

МБОУ Матышевская СОШ

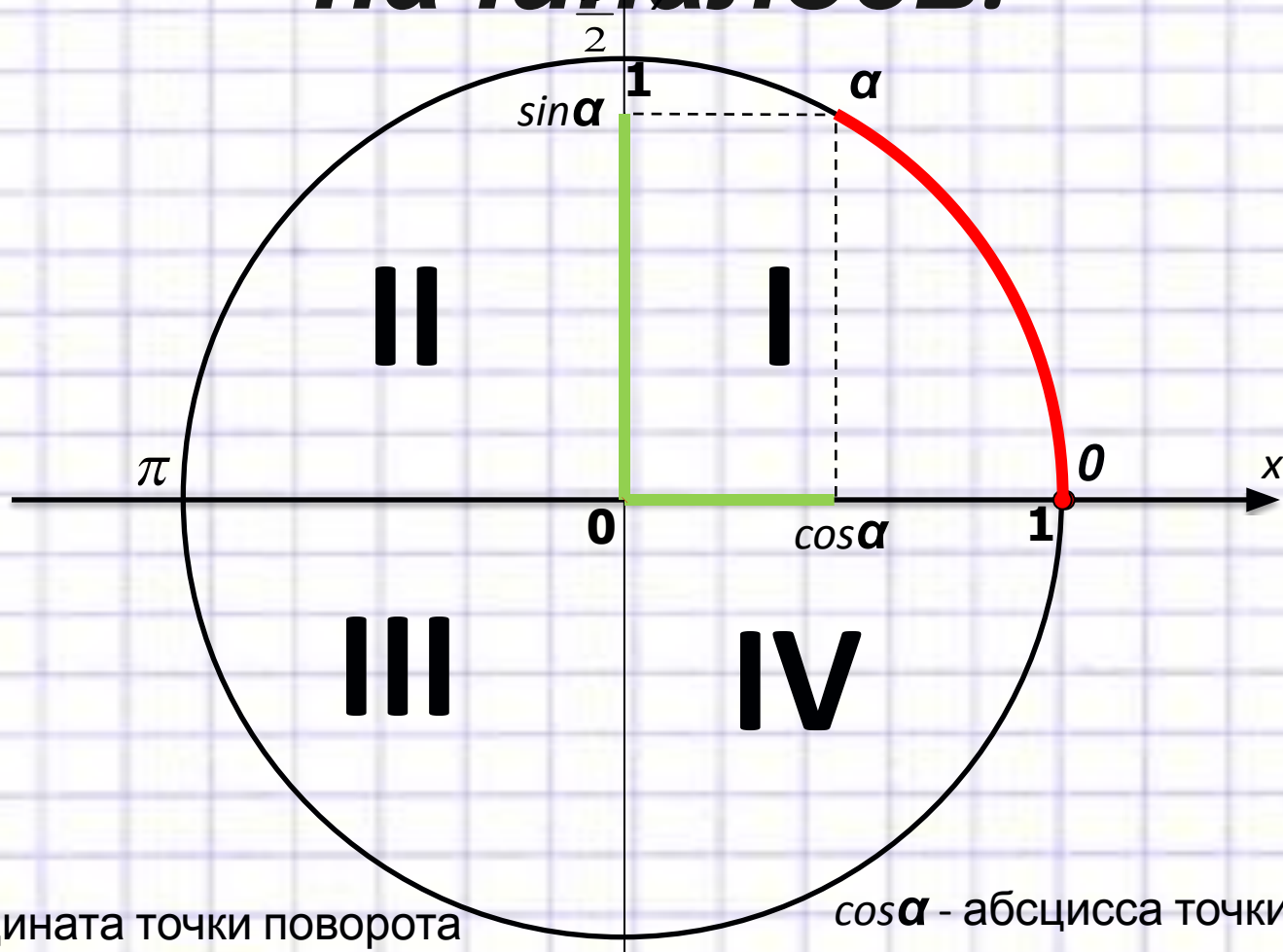
формулы тригонометрии

π t α 2
 s m a s 4 5°
 2 2 2 \cos 2 α

Формулы тригонометрии



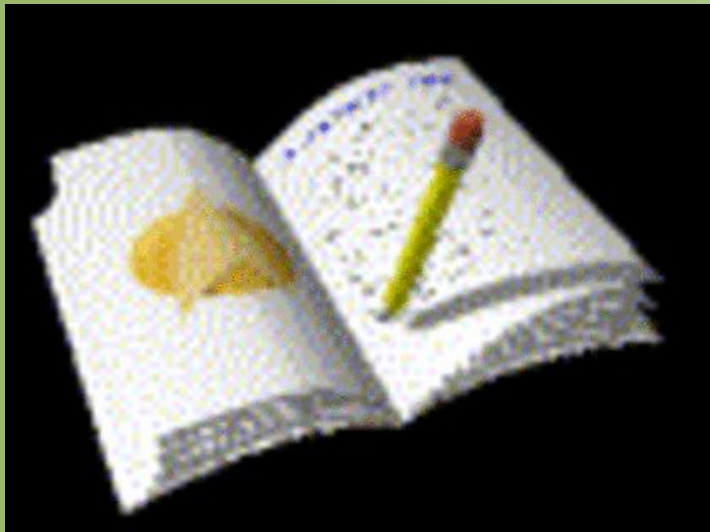
Вспомним, с чего все начиналось:



$\sin \alpha$ - ордината точки поворота

$\cos \alpha$ - абсцисса точки поворота

(под «точкой поворота» следует понимать – «точку единичной тригонометрической окружности, полученной при повороте на α радиан от начала отсчета»)



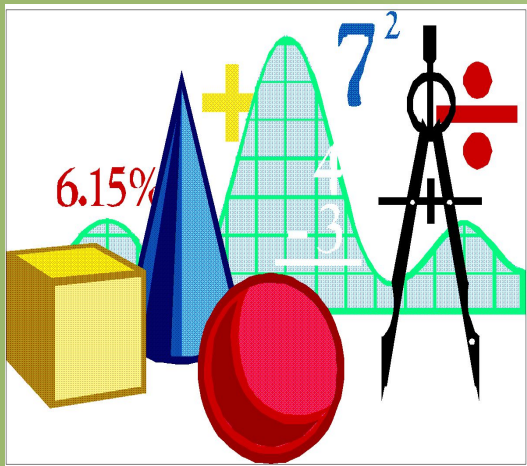
**Основное
тригонометрическое
тождество**

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha * \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

Пример

$$\begin{aligned} & (\cos^2 \alpha * \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha * \operatorname{ctg}^2 \alpha) + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ & = \cancel{\cos^2 \alpha} * \frac{\sin^2 \alpha}{\cancel{\cos^2 \alpha}} + \cancel{\sin^2 \alpha} * \frac{\cos^2 \alpha}{\cancel{\sin^2 \alpha}} + \\ & + \operatorname{ctg}^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ & = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$



Формулы сложения

$$1. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$2. \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$3. \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$4. \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$5. \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$6. \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы двойного угла

$$1. \sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \sin\alpha \cos\alpha$$

$$2. \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$3. \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$



Формулы половинного угла

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2};$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Очень важные следствия из этих формул

$$1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$$

$$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$$

Формулы приведения

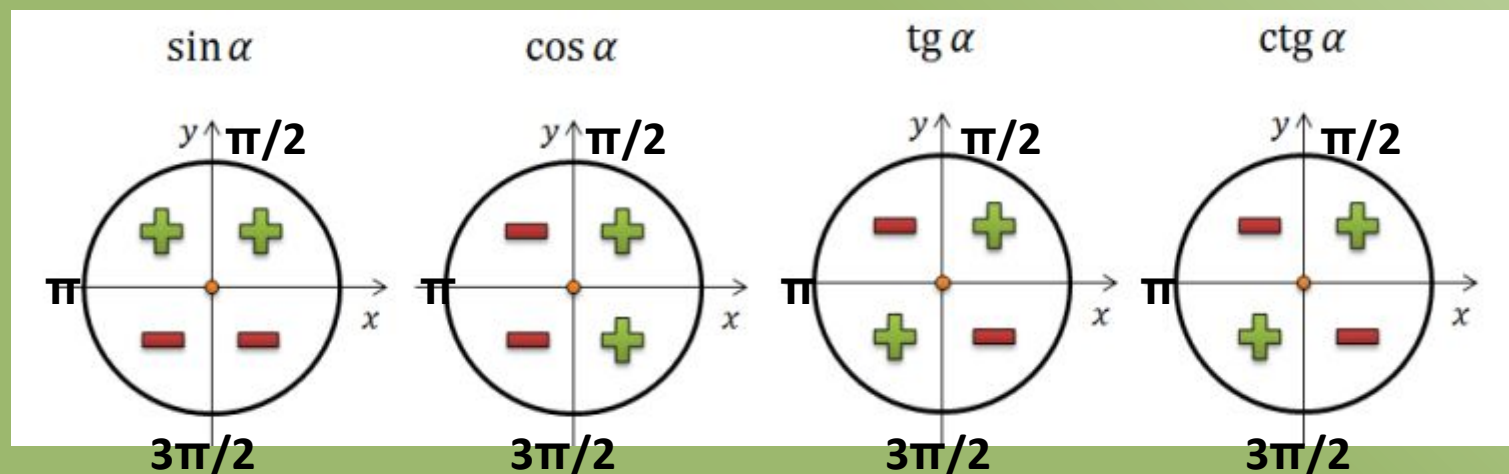
- $(\pi \pm \alpha)$ не меняется
- $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ или $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$

$\sin \alpha$

$\cos \alpha$

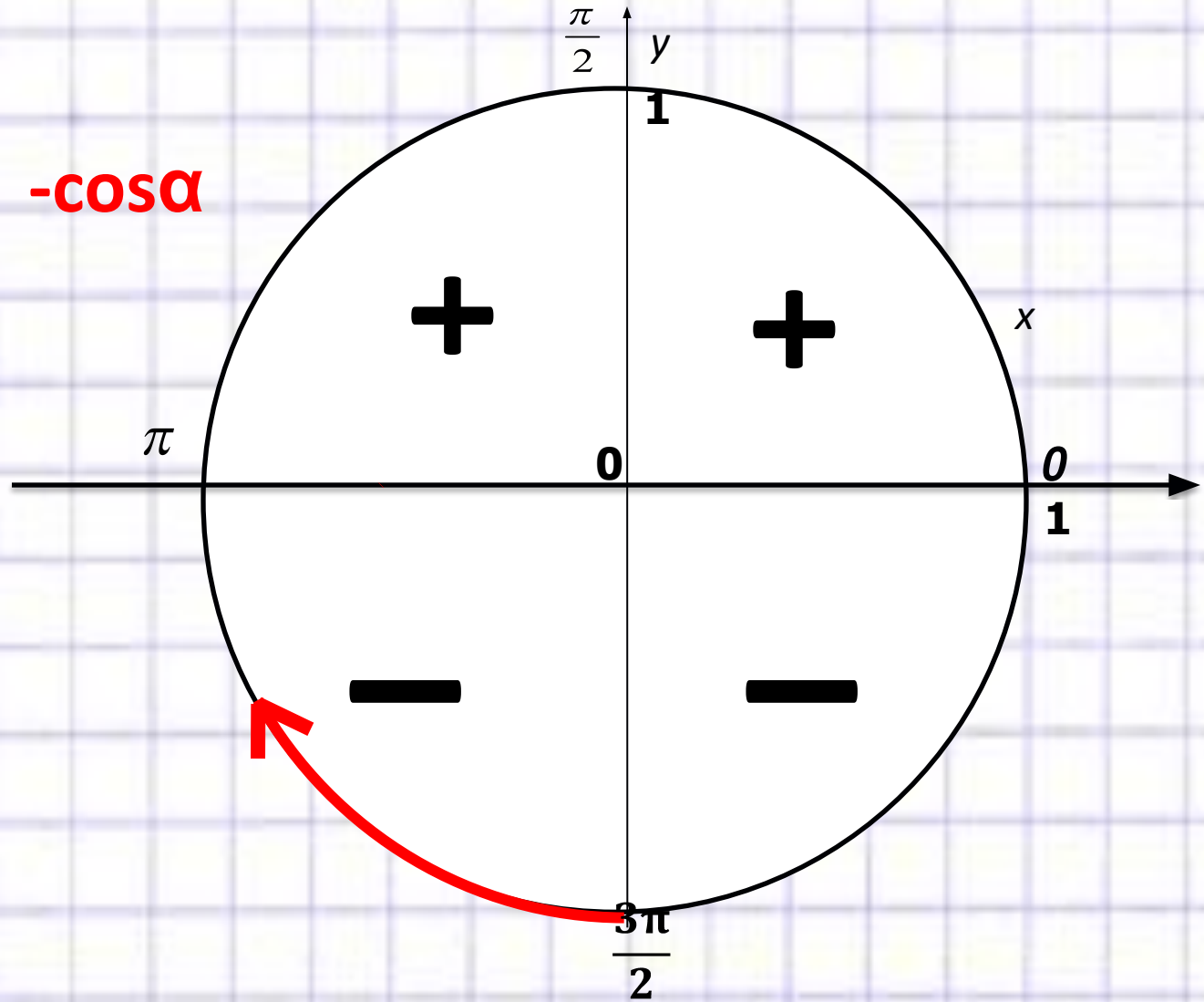
$\operatorname{ctg} \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha$



Пример

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha$$



Формулы суммы и разности

$$1. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

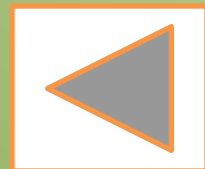
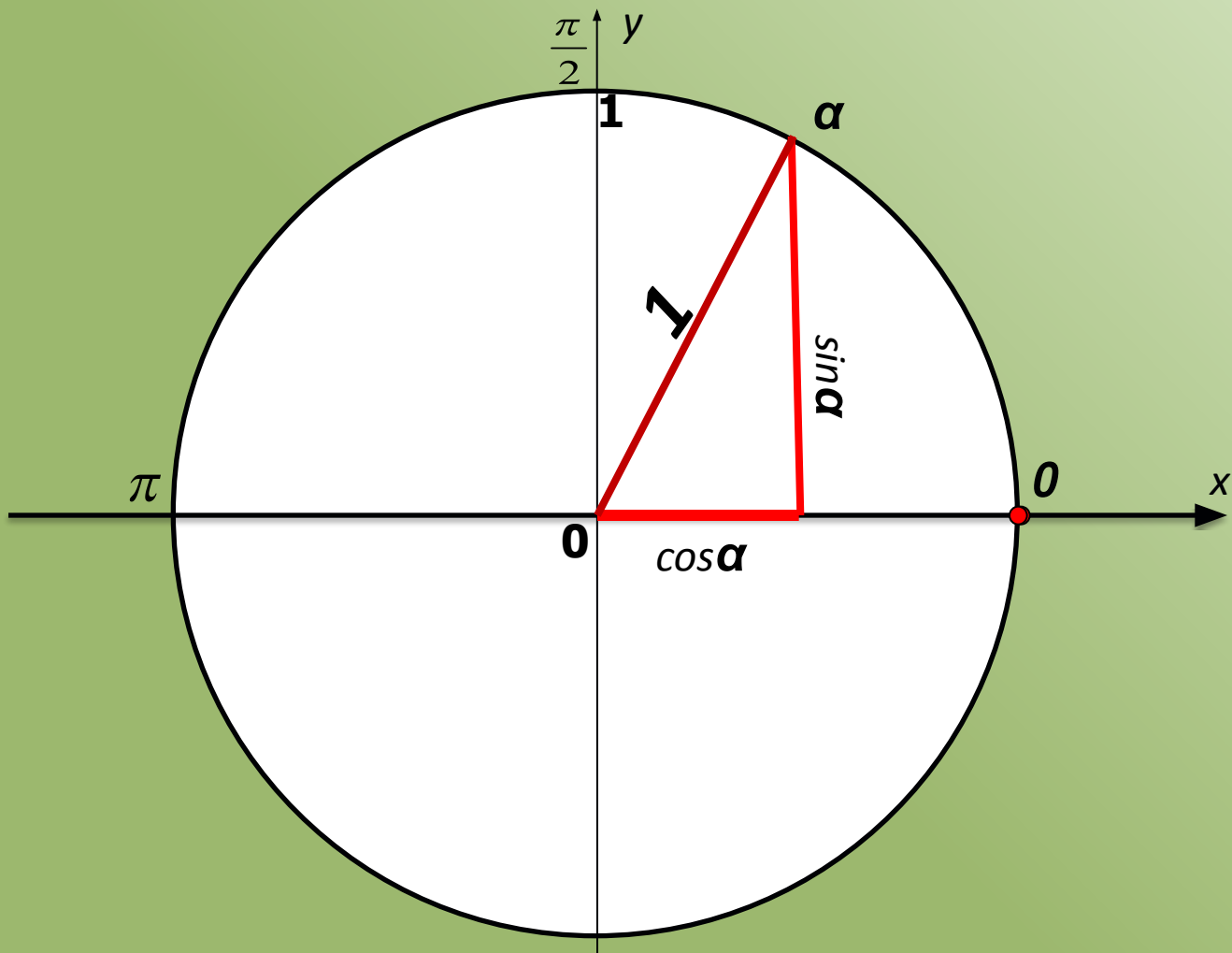
$$3. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$4. \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$5. \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$6. \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$





Вывод формул

$$1 = \sin^2 \alpha / 2 + \cos^2 \alpha / 2 \quad (1)$$



$$\cos \alpha = \cos^2 \alpha / 2 - \sin^2 \alpha / 2 \quad (2)$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \alpha / 2$$

$$\cos^2 \alpha / 2 = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$



Проверь себя!

- [Вариант 1](#)
- [Вариант 2](#)

