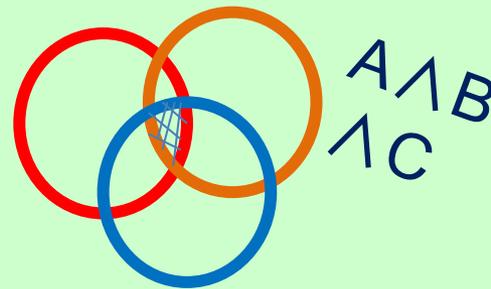
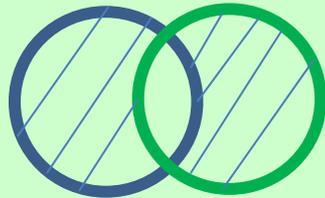


$A \vee B$



Элементы алгебры ЛОГИКИ.

2. Упрощение логических выражений

Законы логики

Закон

- Закон тождества
- Закон непротиворечия
- Закон исключения третьего
- Закон двойного отрицания
- Законы де Моргана
- Правило коммутативности
- Правило ассоциативности
- Правило дистрибутивности
- Законы включения констант
- Закон поглощения
- Закон исключения (склеивания)
- Другие законы

Примеры

Задания

Закон тождества

Всякое высказывание тождественно самому себе:

$$A = A$$



Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если высказывание A — истинно, то его отрицание $\neg A$ должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

$$A \ \& \ \neg A = 0$$



Закон исключения третьего

Результат логического сложения
высказывания и отрицания его всегда
принимает значение истина:

$$A \vee \neg A = 1$$



Закон двойного отрицания

Двойное отрицание некоторое высказывание, равно исходному высказыванию:

$$\neg \neg A = A$$



Законы де Моргана

Отрицание дизъюнкции высказываний
равнозначно

конъюнкции отрицаний этих высказываний:

$$\neg(A \vee B) = \neg A \ \& \ \neg B$$

Отрицание конъюнкции высказываний
равнозначно

дизъюнкции отрицаний этих высказываний:

$$\neg(A \ \& \ B) = \neg A \ \vee \ \neg B$$



Правило КОММУТАТИВНОСТИ

В алгебре высказываний можно менять местами логические переменные при операциях логического умножения и логического сложения:

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = A \vee B$$

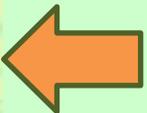
Правило ассоциативности

Можно пренебрегать скобками в логическом выражении, если в нем используются только операция логического умножения или только операция логического сложения:

Логическое умножение Логическое сложение

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$



Правило

дистрибутивности

В алгебре логики за скобки можно выносить как общий множитель, так и общее слагаемое:

Дистрибутивность умножения
относительно сложения

$$(A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ C) = A \ \& \ (B \ \vee \ C)$$

Дистрибутивность сложения относительно
умножения

$$(A \ \vee \ B) \ \& \ (A \ \vee \ C) = A \ \vee \ (B \ \& \ C)$$



Законы исключения констант

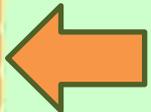
$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A;$$
$$A \wedge 1 = A, \quad A \wedge 0 = 0.$$



Закон поглощения

$$A \vee (A \wedge B) = A;$$

$$A \wedge (A \vee B) = A.$$



Закон исключения (склеивания)

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) = B;$$
$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) = B$$



Другие законы

$$A \Rightarrow B = \neg A \vee B;$$

$$\neg (A \Rightarrow B) = A \wedge \neg B$$

$$A \Leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

$$A \Rightarrow B = (\neg A \vee B) \wedge (A \Rightarrow B).$$

Примеры

Упростить логическое выражение:

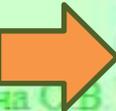
$$(A \& B) \vee (A \& \neg B).$$

1. Воспользуемся правилом дистрибутивности и вынесем за скобки A:

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B) = A \& (B \vee \neg B).$$

2. По закону исключенного третьего $B \vee \neg B = 1$, следовательно:

$$A \& (B \vee \neg B) = A \& 1 = A.$$



Примеры

Упростить логическое выражение:

$$(A \vee B) \& (A \vee C).$$

1. Раскроем скобки: $(A \vee B) \& (A \vee C) = A \& A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C$;

3. Так как $A \& A = A$, следовательно:

$$A \& A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C = A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C$$
;

4. В высказываниях A и $A \& C$ вынесем за скобки A и используя свойство $A \vee 1 = 1$, получим:

$$A \vee A \& C \vee B \& A \vee B \& C = A \& (1 \vee C) \vee B \& A \vee B \& C = A \vee B \& A \vee B \& C$$
;

5. Аналогично предыдущему пункту вынесем за скобки

высказывание A :

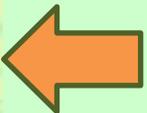
$$A \vee B \& A \vee B \& C = A \& (1 \vee B) \vee B \& C = A \vee B \& C.$$

Задание 1

Упростить выражение $\neg(A \vee B) \wedge \neg C$

Преобразуем в соответствии с законом де Моргана:

$$\neg(A \vee B) \wedge \neg C = \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$



Задание 2

Упростить выражение $\neg(A \vee B) \wedge \neg C$

Преобразуем в соответствии с законом де Моргана:

$$\neg(A \vee B) \wedge \neg C = \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$$



Задание 3

Упростить логическое выражение:

$$\neg(A \vee \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee A \& B$$

1. Раскроем инверсию сложных выражений, используя законы де Моргана:

$$\neg(A \vee \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee A \& B = \neg A \& B \vee \neg A \& \neg B \vee A \& B$$

2. Вынесем за скобки в первых двух слагаемых и используем закон исключения третьего $B \vee \neg B = 1$:

$$\neg A \& B \vee \neg A \& \neg B \vee A \& B = \neg A \& (B \vee \neg B) \vee A \& B = \neg A \vee A \& B$$

3. Применяем распределительный закон для операции «И» и еще раз закон исключения третьего $A \vee \neg A = 1$:

$$\neg A \vee A \& B = (\neg A \vee A) \& (\neg A \vee B) = \neg A \vee B$$

Источники литературы

[Законь логики <http://markx.narod.ru/bool/zaklog.htm>](http://markx.narod.ru/bool/zaklog.htm)

[Упрощение логических выражений](https://sites.google.com/site/marratashalogica/zakony-logiki/uprosenie-logiceskih-vyrazenij)

<https://sites.google.com/site/marratashalogica/zakony-logiki/uprosenie-logiceskih-vyrazenij>

Основы логики и логические основы компьютера http://mir-logiki.ru/log_zakoni

Спасибо за внимание