



ЗАДАЧИ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ, СМЕСИ И СПЛАВЫ

**Прототип задач №12, алгебра
2часть.**

Методическая разработка учителя математики МОУ
«СОШ р.п. Духовницкое Саратовской области
Кувшиновой О.И.

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математи-ческого развития, глубины освоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение текстовых задач. Чтобы решить задачу нужно учить обучающихся составлять план её решения, который может включать следующие этапы:

1. Анализ задачи.
2. Схематическая запись задачи.
3. Поиск способа решения задачи.
4. Осуществление решения задачи.
5. Проверка решения задачи.
6. Исследование задачи.
7. Формулирование ответа задачи.
8. Анализ решения задачи.

Как показывает опыт моей работы, наибольшую трудность из всех типов текстовых задач представляют задачи на концентрацию, смеси и сплавы. И мне хотелось бы поделиться некоторыми приемами и методами решения задач этого типа.

Задачи на анимированных слайдах можно использовать для устного счета, они являются стандартными подзадачами нестандартных задач.

10 г



240 г

$$\text{КОНЦЕНТРАЦИЯ} = \frac{\text{масса соли}}{\text{масса всего раствора}} \cdot 100\%$$

В сосуд налили 240 г воды и положили 10 г соли. Найдите процентное содержание соли в растворе.

Через некоторое время 50 г воды испарилось. Какое теперь стало процентное содержание соли в растворе?



Задача 1. Смешали три раствора сахара массой по 200г каждый. Какова концентрация получившегося раствора.

Решение. Практически все задачи на концентрацию решаются с помощью формулы из химии $n_1m_1 + n_2m_2 + n_3m_3 = n_4m_4$, где n_i -концентрация вещества, m_i – масса раствора.

Составим таблицу.

Величины	1	2	3	4
Концентрация раствора	14%=0,14	16%=0,16	30%=0,3	x%=0,01x
Масса раствора	200	200	200	600
Масса вещества в растворе	28	32	60	6x

Составим и решим уравнение: $6x=120$, $x=20$.

Ответ: 20% -концентрация нового раствора

Задача 2. Сколько граммов чистой воды нужно добавить к 100 граммам 60%-го раствора кислоты, чтобы получить 20%-ный раствор?

Величины	Было	Изменения (добавлено)	Стало
% кислоты	60%=0,6	0%	20%=0,2
Масса(г)	100	x	100+x
Масса вещества в растворе (г)	0,6·100=60	0	0,2(100+x)

Уравнение: $0,2(100+x)=60$, $x=29$.

Ответ: 29 граммов.

Задача3. В емкость, содержащую 100 граммов 2% раствора соли, добавили 175 граммов воды, некоторое количество соли и тщательно перемешали полученную смесь. Определите, сколько граммов соли было добавлено, если известно, что после перемешивания получили раствор, содержащий 2,5% соли.

Величины	Было	Изменения (добавлено)		Стало
концентрация	2%=0,02	0%	100%=1	2,5%=0,025
Масса(г)	100	175	x	275+x
Масса вещества в растворе (г)	0,02·100=2	0	x	0,025(275+x)

Уравнение: $0,025(275+x)=2+x$, $x=5$.

Ответ: 5 граммов.

Задача 4. Имеются два сплава, в первом из которых содержится 90% серебра, а во втором - 60% серебра. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы переплавив их, получить новый сплав, содержащий 70% серебра.

Решение.

Запишем условие задачи в виде таблицы.

Пусть масса первого сплава – x , а второго сплава – y .

Найти: x/y

величины\сплавы	1 сплав	2 сплав	новый сплав
% содержание	90%=0,9	60%=0,6	70%
Масса сплава	x	y	$x+y$
Масса серебра	$0,9x$	$0,6y$	$0,7(x+y)$

Уравнение: $0,9x+0,6y=0,7(x+y)$,

$0,2x=0,1y$. Разделим обе части уравнения на $0,2y$, получим: $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

Ответ: в отношении 1:2.

Задача 5. Имеются два сплава, состоящие из олова и железа. В первом сплаве содержится 55% железа и 45% олова, а во втором – 80% железа и 20% олова. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы переплавив их, получить новый сплав, в котором масса железа больше массы олова ровно в три раза.

Решение.

Запишем условие задачи в виде таблицы.

Пусть масса первого сплава – x , а второго сплава – y .

Найти: x/y

величины\сплавы	1 сплав		2 сплав		Новый сплав	
	железо	олово	железо	олово	железо	олово
% содержание	55%=0,55	45%=0,45	80%=0,8	20%=0,2		
Масса сплава	x		y		$x+y$	
Масса железа олова	$0,55x$	$0,45x$	$0,8y$	$0,2y$	$0,55x+0,8y$	$0,45x+0,2y$

По условию задачи $0,55x+0,8y > 0,45x+0,2y$ в три раза.

Уравнение: $0,55x+0,8y = 3(0,45x+0,2y)$

$0,8x = 0,2y$. Разделим обе части уравнения на $0,8y$, получим: $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$

Ответ: в отношении 1:4.

Задача 6. Первый сплав состоит из цинка и меди, входящих в него в отношении 1 : 2, а другой сплав содержит те же металлы в отношении 2 : 3. Из скольких частей обоих сплавов можно получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17 : 27?

Решение.

Запишем условие задачи в виде таблицы.

Пусть одна часть первого сплава весит – x кг, а второго сплава – y кг.

Сплавы	Вес цинка (кг)	Вес меди (кг)	Взять для нового сплава (кг)
1 сплав	x	$2x$	$A=3x$
2сплав	$2y$	$3y$	$B=5y$
Новый	$x+2y$	$2x+3y$	

Решение.

По условию

$$\frac{x + 2y}{2x + 3y} = \frac{17}{27},$$

$$27(x + 2y) = 17(2x + 3y),$$

$$27x + 54y = 34x + 51y,$$

$$7x = 3y.$$

Найдем

$$\frac{A}{B} = \frac{3x}{5y} = \frac{21x}{35y} = \frac{3 \cdot 3y}{35y} = \frac{9y}{35y} = \frac{9}{35}$$

Ответ: Сплав надо взять в отношении 9:35

Задача 7. Для приготовления уксуса определенной крепости в сосуд, содержащий 12 л уксусной эссенции, долили 20 л воды. В другом сосуде содержалось 13 л более крепкого уксуса: на 9 л уксусной эссенции приходилось только 4 л воды. Сколько литров уксуса надо перелить из первого сосуда во второй, чтобы уравнивать во втором сосуде содержание уксусной эссенции и воды.

Решение: Пусть перелить из первого сосуда во второй надо x л.

Концентрация уксуса в первом сосуде $n_1 = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$,

концентрация уксуса в другом сосуде $n_2 = \frac{9}{13}$.

Во втором сосуде после перелива x (л) уксуса из первого сосуда концентрация должна стать равной $1/2$
(т. е. одинаковое содержание уксусной эссенции и воды).

Составим и решим уравнение: $\frac{3}{8} \cdot x + 13 \cdot \frac{9}{13} = (x + 13) \cdot \frac{1}{2}$.

$x=20$.

Другой вариант решения . Геометрическая интерпретация для более подготовленных учащихся ($S_1 = S_2$), рис. 1.



$x = 20.$

Ответ 20 литров.

Отношение можно выразить в процентах. $\frac{a}{b} \cdot 100\%$

Процент всхожести семян

Банковский процент

Концентрация раствора

Подходный налог

Крутизна участка дороги

Профсоюзный взнос

Крутизна лестницы

**Рейтинг
популярности**

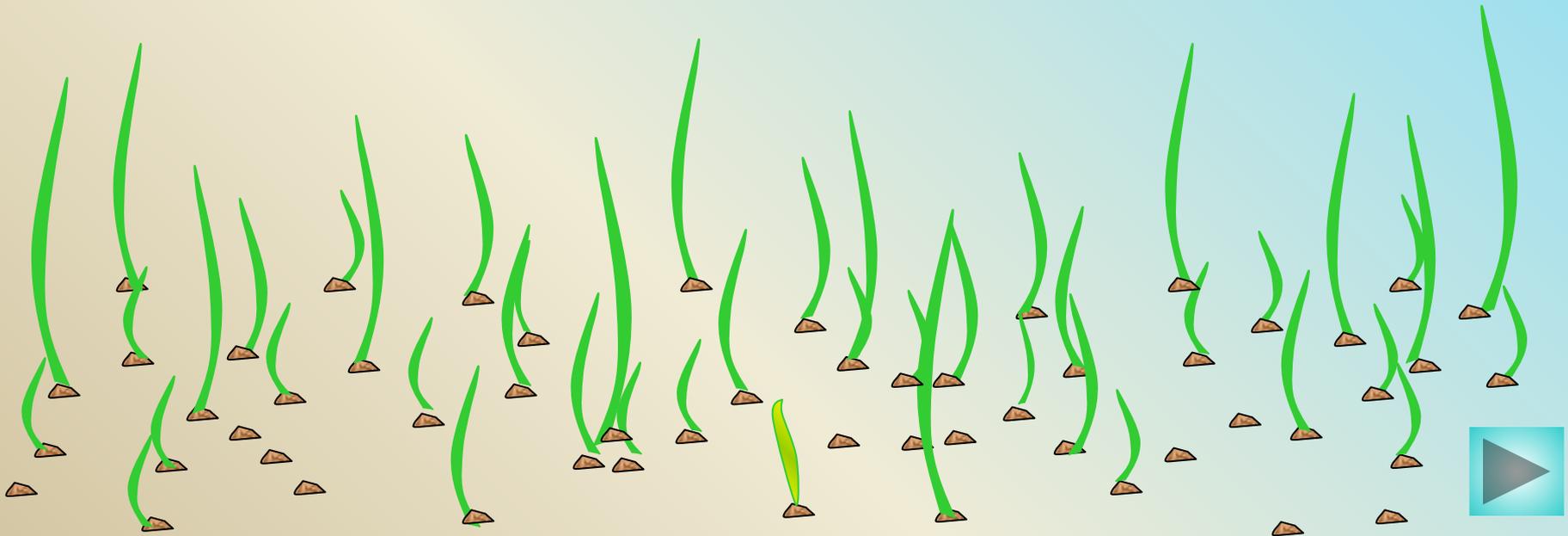
Комиссионный процент

**Учителя в школе вычисляют процент ККО, процент
СОУ, процент посещаемости.**

$$\text{ПРОЦЕНТ ВСХОЖЕСТИ} = \frac{\text{проросло семян}}{\text{все семена}} \cdot 100\%$$

Подсказка

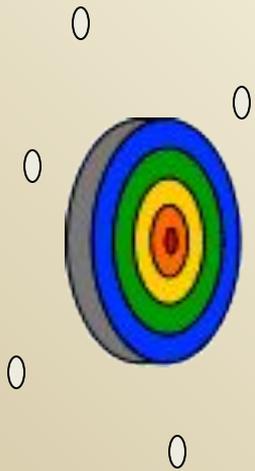
**Для определения всхожести семян посадили 300 семян.
Из них проросло 273. Каков процент всхожести?**



$$\text{ПРОЦЕНТ ПОПАДАНИЙ} = \frac{\text{попадания}}{\text{все выстрелы}} \cdot 100\%$$

Подсказка

Сделано 50 бросков. 5 дротиков пролетели мимо мишени. Определите процент попаданий.



50 выстрелов

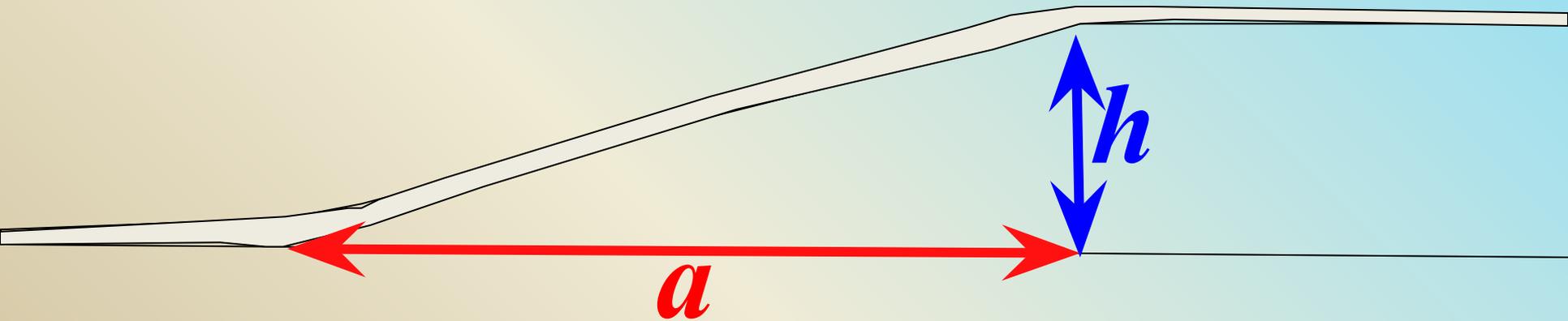
5 промахов



$$\text{крутизна дороги} = \frac{\text{высота подъема}}{\text{горизонтальная протяженность}} \cdot 100\%$$

Подсказка

Чему равна крутизна дороги, если горизонтальная протяженность составляет 1,2 км, а высота спуска 30 м?



$$\% \text{ комиссионного сбора} = \frac{\text{комиссионный сбор}}{\text{стоимость вещи}} \cdot 100\%$$

Комиссионные магазины, продав вещь, берут **комиссионный сбор**, который составляет определенный процент от стоимости вещи.

Подсказка

В одном магазине за вещь стоимостью 4000 руб. взяли комиссионный сбор 240 руб., а в другом за вещь стоимостью 18000 руб. взяли комиссионный сбор 900 руб. В каком из этих магазинов комиссионный сбор больше?

6%



5%



Клиент положил в банк 5000 руб. Через год на его счете стало на 150 руб. больше. Какой процент в год начисляет банк?



В классе 24 ученика.

В календаре красным цветом отмечены дни недели, когда в расписании 6 уроков, синим – 5 уроков.

Пн.	6	13	20	27	
Вт.	7	14	21	28	
Ср.	1	8	15	22	29
Чт.	2	9	16	23	30
Пт.	3	10	17	24	31
Сб.	4	11	18	25	
Вс.	5	12	19	26	

Коля Петров болел с 6^{го} по 20^е включительно,

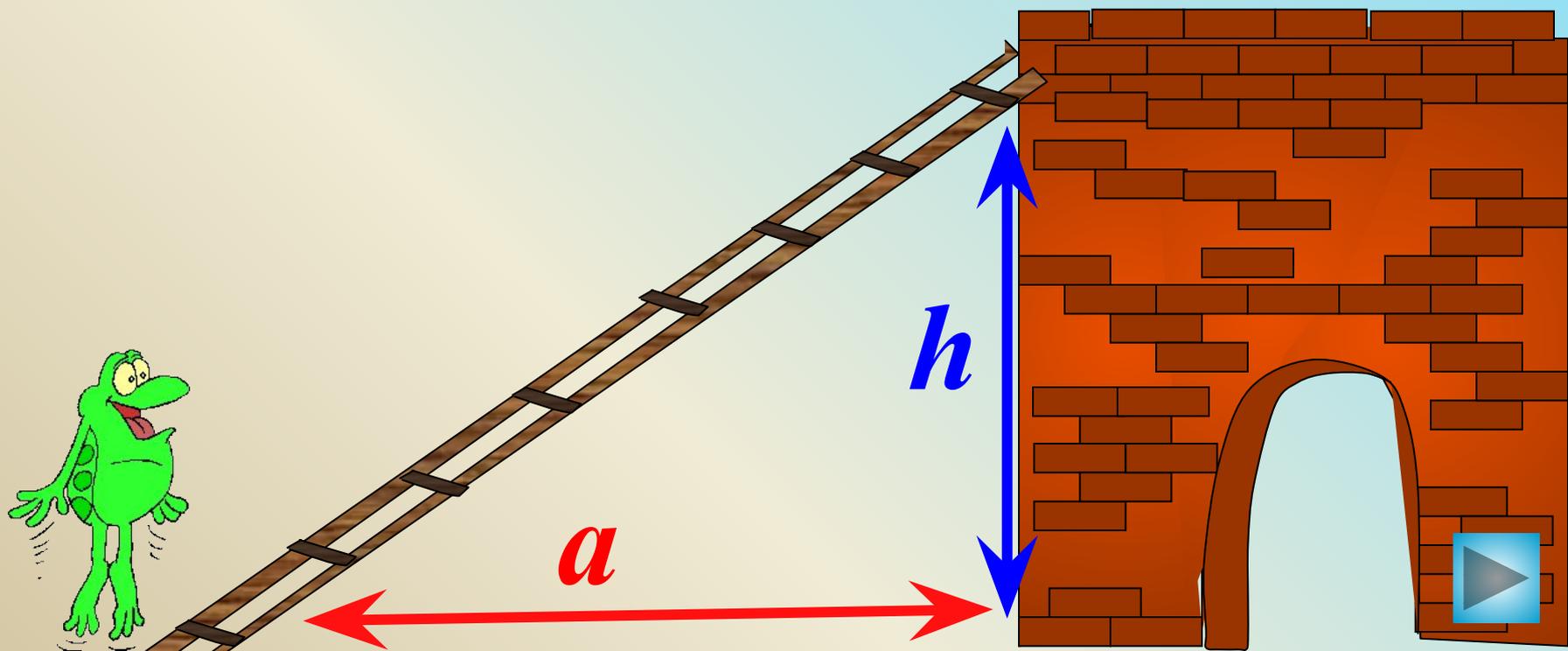
Нина Иванова – с 20^{го} по 30^е.

30^{го} Федя Сахаров ушел после третьего урока, т.к. у него заболел зуб.

Оля Хитрова каждую субботу отсутствовала на первых двух уроках, т.к. у нее болел живот.

Вычисли **процент посещаемости** за этот месяц.

Приставить лестницу к стене можно более круто или более полого. Ее *крутизна* выражается отношением расстояния h от пола до верхнего края лестницы к расстоянию a от нижнего края до стены. В каком случае лестница имеет большую крутизну: если $h=1,5$ м и $a=1,2$ м или если $h=2,4$ м и $a=2$ м?



Процентное отношение удобно для оценивания изменения величины.

Например, новая зарплата составила 150% от старой. Это значит, что зарплата увеличилась на 50% (в 1,5 раза).

Новая зарплата составила 105% от старой – это значит, что зарплата увеличилась на 5%.

На распродаже новая цена платья составила 85% от старой. Это значит, что цена понизилась на 15%.

Чтобы найти, как изменилась величина надо найти отношение

$$\frac{\text{новая величина}}{\text{старая величина}} \cdot 100\%$$

Для спортивного лагеря купили 28 баскетбольных и 35 футбольных мячей.

На сколько процентов меньше баскетбольных мячей, чем футбольных?

На сколько процентов футбольных мячей больше, чем баскетбольных?

$$\frac{28}{35} \cdot 100\% = 80\%$$



Проверить (4)

На 20% меньше баскетбольных мячей.

$$\frac{35}{28} \cdot 100\% = 125\%$$

На 25% больше футбольных мячей.



Рыбак поймал 19,5 кг рыбы, а после вяления ее масса уменьшилась до 11,7 кг.

Сколько процентов своей массы теряет рыба при вялении?

Проверить (2)

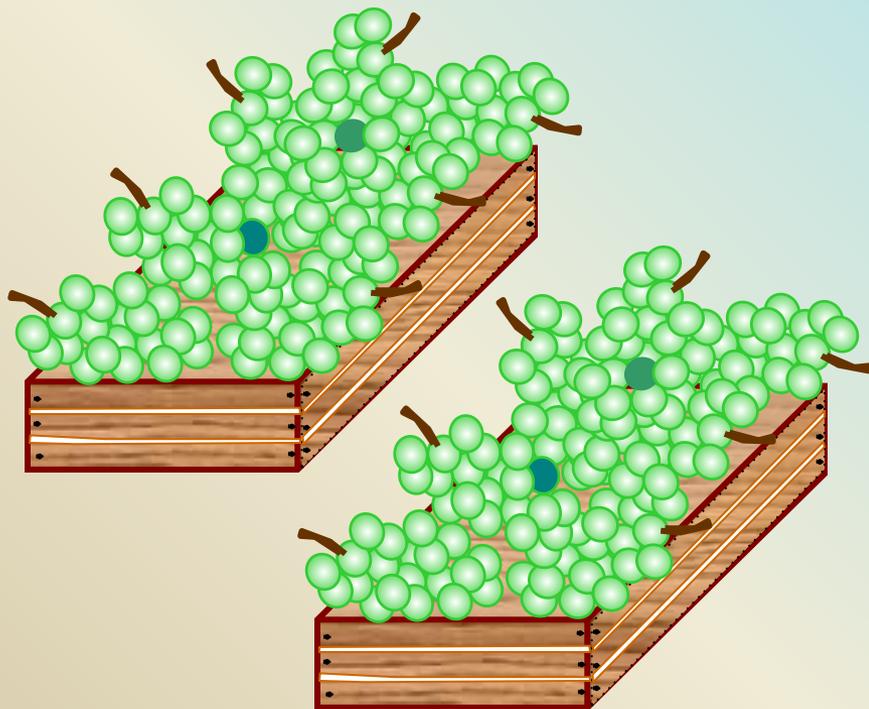
$$\frac{11,7}{19,5} \cdot 100\% = 60\%$$

40% своей массы теряет рыба при вялении.



Бригаде было дано задание собрать 280 ц винограда. Она собрала 350ц. На сколько процентов бригада выполнила план?

На сколько процентов бригада перевыполнила план?



Проверить (2)

$$\frac{350}{280} \cdot 100\% = 125\%$$

На 125% бригада выполнила план.

На 25% бригада перевыполнила план.



Скорость мальчика 4 км/ч, а бабушки 2 км/ч.

На сколько процентов скорость мальчика больше скорости бабушки?

На сколько процентов скорость бабушки меньше скорости мальчика?

Проверить (4)

$$\frac{4}{2} \cdot 100\% = 200\%$$

На 100% больше скорость мальчика.

$$\frac{2}{4} \cdot 100\% = 50\%$$

На 50% меньше скорость бабушки.

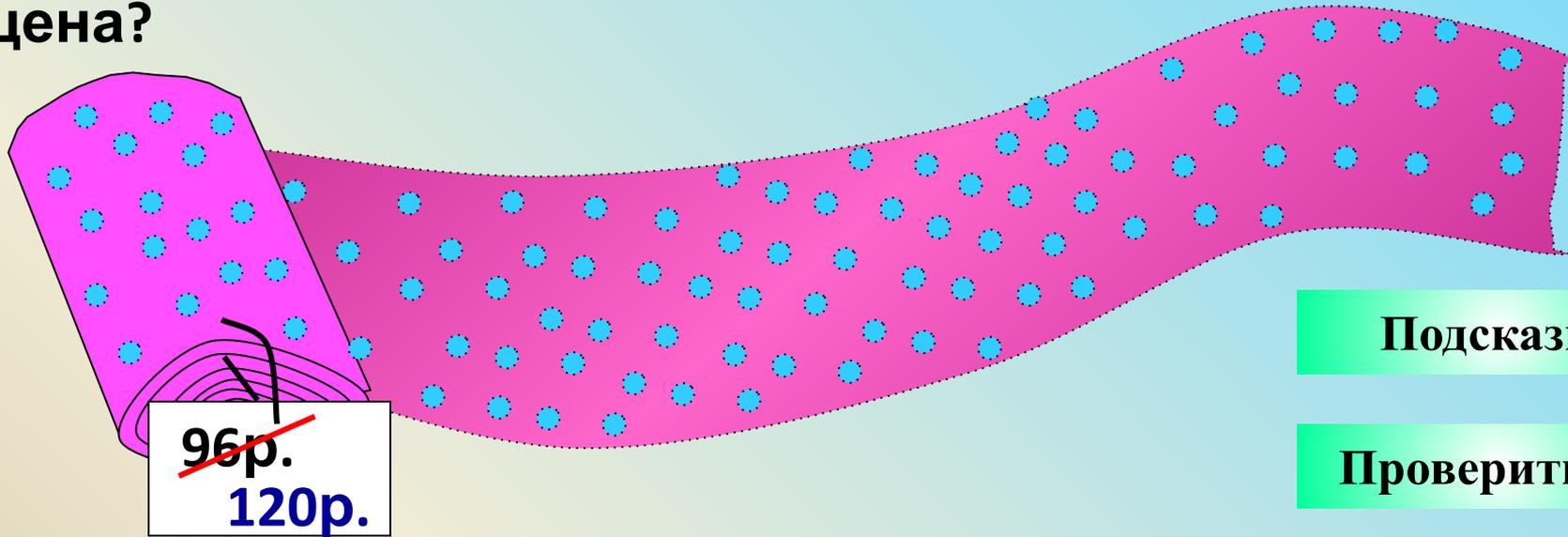


На соревнованиях по бегу Иванов пробежал дистанцию за 73,2 с и его время составило 75% времени, показанного Сергеевым. Кто из них быстрее преодолел дистанцию? Какой результат показал Сергеев?

Схема (3)



Метр ткани до повышения цен стоил 96 руб., а после повышения – 120 руб. На сколько процентов повысилась цена?



Чтобы найти, как изменилась величина надо найти отношение

$$\frac{\text{Новая величина}}{\text{старая величина}} \cdot 100\%$$

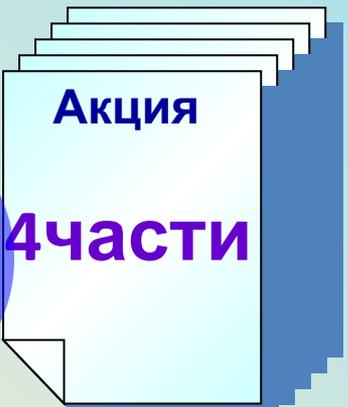
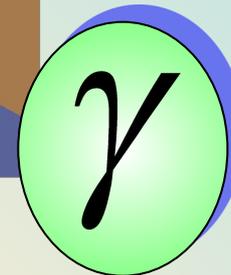
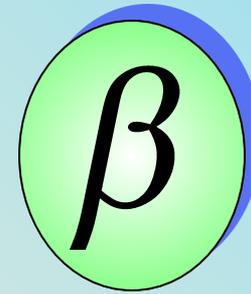
$$\frac{120}{96} \cdot 100\% = 125\%$$

На 25% повысилась цена.



Предприятие выпустило **50 000 акций**.

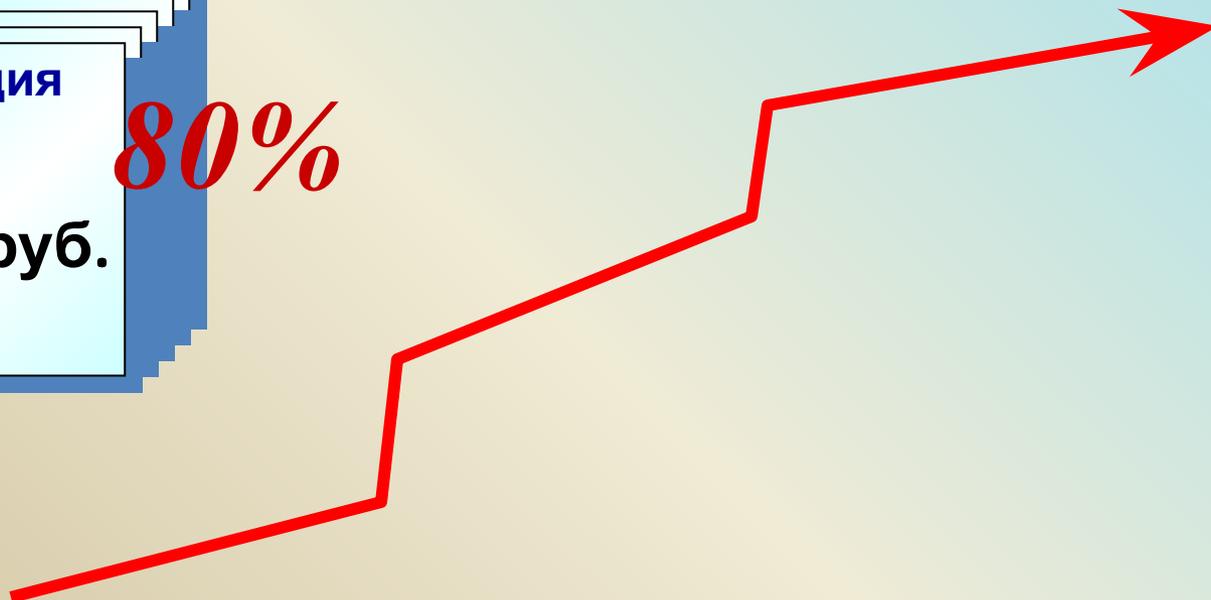
30% всех акций были распределены между работниками предприятия, а остальные проданы трем фирмам – «Альфа», «Бета» и «Гамма» - в отношении 1 : 2 : 4. На сколько больше акций купила фирма «Гамма», чем «Альфа»?



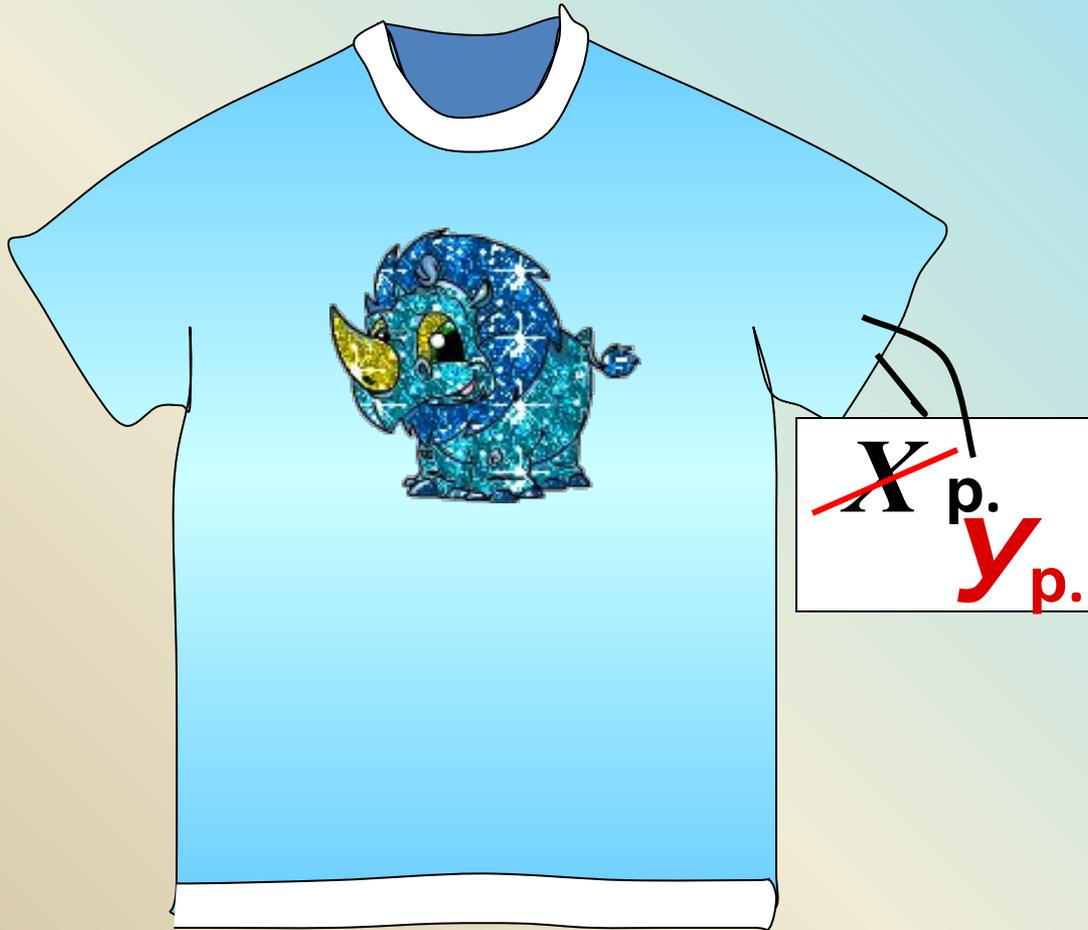
Акции фирмы в январе стоили n руб., что составило **80%** их стоимости в феврале. Какова стала стоимость акций этой фирмы в феврале?

январь

февраль



До снижения цены футболка стоила x руб., а после снижения – y руб. На сколько процентов снизилась цена?



Проверить (2)

$$\frac{x - y}{x} \cdot 100\%$$

Разностное сравнение дает в этих задачах одинаковый результат. Разностное сравнение указывает разность, то есть *на сколько* величины отличаются друг от друга. Кратное сравнение дает качественную оценку этого отличия.

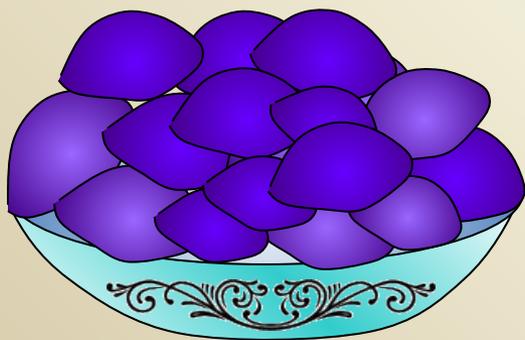
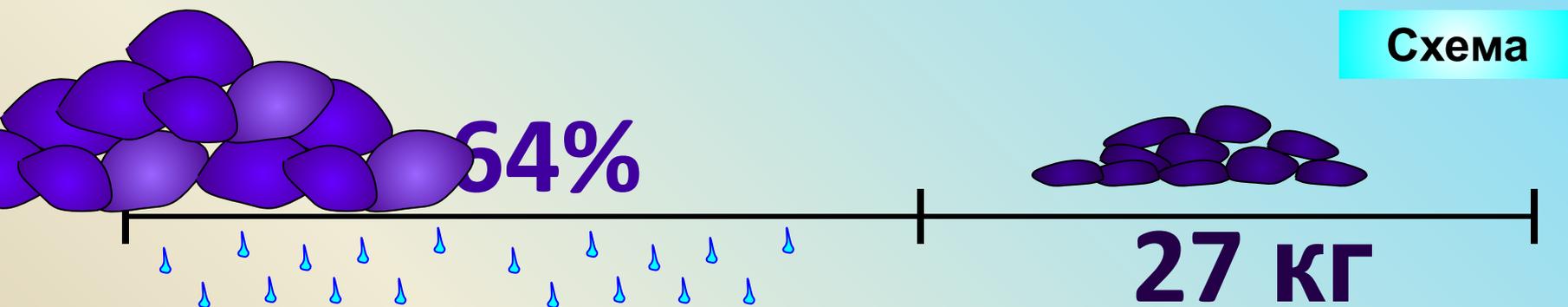
Например.

Если зарплата человека была 200 руб. и увеличилась на 100 руб. Зарплата увеличилась на 50%.

Прибавка является существенной.

Если зарплата была 2000 руб. и увеличилась на 100 руб. – это увеличение на 5%. Прибавка не существенна.

Чернослив при сушке теряет 64% своей массы.
Сколько надо взять свежего чернослива, чтобы
получить 27 кг сушеного?



Использованная литература.

1. Математика 9 класс. Итоговая аттестация 2013.

Предпрофильная подготовка: учебно-методическое пособие/Под редакцией

Д.А. Мальцева, - Ростов –на-Дону. Народное образование. Москва

2. Анимированные слайды: le-savchen.ucoz.ru