ГБОУ СПО КК
«АРМАВИРСКИЙ ЗООВЕТЕРИНАРНЫЙ ТЕХНИКУМ»
комиссия естественно-математических наук

УМК ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА

для 1 курса

Решение показательных уравнений

Преподаватель:
Козловских Екатерина Валерьевна

Решить уравнения

$$\frac{3x^2+5x-2}{2^x-0.25}=0$$

$$4^{tg^2x}+2^{\frac{1}{cos^2x}}=8$$

$$2^{sinx}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3^{x-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}=\sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}+207}.$$

$$3^{2x-1}=7^{x+1}$$

$$49^{1+\sqrt{x-2}}-344\cdot 7^{\sqrt{x-2}}=-7$$

$$64\cdot 9^x-84\cdot 12^x+27\cdot 16^x=0$$

$$3^{-x}+9\cdot 3^x+9^{x+1}+9^{-x-1}=8$$

Решить уравнение

$$\frac{3x^2+5x-2}{2^x-0.25}=0$$

$$3x^2+5x-2=0$$

$$2^x \neq 0.25$$

$$x_1=\frac{1}{3} \qquad x_2=-2$$

$$x \neq -2$$

$$x_1=\frac{1}{3}$$

Получив корни, проверить входят ли они в ОДЗ. Исключим лишний корень

Решить уравнение

$$2^{sinx} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$a^{f(x)} = b$$

$$f\ \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = (2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Простейшее тригонометрическое уравнение вида *sinx=a*

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in z$$

$$2^{sinx} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$sin(x) = \log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$sin(x) = \log_2 (2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$sin(x) = -\frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in z$$

Решить уравнение

$$3^{2x-1} = 7^{x+1}$$

$$3^{2x-1} = 7^{x+1}$$

$$b = a^{\log_a b}$$

$$3^{2x-1} = 3^{\log_3 7^{x+1}}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$3^{2x-1} = 3^{(x+1)\log_3 7}$$

$$2x - 1 = x\log_3 7 + \log_3 7$$

$$x(2 - \log_3 7) = 1 + \log_3 7$$

$$x = \frac{1 + \log_3 7}{2 - \log_3 7}$$

Решить уравнение

$$3^{x-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}=\sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}+207}.$$

$$3^{x-1}-\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}=\sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}+207}.$$

$$3^{x-1}-3^{x-3}=\sqrt{3^{2x-8}+207}\Leftrightarrow$$

Ограничений на область допустимых з
так как подкоренное выражение имеет смысл при любом значении ***x***
(показательная функция $y = 9^{4-x}$ **полож**

$$\Leftrightarrow 3^{x-1}-3^{x-3}-3^{x-4}=207\Leftrightarrow$$

$$3^{x}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{27}-\frac{1}{81}\right)=207\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3^{x}\cdot\frac{23}{81}=207\Leftrightarrow 3^{x}=3^{6}\Leftrightarrow x=6.$$

Решить уравнение

$$49^{1+\sqrt{x-2}} - 344 \cdot 7^{\sqrt{x-2}} = -7$$

$$49^{1+\sqrt{x-2}} - 344 \cdot 7^{\sqrt{x-2}} = -7$$

$$49 \cdot 7^{2\sqrt{x-2}} - 344 \cdot 7^{\sqrt{x-2}} + 7 = 0$$

a^{x+y}

$$7^{\sqrt{x-2}} = \frac{1}{49}$$

$$7^{\sqrt{x-2}} = 7$$

a

$$7^{\sqrt{x-2}} = 7^{-2}$$

$$\sqrt{x-2} = 1$$

$$x - 2 = 1$$

$$\sqrt{x-2} = -2$$

49

$$a_2 = 7$$

$$x = 3$$

Данный корень удовлетворяет ОДЗ

Возведём обе части уравнения в квадрат

Решений нет

Решить уравнение

$$64\cdot 9^x-84\cdot 12^x+27\cdot 16^x=0$$

$$64\cdot 9^x-84\cdot 12^x+27\cdot 16^x=0$$

$9^x=(3^2)^x=3^{2x}$

$a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$

$$64\cdot 3^{2x}-84\cdot 3^x\cdot 4^x+27\cdot 4^{2x}=0$$

агаемое на 4^{2x}

$$64\cdot(\frac{3}{4})^{2x}-84\cdot(\frac{3}{4})^x+27=0$$

$(\frac{3}{4})^x=a$

$$64a^2-84a+27=0$$

$D=144=12^2$ $\quad a_1=\frac{9}{16}$ $\quad a_2=\frac{3}{4}$

$(\frac{3}{4})^x=\frac{3}{4}$ $\qquad \left(\frac{3}{4}\right)^x=\frac{9}{16}$

x=1, x=2

Решить уравнение

$$3^{-x}+9\cdot 3^{x}+9^{x+1}+9^{-x-1}=8$$

$$3^{-x}+9\cdot 3^{x}+9^{x+1}+9^{-x-1}=8$$

$$\frac{1}{3^{x}}+9\cdot 3^{x}+9\cdot 9^{x}+\frac{1}{9\cdot 9^{x}}=8$$

$$3^{x}=t$$

Рассмотрим выражение $9t^{2}+\frac{1}{9t^{2}}$

$$9t^2+\frac{1}{9t^2}=\frac{1}{9}\left(81t^2+\frac{1}{t^2}\right)=\frac{1}{9}\left(81t^2+18t\frac{1}{t}-18t\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}\right)=\frac{1}{9}\left((9t+\frac{1}{t})^2-18\right)=\frac{1}{9}(z^2-18)$$

Решить уравнение

$$3^{-x}+9\cdot 3^{x}+9^{x+1}+9^{-x-1}=8$$

$$\underbrace{\frac{1}{t}+9t}_{z}+\underbrace{9t^{2}+\frac{1}{9t^{2}}}_{\frac{1}{9}(z^{2}-18)}=8$$

$$z+\frac{1}{9}(z^{2}-18)=8$$

$$\frac{1}{9}z^{2}+z-10=0$$

$$z^{2}+9z-90=0$$

$$z_2=6 \qquad z_1=-15$$

$$\frac{1}{t}+9t=z \qquad \frac{1}{t}+9t=6$$

$$9t^{2}-6t+1=0$$

$$t=\frac{1}{3}$$

$$3^{x}=\frac{1}{3}$$

$$x=-1$$

Решить уравнение

$$4^{tg^2x} + 2^{\frac{1}{cos^2x}} = 8$$

$$\frac{1}{4}t^2 + t - 8 = 0$$

$t_1 = 4$ $t_2 = -8$

$$2^{\frac{1}{cos^2x}} = 4$$

$$2^{\frac{1}{cos^2x}} = 2^2$$

$$\frac{1}{cos^2x} = 2$$

$$4^{tg^2x} + 2^{\frac{1}{cos^2x}} = 8$$

$$2cos^2x = 1$$

$$cos^2x = \frac{1}{2}$$

$$cos2x = 2cos^2x - 1$$

$$cos2x = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1$$

$$cos2x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in z$$

Уравнения – это золотой ключ, открывающий все математические сезамы

С. Коваль

Источники

- Алгебра и начала анализа 3600 задач для школьников и поступающих в вузы Звавич Л.И., Шляпочкин Л.Я., Чинкина М.В.
- Соболь Б. В., Виноградова И. Ю., Рашидова Е. В. Пособие для подготовки к ЕГЭ и централизованному тестированию по математике. Изд. 3-е. – Р н/Д: «Феникс», 2003. – 352 с.
- http://www.math.md/school/praktikum/expr/exper.html
- http://webmath.exponenta.ru/s/c/algebra/content/chapter3/section1/paragraph9/theory.html