Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

Сумма (разность) синусов

Сумма (разность) косинусов

Рассмотрим выражение

$$\sin(s+t)+\sin(s-t)$$

$$(\sin s\cos t+\cos s\sin t)+(\sin s\cos t-\cos s\sin t)=$$
$$=2\sin s\cos t$$

Т.о.

$$\sin(s+t)+\sin(s-t)=2\sin s\cos t$$

Введем обозначения:

$$x = s + t, \qquad y = s - t$$

$$x + y = 2s \Rightarrow s = \frac{x + y}{2}$$

$$x - y = 2t \Rightarrow t = \frac{x - y}{2}$$

Заменим $s+t$ на x , $s-t$ на y

s на $\dfrac{x+y}{2}$, t на $\dfrac{x-y}{2}$

тогда

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

Учитывая, что $-\sin y = \sin(-y)$

находим

$$\sin x - \sin y = \sin x + \sin(-y) =$$

$$= 2\sin\frac{x+(-y)}{2}\cos\frac{x-(-y)}{2} =$$

$$= 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

Получили формулу:

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

Рассмотрим выражение

$$\cos(s+t)+\cos(s-t)$$

$$(\cos s\cos t-\sin s\sin t)+(\cos s\cos t+\sin s\sin t)=$$
$$=2\cos s\cos t$$

Т.о.

$$\cos(s+t)+\cos(s-t)=2\cos s\cos t$$

Введем обозначения:

$$x = s + t, \quad y = s - t$$

Получим:

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

Аналогично получаем

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$