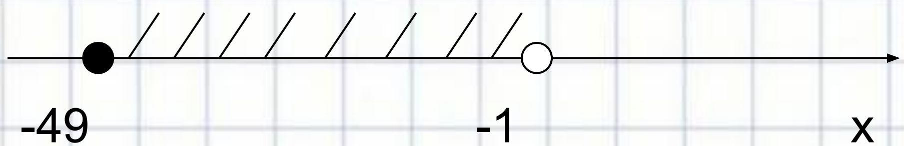
$$x\ \square\ -\frac{1}{49};$$



2.

$$0 < \log_7(-x) \le 2;$$

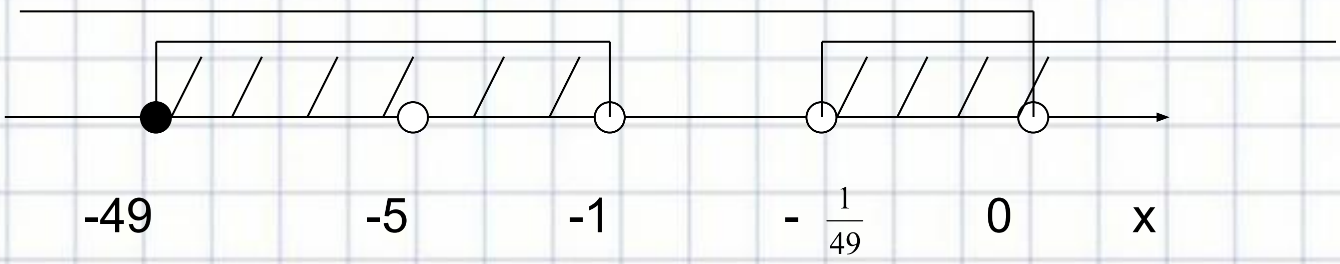
$$-49 \le x < -1;$$



$$x \in [-49;-1);$$

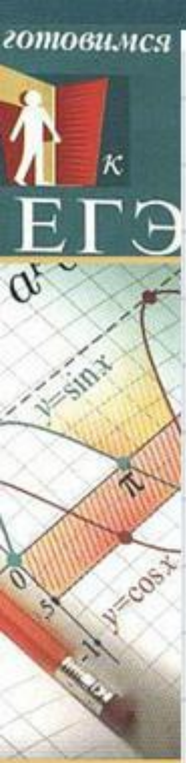
Из 1 и 2 следует $x \in [-49;-1), \left(-\dfrac{1}{49};+\infty\right);$

С учетом ОДЗ найдем общее решение:



$$x \in [-49;-5),(-5;-1),\left(-\frac{1}{49};0\right);$$

Ответ: $x \in [-49;-5),(-5;-1),\left(-\frac{1}{49};0\right);$



Задания для самостоятельного решения:

1. $$\frac{\log_{2x+4} 4}{\log_{2x+4}(-8x)} \le \frac{1}{\log_5 \log_{\frac{1}{2}} 2^x};$$

$$\textit{Ответ}: [-8;-4),(-4:-1),\left(-\frac{1}{8};0\right);$$

2. $$\frac{\log_{5x+3} 25}{\log_{5x+3}(-25x)} \le \frac{1}{\log_5 \log_{\frac{1}{5}} 5^x};$$

$$\text{Ответ}: [-25;-3),(-3;-1),\left(-\frac{1}{25};0\right);$$