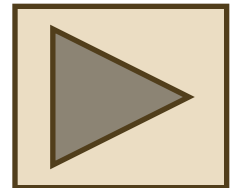


Электронный учебник

Тема: Решение уравнений и неравенств, содержащих параметр, с использованием параллельного переноса вдоль оси Oy

Разработала:
учитель математики МБОУ Ляличская СОШ
Коноваленко Алла Валерьевна



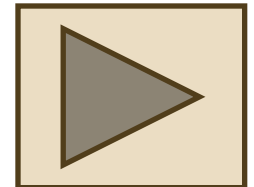
Изучите следующий теоретический материал:

Название группы уравнений (неравенств)

Уравнения (неравенства) вида $f(x) = \varphi(x; a)$ ($f(x) > \varphi(x; a)$), где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых, параллельных оси Ox

Отличительный признак данной группы задач

Требования этих задач содержат слова: «при каких значениях параметра уравнение (неравенство) имеет заданное количество корней»



Выберите уравнения (неравенства), которые относятся к группе уравнений (неравенств) вида $f(x) = \varphi(x; a)$ ($f(x) > \varphi(x; a)$), где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых, параллельных оси Ox :

- 1) При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16 - x^2} - c = x$ имеет единственное решение?
- 2) При каких значениях b уравнение $\sqrt{x + b} = x + 3$ имеет единственное решение?
- 3) Сколько решений в зависимости от параметра a имеет уравнение $|x + 2| = ax + 1$?
- 4) При каких значениях a неравенство $\sqrt{1 - x^2} + x > a$ имеет решение?

1; 4

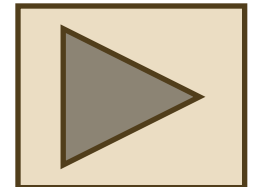
1; 2

3; 4

2; 3

Изучите алгоритм решения

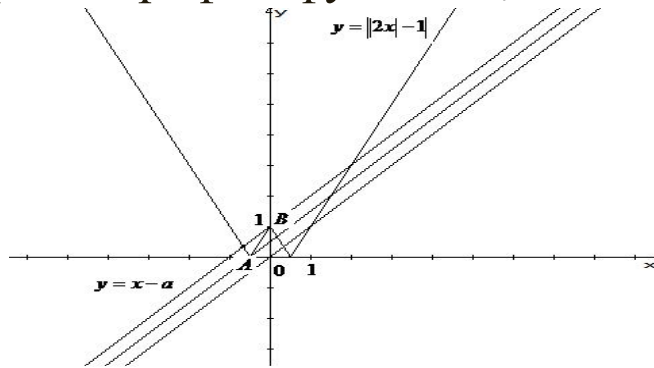
1. Привести уравнение (неравенство) к виду $f(x) = \varphi(x; a)$ ($f(x) > \varphi(x; a)$), где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых.
2. Построить график функции $y = f(x)$.
3. Построить график функции $y = \varphi(x; a)$, где $a = 0$.
4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, найти ситуацию, отвечающую требованию задачи.
5. Ответить на вопрос задачи.



Изучите пример решения задания: При каких значениях параметра a уравнение $x - a = ||2x| - 1|$ имеет ровно три корня?

Решение.

1. Приводим уравнение к виду $f(x) = \varphi(x; a)$, где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых: $||2x| - 1| = x - a$.
2. Строим график функции $y = ||2x| - 1|$.
3. Строим график функции $y = x - a$, где $a = 0$.

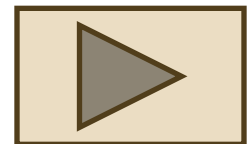


4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: при каких значениях параметра уравнение имеет ровно три корня?

Уравнение имеет ровно три корня в двух случаях: если прямая $y = x - a$ проходит через точку $A(-0,5;0)$ и если прямая $y = x - a$ проходит через точку $B(0;1)$.

5. Отвечаем на вопрос задачи: *уравнение имеет ровно три корня при $a = -1$ и при $a = -0.5$.*

Ответ: $-1; -0,5$.



Решите задачу

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ имеет единственное решение?

Первый шаг алгоритма

Приводим уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ к виду $f(x) = \varphi(x; c)$, где функция $\varphi(x; c)$ задает семейство прямых.

а

$$-\sqrt{16-x^2} - x = c$$

б

$$c = -x + \sqrt{16-x^2}$$

в

$$-\sqrt{16-x^2} = x + c$$

г

$$-c - x = \sqrt{16-x^2}$$

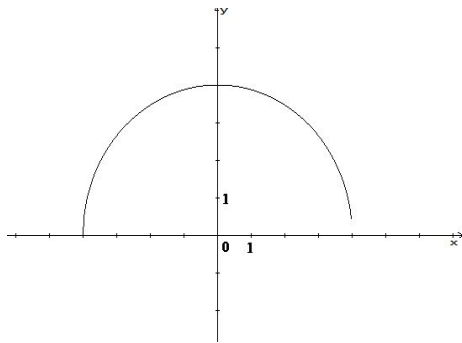
Решите задачу

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ имеет единственное решение?

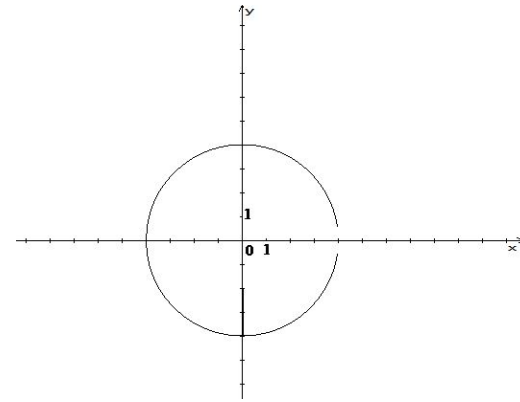
Второй шаг алгоритма

Строим график функции $y = f(x)$ $y = -\sqrt{16-x^2}$

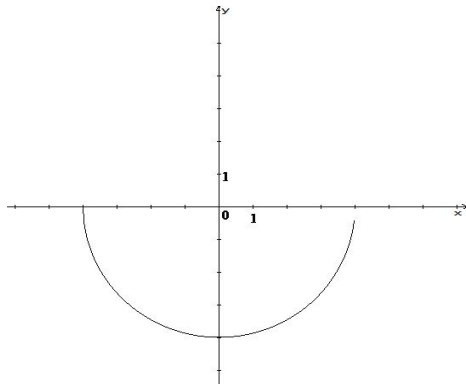
а



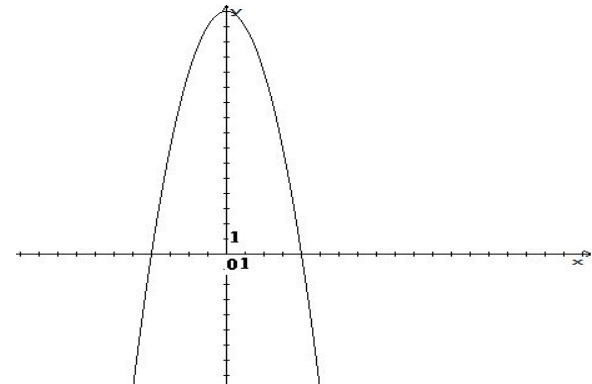
в



б



г



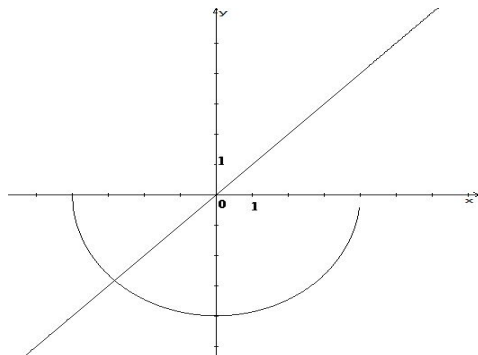
Решите задачу

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ имеет единственное решение?

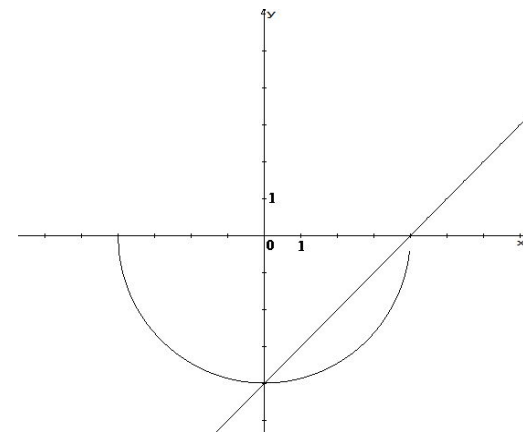
Третий шаг алгоритма

Строим график функции $y = \varphi(x; c)$, где $c = 0$: $y = x$

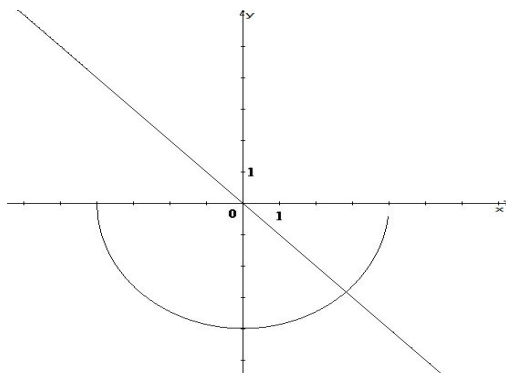
а



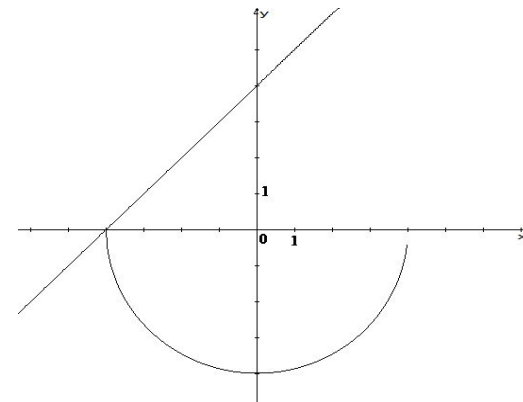
в



б



г

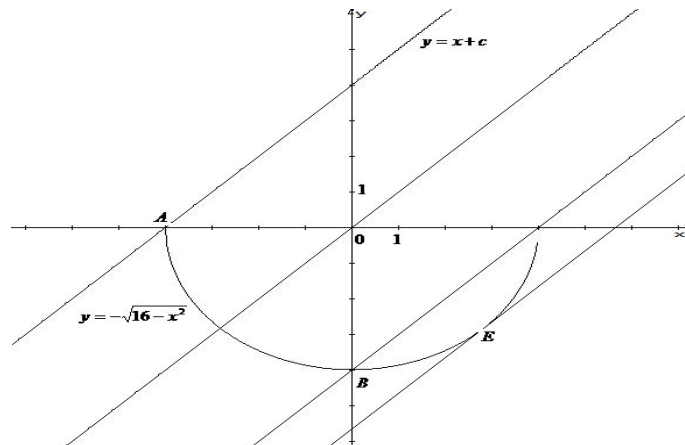


Решите задачу

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ имеет единственное решение?

Четвертый шаг алгоритма

Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: при каких значениях параметра уравнение имеет единственное решение.



а

$$-4 < c \leq 4$$

в

В точке касания

б

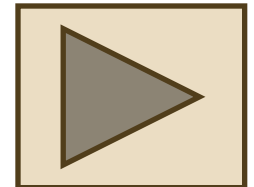
$-4 < c \leq 4$ и в точке касания

г

$$c \leq 4$$

Найдите значение параметра в точке касания по алгоритму:

- 1) Найти абсциссу точки касания прямой $y = \varphi(x; c)$ к графику функции $y = f(x)$:
 - а) найти $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$;
 - б) найти $k_{\text{кас}}$ из уравнения прямой $y = \varphi(x; c)$;
 - в) составить уравнение $f'(x_0) = k_{\text{кас}}$ и решить его.
- 2) Найти значение параметра c , подставив в уравнение $f(x) = \varphi(x; c)$ значение x_0 .



Значение параметра в точке касания равно:

а

$$c = -4$$

б

$$c = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

в

$$c = -4\sqrt{2}$$

г

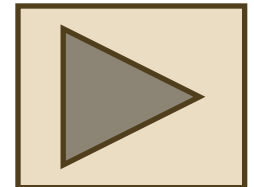
$$c = 4\sqrt{2}$$

Решите задачу

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ имеет единственное решение?

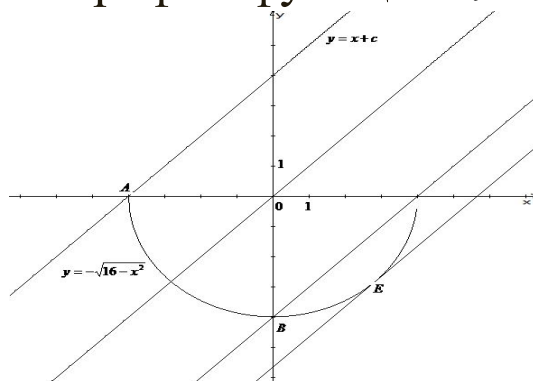
Пятый шаг алгоритма

Отвечаем на вопрос задачи: *уравнение имеет единственное решение при $-4 < c \leq 4$ и при $c = -4\sqrt{2}$.*



Прочитайте и внесите изменения в свое решение

1. Приводим уравнение $-\sqrt{16-x^2} - c = x$ к виду $-\sqrt{16-x^2} = x+c$.
2. Строим график функции $y = -\sqrt{16-x^2}$
3. Строим график функции $y = x$



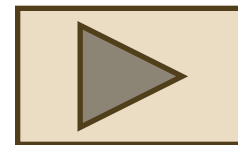
4. Уравнение имеет единственное решение при $-4 < c \leq 4$ и в точке касания. Найдем значение параметра в точке касания:

$$y'(x_0) = \frac{x_0}{\sqrt{16-x_0^2}}, \quad k_{\text{кас}} = 1, \quad \frac{x_0}{\sqrt{16-x_0^2}} = 1 \Rightarrow x_0 = 2\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{16-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2} + c \Rightarrow c = -4\sqrt{2}$$

5. Уравнение имеет единственное решение при $-4 < c \leq 4$ и при $c = -4\sqrt{2}$

Ответ: при $-4 < c \leq 4$ и при $c = -4\sqrt{2}$.



Решите задачу

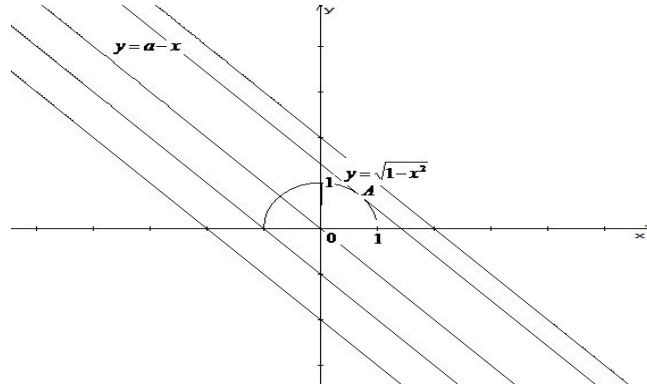
При каких значениях параметра a
неравенство $\sqrt{1-x^2} + x > a$ имеет решение?

Проверить

При каких значениях параметра a неравенство $\sqrt{1-x^2} + x > a$ имеет решение?

Решение.

1. Приводим неравенство $\sqrt{1-x^2} + x > a$ к виду $\sqrt{1-x^2} > a-x$.
2. Строим график функции $y = \sqrt{1-x^2}$
3. Строим график функции $y = -x$



4. Неравенство имеет решение при значениях параметра a , в которых прямая $y = a - x$ лежит ниже прямой, проходящей через точку касания.

Найдем значение параметра в точке касания:

$$y'(x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \quad k_{\text{кас}} = -1 \quad -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} = -1 \quad \Rightarrow x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

5. Неравенство имеет решение при $a < \sqrt{2}$.

Ответ: при $a < \sqrt{2}$.

Верно

Неверно

Домашнее задание

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $||5x| - 10| = a + 3x$ имеет ровно три различных решения. Для каждого полученного значения найдите все эти решения.