

Методы решений иррациональных уравнений

«Способности, как и все
мускулы, растут при
тренировке»

Академик В. А. Обручев

Цель урока

- обобщение и систематизация способов решения иррациональных уравнений,
- формирование у воспитанников способностей к самостоятельному
- построению новых способов решения более сложных типов иррациональных уравнений.

Какие из уравнений являются иррациональными?

A. $\sqrt[3]{3x - 7} = -5,$

B. $\sqrt{2}x + 4x^2 = 0,$

C. $\sqrt[4]{7x + 8} = 3,$

D. $\sqrt{x + 3} = x - 4,$

E. $\sqrt{6x + 8} + 2 - x = 0.$

Обсудите в парах:

Является ли число x_0 корнем уравнения:

$$1. \sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{x-2}, \quad x_0 = 2.$$

$$2. \sqrt{2x+1} - 2 = 0, \quad x_0 = 8.$$

$$3. \sqrt{4-x} = \sqrt{4+x}, \quad x_0 = 0.$$

**Докажите, что уравнение не
имеет корней:**

1. $\sqrt[4]{x^2 - 4} + 3 = 0,$

2. $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x - 4} = 0,$

3. $\sqrt{2x + 5} + \sqrt{x} = -32,$

4. $\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(2+x)(x^3 - 8)} = 0.$

Установите соответствие:

- $\xi \sqrt[4]{6x + 1} = -4$ A. - 6; 6
- $\xi \sqrt[3]{x + 3} = -3$ B. 1
- $\xi \sqrt{8 - x} = 2$ C. Реш. нет
- $\boxtimes \frac{x}{2 - x} = 1$ D.- 30
- $\xi \boxtimes^2 - 4 = 2$ E. 4

Решите уравнения:

1 вариант

а) $\sqrt[3]{x+3} = -3;$ (-30)

б) $\sqrt[4]{3x+3} = 3;$ (26)

в) $\sqrt{2x+3} = 6-x;$ (3)

г) $\sqrt[4]{x-3} + 6 - \sqrt{x-3} = 0.$ (84)

2 вариант

а) $\sqrt[5]{x^2-4} = 2;$ (-6; 6)

б) $\sqrt[6]{2+4x} = 2;$ (15,4)

в) $\sqrt{3x^2+6x+1} = 7-x;$ (-12; 2)

г) $\sqrt[4]{x-5} - 30 + \sqrt{x-5} = 0$ (630)

Методы решений иррациональных уравнений

«Способности, как и все
мускулы, растут при
тренировке»

Академик В. А. Обручев

$$1. \sqrt[4]{x-3} + 6 - \sqrt{x-3} = 0.$$

Решение

Введём новую переменную.

Пусть $\sqrt[4]{x-3} = a$, $a \geq 0$, тогда $\sqrt{x-3} = a^2$. Получим уравнение $a + 6 - a^2 = 0$. Корни: -2 и 3.

По условию подходит $a = 3$. $\sqrt[4]{x-3} = 3$. $x - 3 = 81$;
 $x = 84$.

Ответ: 84.

$$2. \quad x^2 + 5x + 2 - \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 3$$

Решение

Пусть $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = t \geq 0$, тогда $x^2 + 5x + 2 = t^2 + 1$.

$$t^2 + 1 - t - 3 = 0; \quad t^2 - t - 2 = 0; \quad t_1 = 2, \quad t_2 = -1$$

$t_2 = -1$ — посторонний корень, так как $t_2 \leq 0$.

$\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$. Решая, простейшее иррациональное уравнение получаем корни. $x_1 = -3; \quad x_2 = \frac{1}{2}$.

Ответ: $-3; \frac{1}{2}$.

Иррациональные уравнения
описывают физические процессы
Первая космическая скорость

$$v = \sqrt{Rg}$$

R- радиус Земли. g- ускорение
свободного падения

2. Скорость равноускоренного движения

$$v = \sqrt{2aS}$$

a- ускорение S- перемещение