АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ

«Кто занимается математикой, тот развивает свой мозг, свою волю, воспитывает в себе настойчивость и упорство в достижении цели».

А.И. Маркушевич

Этапы урока:

1. Проверка домашнего задания.
2. Доклад: Об истории развития понятия «арифметический корень».
3. Объяснение нового материала.
4. Закрепление изученного материала.
5. Самостоятельная работа.
6. Итог урока.

Проверка домашнего задания

№ 1.

$$а)\ \sqrt[8]{24-5^2}=\sqrt[8]{24-25}=\sqrt[8]{-1}-\textit{не имеет смысла;}$$

$$б)\sqrt[6]{18-4^2}=\sqrt[6]{18-16}=\sqrt[6]{2}-\textit{имеет смысл;}$$

$$в)\ \sqrt{(-5)^3}-\textit{не имеет смысла;}$$

$$г)\ \sqrt[4]{(-2)^6}=\sqrt[4]{64}-\textit{имеет смысл.}$$

№ 2

$$а)\ \left(\sqrt{7}\right)^2 = 7;$$

$$б)\ \left(-\sqrt{26}\right)^2 = 26;$$

$$в) -\left(\sqrt{37}\right)^2 = -37;$$

$$г)\ -2\sqrt{14}\cdot\sqrt{14} = -2\cdot 14 = -28;$$

$$д)\ \left(3\sqrt{5}\right)^2 = 3^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2 = 9\cdot 5 = 45;$$

$$е)\left(-2\sqrt{15}\right)^2 = (-2)^2\cdot\left(\sqrt{15}\right)^2 = 4\cdot 15 = 60;$$

$$ж)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{2^2} = \frac{3}{4};$$

$$з)\ \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{6}\right)^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Пусть n – натуральное число и $n \geq 2$

Неотрицательный корень степени n из неотрицательного числа b ($b \geq 0$) называют **арифметическим корнем степени n из числа b**.

Для нечетного n существует только один корень из любого числа b. При этом он неотрицательный, если b≥0. Поэтому понятие корня нечетной степени из неотрицательного числа b и арифметического корня той же степени из того же числа b совпадают.

В случае же четного n, существуют два корня степени n из положительного числа b.Один из них положительный: $\sqrt[n]{b}$ - это арифметический корень степени n из b, а другой равен ему по абсолютной величине, но противоположный по знаку: $-\sqrt[n]{b}$, это не арифметический корень. Корень степени n (n≥2) из нуля по определению есть арифметический корень степени n из нуля:

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

1. Если b – неотрицательное число, а n – любое натуральное число ($n \geq 2$), то запись $\sqrt[n]{b}$ означает арифметический корень степени n из числа b.

   Записи $\sqrt{3}, \sqrt[3]{0}, \sqrt[4]{5}$ - это записи арифметических корней.

2. Если b – отрицательное число, а $n=2m+1$ ($m \geq 1$) – нечетное число, то запись $\sqrt[2m+1]{b}$ означает корень степени $2m+1$ из числа b, но этот корень не является арифметическим корнем.

   Записи $-\sqrt{3}, \sqrt[3]{-4}, -\sqrt[4]{5}$ - это записи корней, не являющихся арифметическими.

3. Если b – отрицательное число, а $n= 2m$ ($m \geq 1$) – четное число, то запись $\sqrt[2m]{b}$ не имеет смысла.

   Записи $\sqrt{-3}, -\sqrt{-1}, \sqrt[4]{-5}, \sqrt[6]{-11}$ не имеют смысла.

Для отрицательного b справедливо равенство $\sqrt[2m+1]{b} = -\sqrt[2m+1]{|b|}$

Например, $\sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[5]{-7} = -\sqrt[5]{7}$

Для натурального числа n (n≥2) и неотрицательного числа *a* справедливы равенства

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \qquad (1)$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \qquad (2)$$

Примеры

.

$a)\ \left(\sqrt[4]{2}\right)^4 = 2;\qquad б)\ \left(\sqrt[3]{7}\right)^3 = 7;\qquad в)\left(\sqrt[21]{1}\right)^{21} = 1$

$г)\sqrt[9]{100^9} = 100;\qquad д)\sqrt[7]{0^7} = 0.$

Задача 1.

Корреспондент газеты «Из головы в голову» спрашивает: Определите, какое количество страниц занимает наша газета, если дано выражение

$$\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125}$$

Для натурального числа n (n≥2) и неотрицательных чисел *a* , b и c (c≠0) справедливы равенства

$$\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} \qquad (3)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}} \qquad (4)$$

Примеры

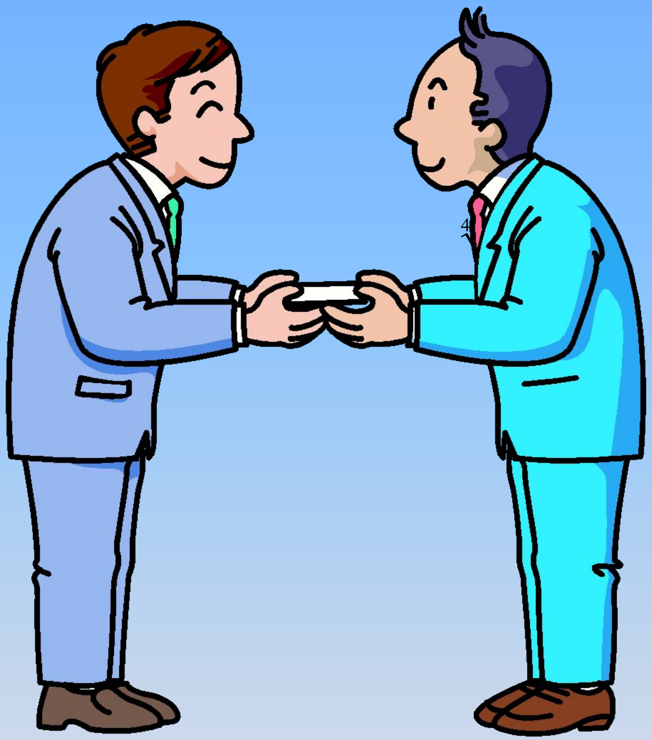
$$а)\sqrt[4]{48}=\sqrt[4]{16\cdot 3}=\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{3}=2\sqrt[4]{3};$$

$$б)\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{8\cdot 3}=\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{3}=2\sqrt[3]{3};$$

$$в)\sqrt[4]{\frac{2}{81}}=\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{81}}=\frac{\sqrt[4]{2}}{3};$$

$$г)\sqrt[3]{\frac{5}{8}}=\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{8}}=\frac{\sqrt[3]{5}}{2}.$$

Задача 2



Корреспондент газеты «Теорем-парк» спрашивает: Компания «А» предлагает провести рекламную компанию за $\sqrt[4]{256}$ тыс. рублей, а компания «В» за $\sqrt[3]{343}$ тыс. рублей. Обе рекламы отличные. Чье предложение дешевле?

Если n – нечетное число, то данные утверждения справедливы для любых действительных чисел *a* , b и c (c≠0).

Кроме, того, для натурального числа m и любого действительного числа a справедливо равенство

$$\sqrt[2m+1]{-a} = -\sqrt[2m+1]{a}$$

Примеры.

$a)\ \sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{27} = -3;\qquad б)\ \sqrt[5]{-1} = -\sqrt[5]{1} = -1;$

$в)\ \sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2;\qquad г)\ \sqrt[5]{-100\ 000} = -\sqrt[5]{10^5} = -10.$

Сформулированные свойства корней степени n используются для вынесения множителя из-под знака корня, внесения множителя под знак корня и при освобождении дроби от иррациональности в знаменателе.

Примеры.

$$а)\ \sqrt[3]{-135} = -\sqrt[3]{135} = -\sqrt[3]{5 \cdot 3} = -\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{3} = -3\sqrt[3]{5};$$

$$б)\ -2\sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{2^4 \cdot 3} = -\sqrt[4]{48};$$

$$в)\ \frac{2}{\sqrt[3]{9}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3}.$$

Самостоятельная работа

Вариант 1

1) Вычислите $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

2) Упростите

$$\sqrt[5]{800} = \sqrt[5]{25 \cdot 32} = \sqrt[5]{25} \cdot \sqrt[5]{32} = 2\sqrt[5]{25}$$

3) Вычислите

$$\sqrt[4]{16 \cdot 81} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81} = 2 \cdot 3 = 6$$

4) Докажите, что равенство верно:

$\sqrt[3]{343} = 7$, т.к. $7^3 = 343$

5) Вынесите из-под знака корня:

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2}$$

Вариант 2

1) Вычислите $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

2) Упростите

$$\sqrt[4]{405} = \sqrt[4]{5 \cdot 81} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{81} = 3\sqrt[4]{5}$$

3) Вычислите

$$\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{16 \cdot 2} = \sqrt[5]{32} = 2$$

4) Докажите, что равенство верно:

$\sqrt[3]{512} = 8$, т.к. $8^3 = 512$

5) Вынесите из-под знака корня:

$$\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{16 \cdot 2} = 2\sqrt[4]{2}$$

Ответьте на вопросы:

1) Что называют арифметическим корнем степени n ($n \geq 2$) из числа b?
2) Сколько существует арифметических корней степени n ($n \geq 2$) из данного числа?


Спасибо за урок!