

ИСТОРИЯ

СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

***Числа не управляют
миром,***

но показывают,

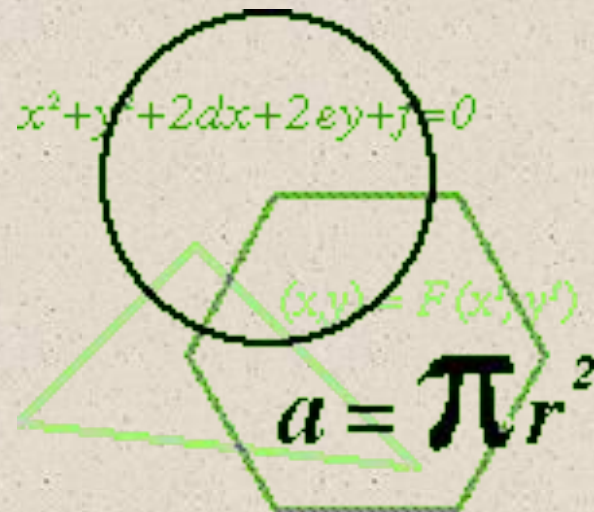
как управляется мир.



Иоганн Гете

«Все есть число»

Так говорили пифагорейцы, подчеркивая необычайно важную роль чисел в практической деятельности.



Современный человек каждый день запоминает номера машин и телефонов, в магазине подсчитывает стоимость покупок, ведет семейный бюджет ...

Числа... они с нами везде и всегда.

Люди всегда считали и записывали числа, даже пять тысяч лет назад. Но записывали они их совершенно по-другому, по другим правилам.

Но в любом случае
число изображалось с
помощью одного или
нескольких символов -
цифр.



Цифры - это символы, составляющие некоторый алфавит.

Что же такое тогда число?



Число - это некоторая величина, состоящая из цифр, сложенных по определенным правилам.

На разных этапах развития человечества, у разных народов эти правила были различны и сегодня мы их называем **системами счисления**

Система счисления

— это знаковая система, в которой все числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Непозиционные

Позиционные

Непозиционные системы

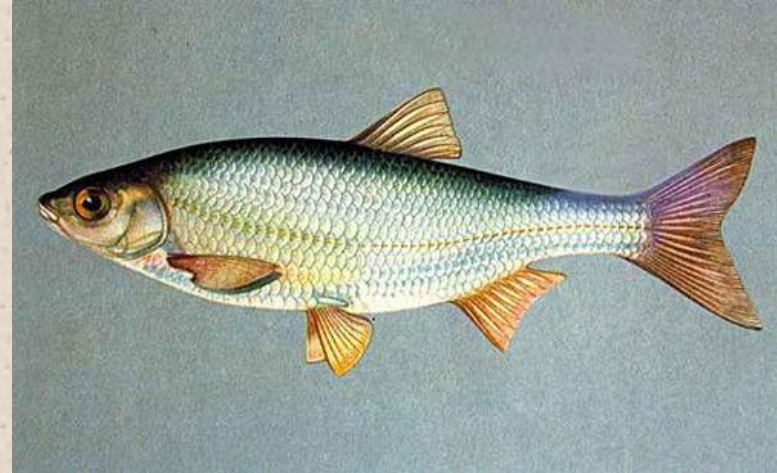
счисления возникли раньше
позиционных.

Итак, рассмотрим различные
непозиционные системы
счисления.

Непозиционной системой счисления

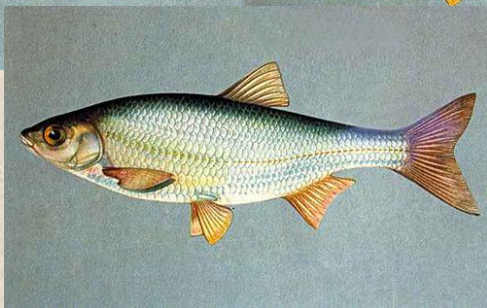
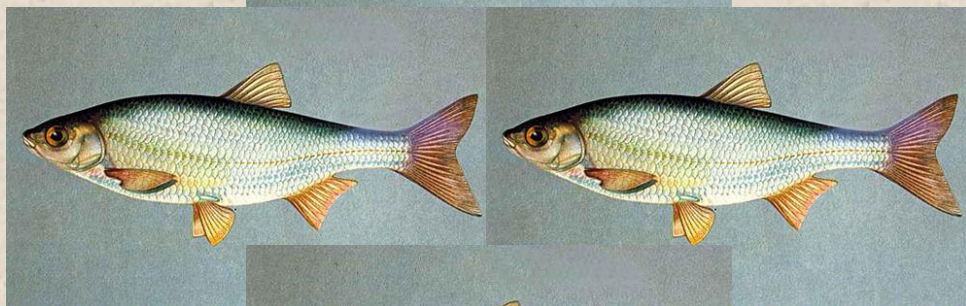
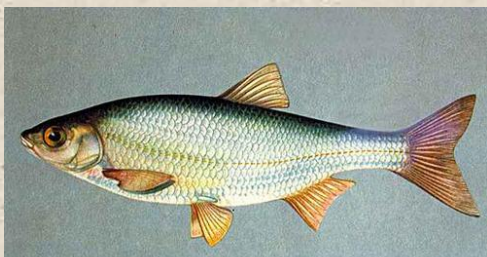
- называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент («вес») цифры не зависит от ее местоположения в записи числа.

Сначала люди просто различали ОДИН предмет перед ними или нет.

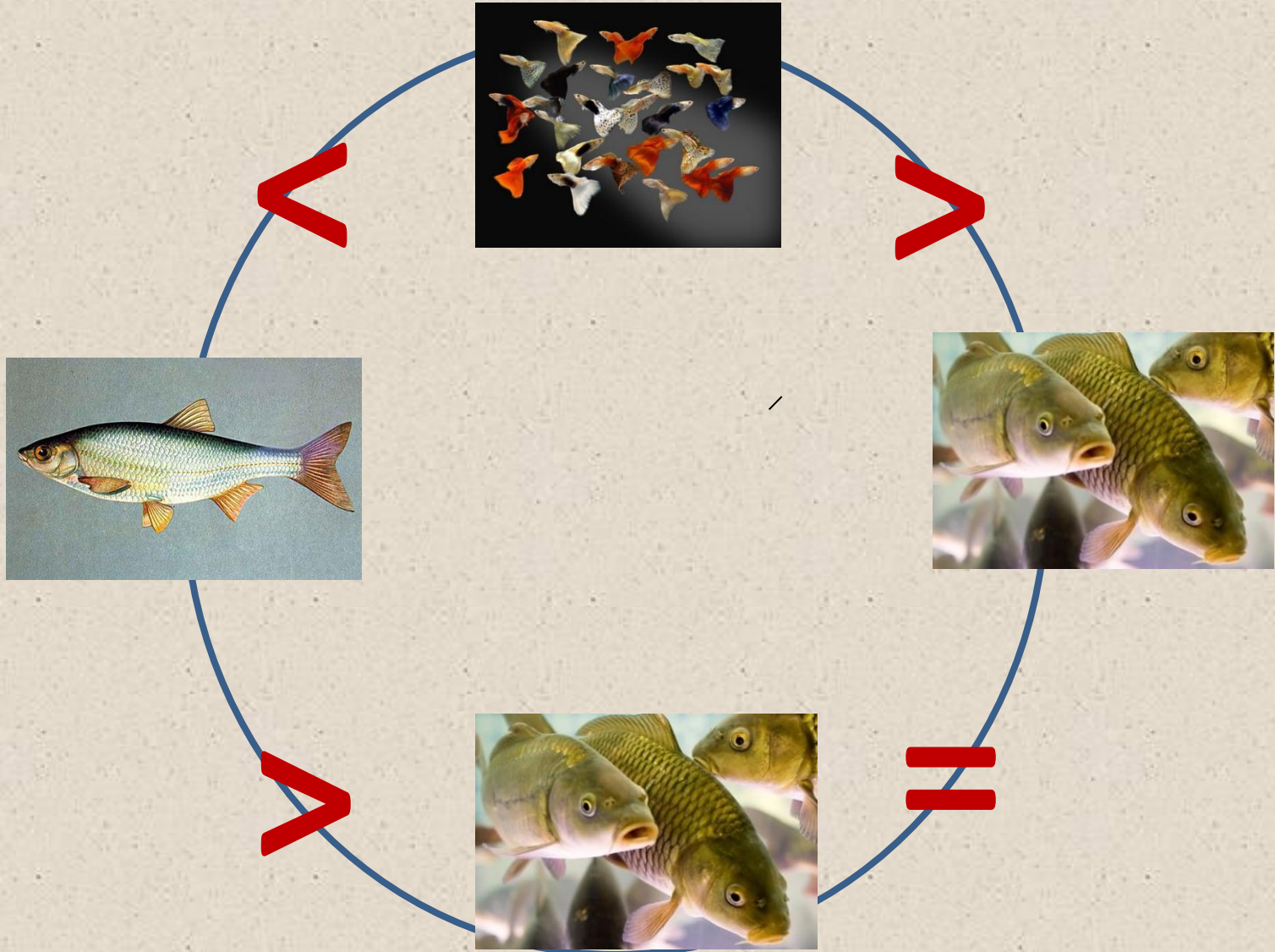


Если предмет был не один, то говорили

«МНОГО»

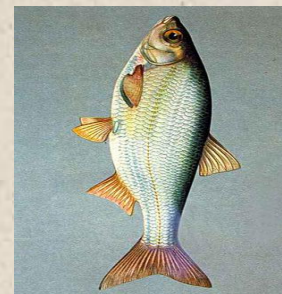
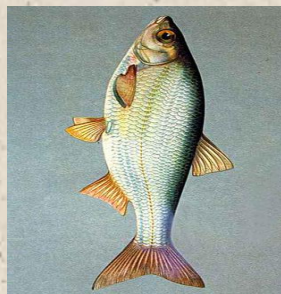
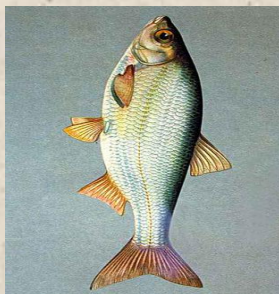


Первыми понятиями математики были
"меньше", "больше", "столько же".





Если одно племя
меняло пойманных рыб на
сделанные людьми другого
племени каменные ножи,
не нужно было считать,
сколько принесли рыб и
сколько ножей.



Достаточно было положить рядом с каждой рыбой
по ножу, чтобы обмен между племенами состоялся.

Счет появился тогда, когда человеку потребовалось сообщать своим соплеменникам о количестве найденных им предметов.



И, так как многие народы в древности не общались друг другом, то у разных народов возникли разные системы счисления и представления чисел и цифр.

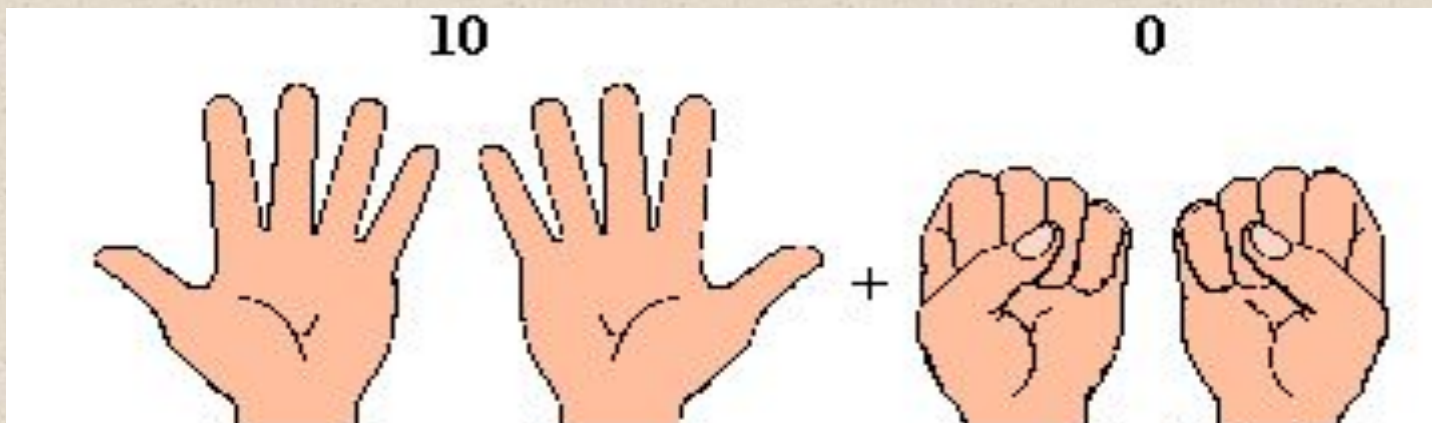
Имена числительные во многих языках указывают, что у первобытного человека орудием счета были преимущественно пальцы.



Пальцы оказались прекрасной вычислительной машиной.



С их помощью можно было считать до 5, а если взять две руки, то и до 10.



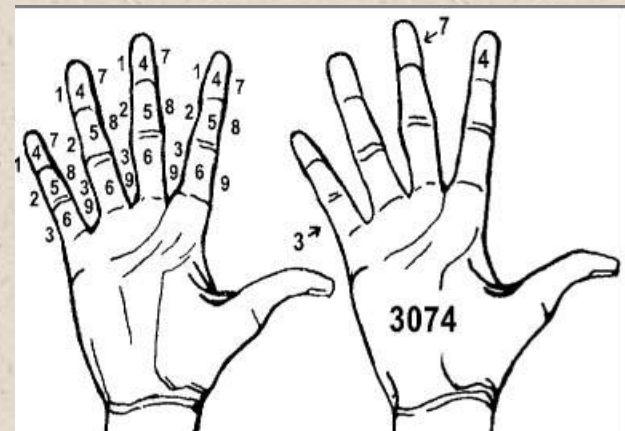
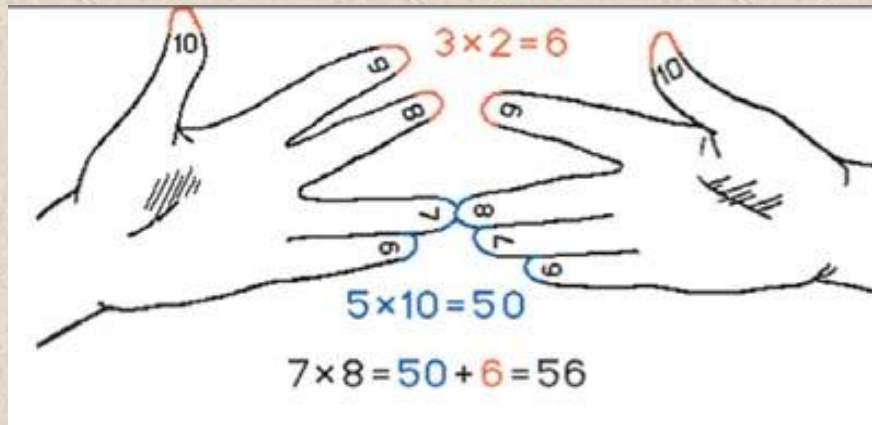
Десятичная система счета
впоследствии стала общеупотребительной.

В древние времена люди ходили босиком.



Поэтому они могли пользоваться для счёта пальцами как рук, так и ног.

До сих пор существуют в Полинезии племена, использующие с 20-ую систему счисления.



Однако известны народы, у которых единицами счёта были не пальцы, а их суставы.



Пальцевой счет сохранился кое-где и поныне

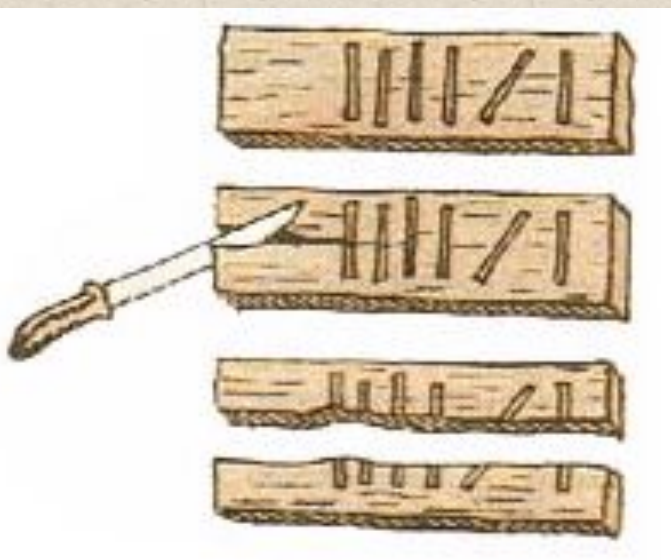
Например, на крупнейшей мировой хлебной бирже в Чикаго предложения и запросы, как и цены объявляются маклерами на пальцах без единого слова.



Запомнить большие числа было трудно, поэтому к «счетной машине» рук и ног стали добавлять различные приспособления.



Появилась потребность в записи чисел.



Количество предметов изображалось нанесением черточек или засечек на какой-либо твердой поверхности: камне, глине...

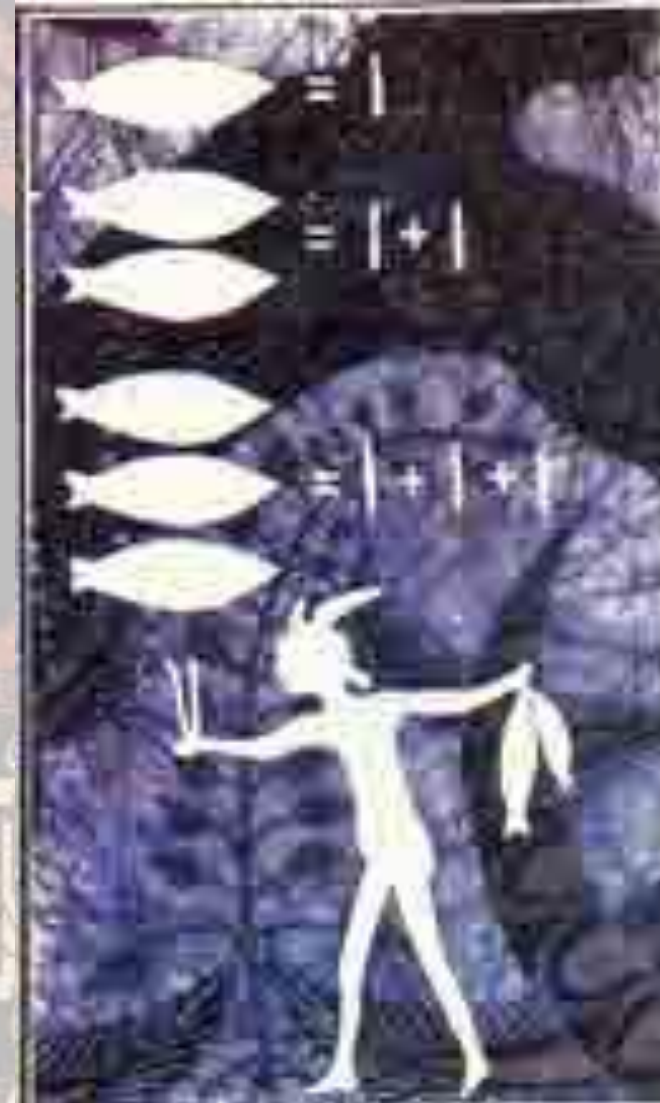
Единичная («палочная»)

Любое число в ней образуется повторением одного знака - единицы.

| /) ил
и | | | \ | |

Археологами найдены такие "записи" при раскопках культурных слоев, относящихся к

*периоду палеолита
10-11 тысяч лет до н.э.*



Чем больше зерна собирали люди со своих полей, чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа становились им нужны.



Единичная запись для таких чисел была громоздкой и неудобной, поэтому люди стали искать более компактные способы обозначать большие числа.



Древнеегипетская десятичная

2,5 тысяч лет до н.э.



единицы



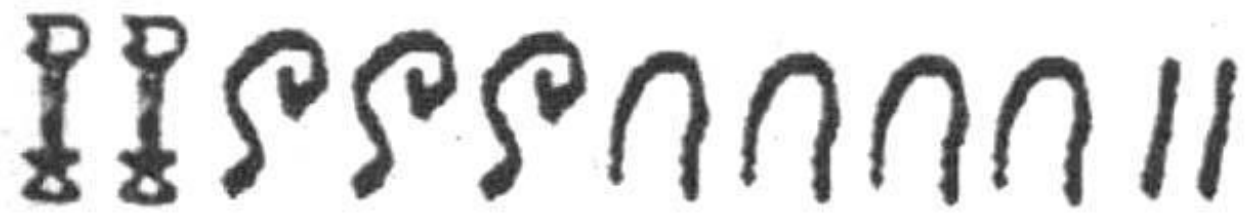
десятки



сотни



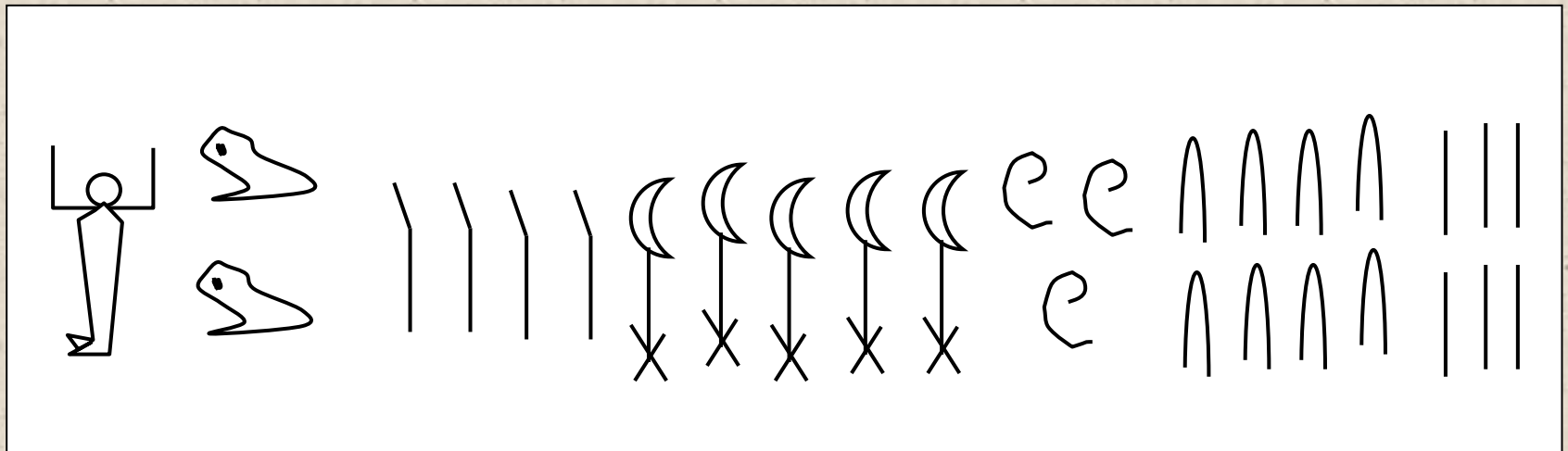
тысячи



= 2342

Число	Симво	Обозначение
1		Как и большинство людей для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки.
10		Такими путами египтяне связывали коров
100	 	Это мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила.
1 000	 	Цветущий лотос
10 000		"В больших числах будь внимателен!" - говорит поднятый вверх указательный палец.
100 000	 	Обычный лягушачий головастик
1 000 000	 	Число фараонов. Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу.
10 000 000		Египтяне поклонялись Амону Ра, богу Солнца, и, наверное, поэтому самое большое свое число они

Какое древнеегипетское число
записано?



1 2 4 5 3 8 6



С операциями сложения и вычитания люди имели дело задолго до того, как числа получили имена.

Когда несколько групп сборщиков корней или рыболовов складывали в одно место свою добычу, они выполняли операцию **сложения**

Когда люди стали сеять хлеб и увидели, что собранный урожай в несколько раз больше, чем количество посеянных семян, тогда они познакомились с операцией **умножения**

Когда добытое мясо животных или собранные орехи делили поровну между всеми "ртами", выполнялась операция **деления**

А операция **вычитания**?

Как же египтяне считали?



Умножение и

деление

египтяне производили

путем

последовательного



Пример. 19 * 31

Египтяне в левом столбце записывали соответствующую степень двойки,

а в правом столбце записывали результаты удвоения числа 31.

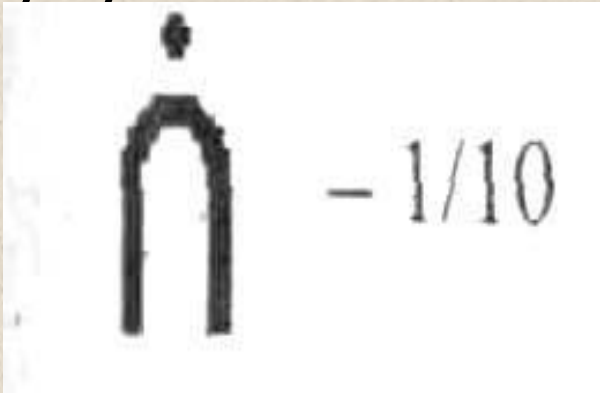
1	31
2	62
4	124
8	248
16	496

Затем отмечали вертикальными черточками строки левого столбца, из которых можно было сложить множитель

$$(19 = 1 + 2 + 16)$$

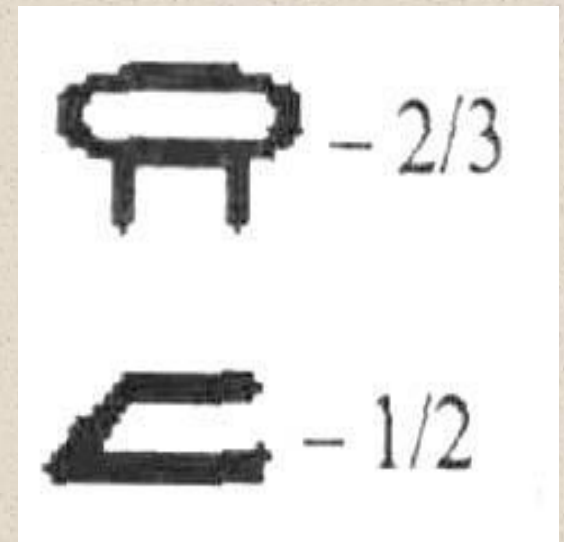
и складывали числа, стоящие в отмеченных строках справа **(31 + 62 + 496 = 589)**.

Египетские дроби всегда имели в числителе единицу (исключение составляло $2/3$).



Дроби записывались как натуральные числа, только над ними ставилась точка

Исключение: специальные знаки были для $1/2$ и для $2/3$



Римская десятичная

2 тысячи лет до н.

э.

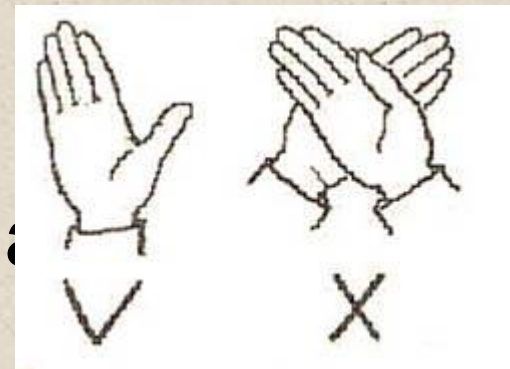
и до наших дней

I, V, X, L, C, D, M

Число в римской системе счисления обозначается набором стоящих подряд «цифр».

В римской системе для обозначения чисел используются знаки:

I (один палец) для числа 1,
V (раскрытая ладонь) для числа 5,
X (две сложенные ладони) для

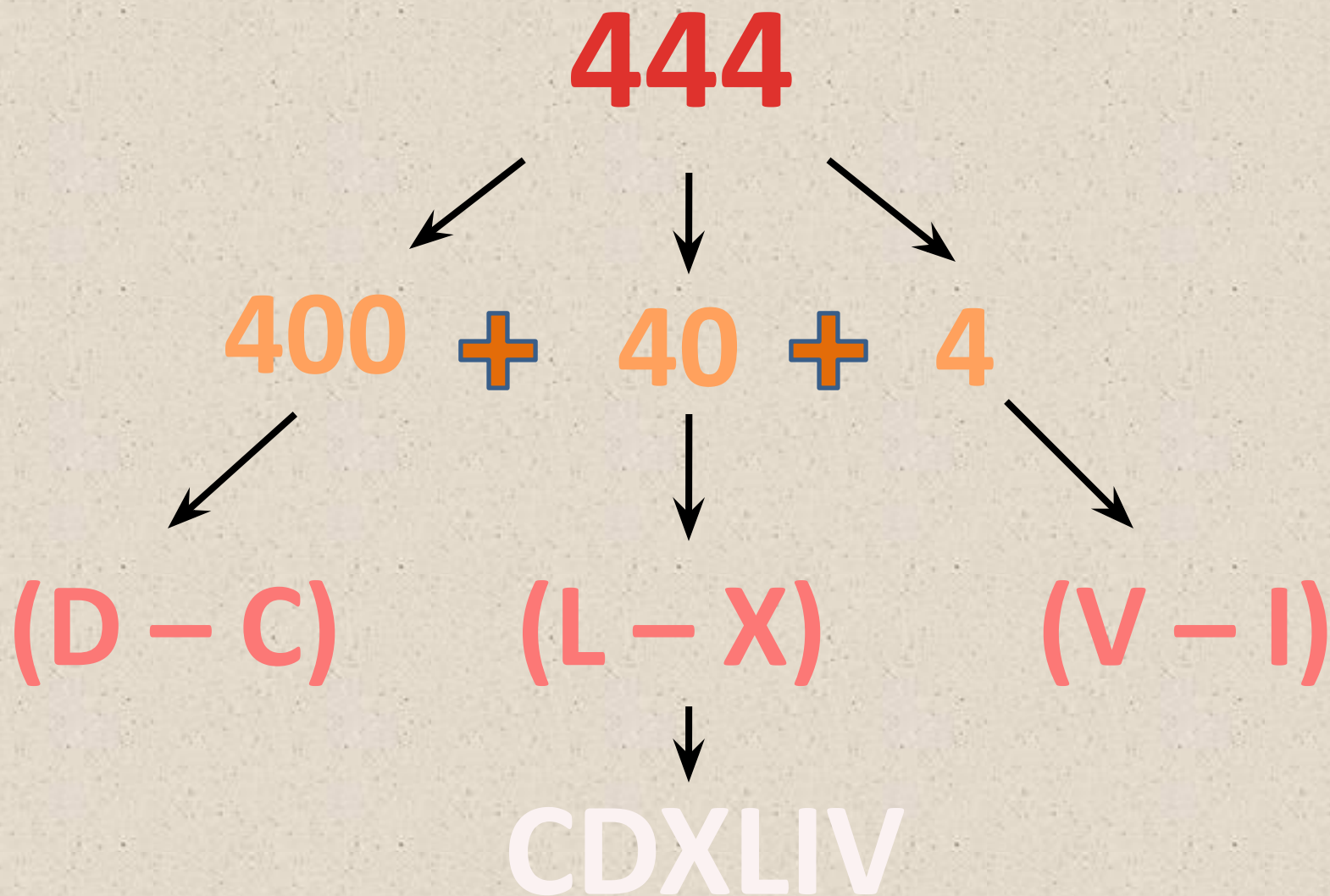


а для других чисел используются заглавные латинские буквы соответствующих латинских слов

50 - L, 100 – **C**entum, 500 – **D**emimille, 1000 – **M**ille,

являющиеся «цифрами».

Пример. Записать число 444 в римской системе.

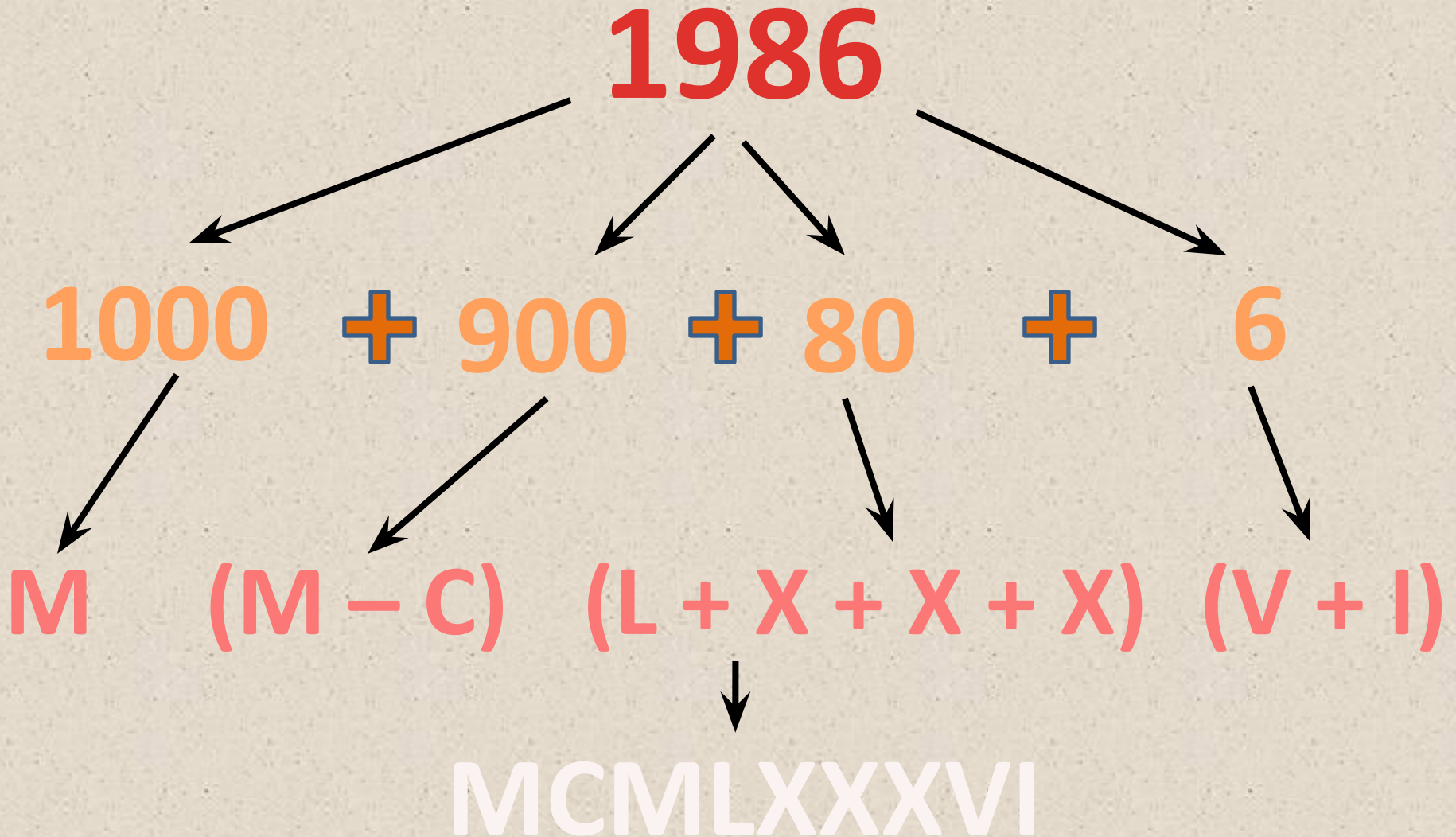


ВНИМАНИЕ!

Все цифры числа в десятичной системе одинаковые, а в римской – разные.

444 = CDXLIV

Пример. Записать число 1986 в римской системе.



Алфавитные системы счисления

Греческая (ионийская)

Греки применяли несколько способов записи чисел. Афиняне для обозначения чисел пользовались первыми буквами слов-числительных:

Г	Γεντε	пять
Δ	Дека	десять
Η	Ηκατον	сто
Χ	Χιλιασ	тысяч а
Μ	Μυριασ	десять тысяч

Например,

Ι, ΙΙ, ΙΙΙ, ΙΙΙΙ - 1, 2, 3, 4

ΔΔΔΙΙΙΙ - $10+10+10+4 = 34$

Великий греческий математик Диофант Александрийский записывал дроби примерно так, как принято сейчас: числитель над знаменателем, без черты.

Это был один из способов записи дробей в Древней Греции.

Древняя Русь

В старину на Руси широко применялись системы счисления, напоминающие систему Древнего Египта.

С их помощью сборщики податей заполняли квитанции об уплате подати (ясака) и делали записи в податной тетради.

Звезда – тысяча рублей

Колесо – сто рублей

Квадрат – десять рублей

X – рубль

| – копейку.

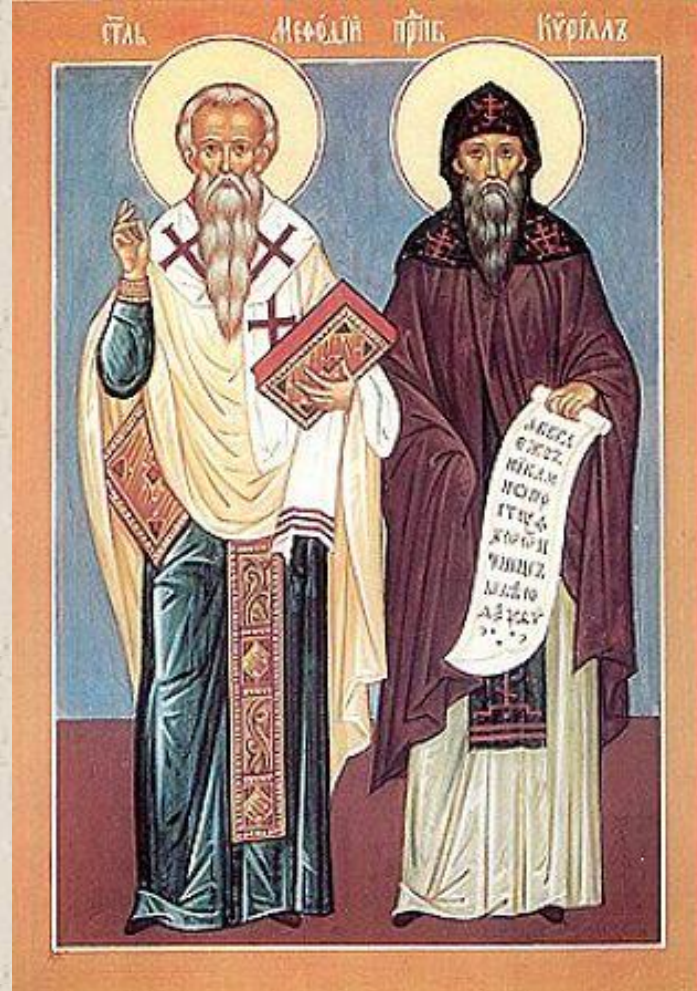
1232 руб. 24 коп.



В IX веке монахами братьями
Кириллом и Мефодием

была создана новая нумерация
вместе со славянской алфавитной
системой для перевода священных
библейских книг.

Эта форма записи чисел получила большое
распространение в связи с тем, что имела полное
сходство с греческой записью чисел.



А В Г Д Е С З И Я

аз веди глаголь добро есть зело земля иже фита

1 2 3 4 5 6 7 8 9

І К Л М Н ђ О П Ч

и како люди мыслете наш кси он покой червь

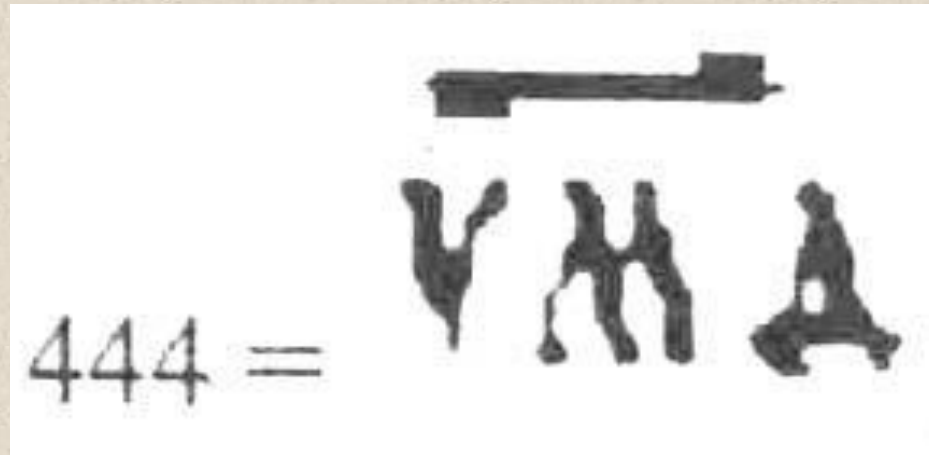
10 20 30 40 50 60 70 80 90

Р С Т У Ф Х ђ Ц

рцы слово твердь ук ферт жа пси о цы

100 200 300 400 500 600 700 800 900

Пример. Запишем число 444 в славянской системе.



Мы видим, что запись получилась не длиннее нашей десятичной. Это объясняется тем, что в алфавитных системах использовалось, по крайней мере, 27 «цифр».

Эта форма записи чисел была официальной на территории современной России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии

до реформы Петра I (до конца XVII века).

Но до сих пор православные церковные книги используют эту нумерацию.



«Аз «Веди «Глаголь «Есть «Иже «И»
 » «Земля »«Зело «Д»обро »Фита

» 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ā b̄ ḡ ā ē s̄ z̄ h̄ ā ī

āī = 11, b̄ī = 12, ḡī = 13, ..., āī = 19, ā = 40, tā = 301.



ТИТЛО

Блѣк, с̄. п̄. з̄.



Число	Изображение	Обозначение
1000		Тысяча
10 000		Тьма
100 000		Легион
1 000 000		Леодр
10 000 000		Ворон
100 000 000		Колода

Удобны ли алфавитные системы?

Алфавитные системы удобны только для записи чисел до 1000.

Правда, славяне, как и греки, умели записывать числа и больше 1000. Для этого к алфавитной системе добавляли новые обозначения.

Так, например, числа 1000, 2000, 3000 записывали теми же «цифрами», что и 1, 2, 3..., только перед «цифрой» ставили слева снизу специальный знак.

Такой способ записи чисел, как в алфавитной системе, можно рассматривать как зачатки позиционной системы, так как в нем для обозначения единиц разных разрядов применялись одни и те же символы, к которым лишь добавлялись специальные знаки для определения значения разряда.

Алфавитные системы счисления были мало пригодны для оперирования с большими числами.

В ходе развития человеческого общества эти системы уступили место позиционным системам.

Непозиционной системой счисления

- называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент («вес») цифры не зависит от ее местоположения в записи числа.

Недостатки непозиционной системы счисления

1. Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.
2. Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.
3. Сложно выполнять арифметические операции, так как не существует алгоритмов их выполнения.

Но мы до сих пор пользуемся элементами непозиционной системы счисления в обыденной речи, в частности, мы говорим сто, а не десять десятков, тысяча, миллион, миллиард, триллион.

Далее рассмотрим позиционные системы счисления.

Рассмотрим два числа 52 и 25.

Цифры одни и те же – 5 и 2,
а чем эти числа отличаются?

Позицией цифры в числе.

Позиционной системой счисления

- называется такая система
счисления, у которой
количественный эквивалент («вес»)
цифры зависит от ее
местоположения в записи числа

Любая позиционная система счисления характеризуется своим основанием.

Основание позиционной системы счисления — количество различных цифр, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

За основание можно принять любое натуральное число — два, три, четыре, ..., образовав новую позиционную систему: двоичную, троичную, четверичную и ...


Вавилонская шестидесятеричная 2 тысячи лет до н.






э.
цифр



ы:

 - единицы  - десятки  - $60; 60^2; 60^3; \dots; 60^n$

   = 33

 |   = $60 + 20 + 2 = 82$

2-ой разряд 1-ый разряд

д д

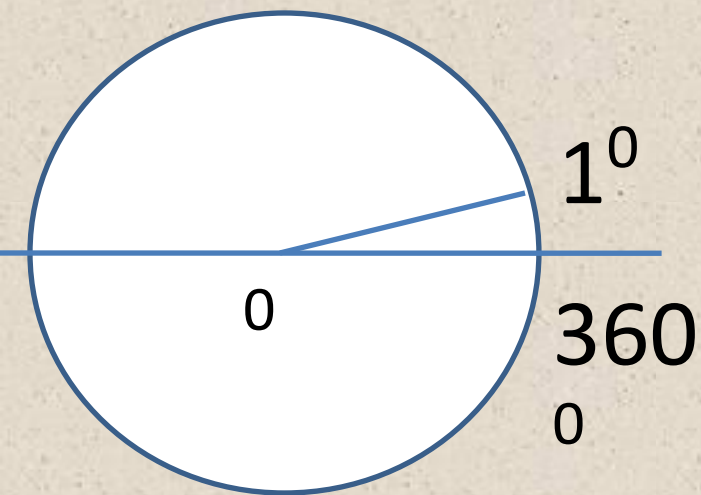


$$(60)^3 + 11(60)^2 + (50 - 3)(60) + 40 - 2 =$$

$$(60)^3 + 11(60)^2 + 47(60) + 38 = 258,458$$

И до наших дней сохранились следы счета **шестью десятками.**

До сих пор мы делим час на 60 минут, а минуту на 60 секунд.



Окружность делят на 360° , то есть $6 \cdot 60$ градусов, градус - на 60 минут, а минуту - на 60 секунд.

Мухаммед бен Муса ал-Хорезм

≈ в 850 году н.э. он написал книгу об общих правилах решения арифметических задач при помощи уравнений.

Она называлась "Китаб ал-Джебр". Эта книга дала имя науке алгебре.



Арабский ученый
математик

(из города Хорезма на реке Аму-Дарья).

Индийские ученые сделали одно из важнейших в математике открытий - изобрели позиционную систему счисления, которой теперь пользуется весь мир.

Ал-Хорезми подробно описал индийскую арифметику в своей книге.



Триста лет спустя (в 1120 г.) эту книгу перевели на латинский язык, и она стала первым учебником "индийской" арифметики для всех европейских городов.

Основания, используемые в наши дни

- **10** у привычной десятичной системы счисления (десять пальцев на руках). Алфавит: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.
- **60** придумано в Древнем Вавилоне: деление часа на 60 минут, минуты — на 60 секунд, угла — на 360 градусов.
- **12** распространили англосаксы: в году 12 месяцев, в сутках два периода по 12 часов, в футе 12 дюймов.
- **7** используется для счета дней недели

ВОПРОСЫ ДЛЯ ЗАКРЕПЛЕНИЯ:

1. Что такое система счисления?
2. Привести примеры позиционных и непозиционных систем счисления.
3. А. С. Пушкин родился в MDCCXCIХ году?
4. Что такое основание системы счисления?
5. Система счисления с каким основанием была самой первой?
6. В какой стране впервые стали использоваться специальные обозначения для 100, 1000, 1000000?
7. Перечислите недостатки непозиционных систем счисления.

Домашнее задание:

1. Какие числа записаны с помощью римских цифр: MCIX, LXV?
2. Запишите год своего рождения:
 - А) в древнеегипетской системе счисления;
 - Б) в римской системе счисления;
 - В) в древнеславянской системе счисления.