

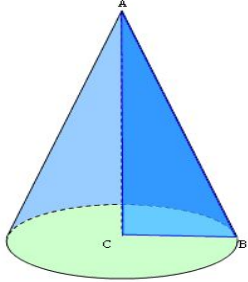
# Домашнее задание:

- **п. 125-127**
- **№ 1214 б, 1220в, 1226а, 1231**



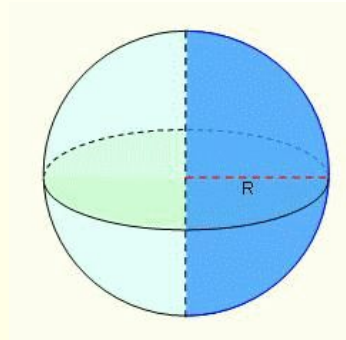
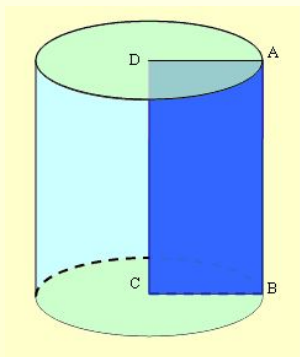
*«Считай несчастным тот день и тот час, в который ты не усвоил ничего, и ничего не прибавил к своему образованию»  
Я.А.Коменский*

\*



# Тела вращения

# Цилиндр. Конус. Сфера и шар.

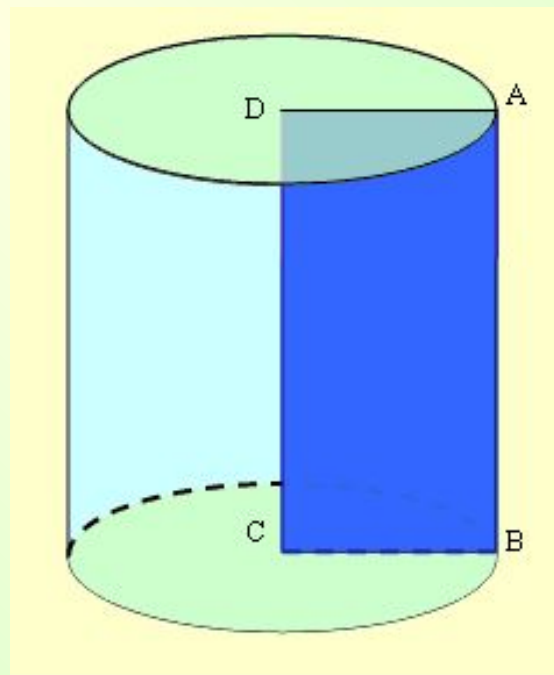


**Логинова Н.В.**  
**учитель математики**  
**МБОУ «СОШ № 16»**  
**г. Ижевска**

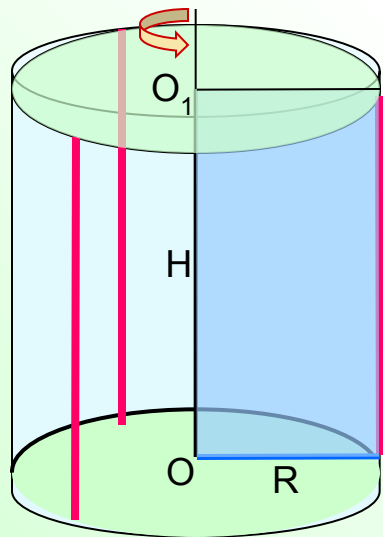
**9 класс**

# ЦИЛИНДР: от греческого «валик, каток»

**Цилиндром** называется тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг оси, проходящей через одну из его сторон.



# Основные определения



**Основаниями** цилиндра называются круги, полученные в результате вращения сторон прямоугольника, смежных со стороной принадлежащей оси вращения.

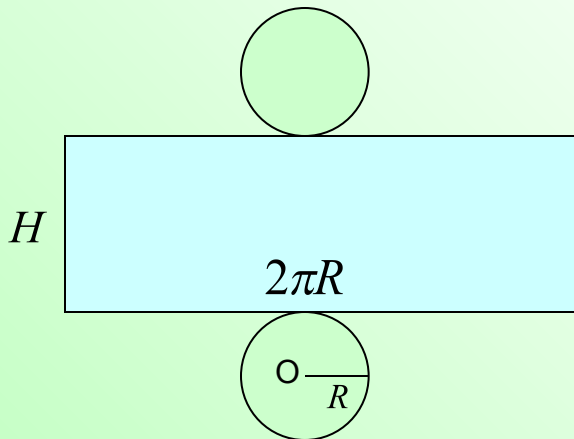
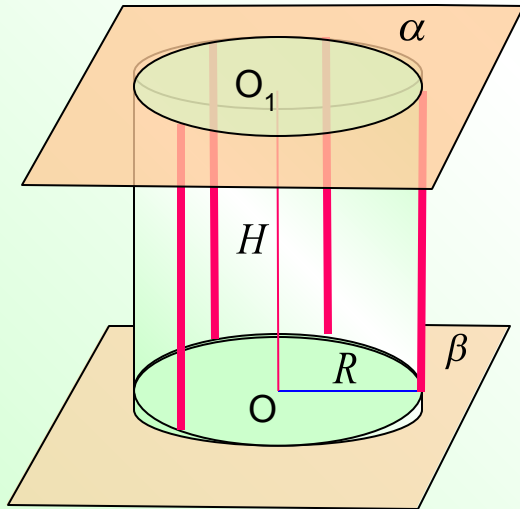
**Образующими** цилиндра называются отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов.

**Радиусом** цилиндра называется радиус его основания.

**Высотой** цилиндра называется расстояние между плоскостями оснований.

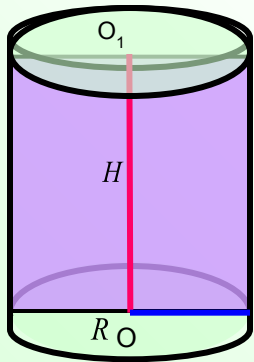
**Осью** цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований.

# Цилиндр: ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

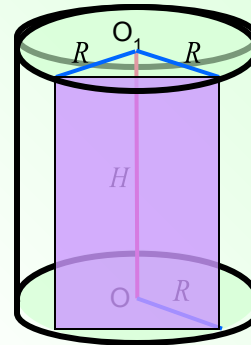


- Основания цилиндра равны и лежат в параллельных плоскостях.
- Образующие цилиндра параллельны и равны.
- **Боковая поверхность** цилиндра составлена из образующих.
- Поверхность цилиндра состоит из оснований и боковой поверхности.
- **Развертка** цилиндра представляет собой прямоугольник и два круга

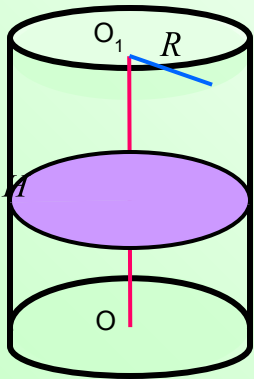
# Сечения цилиндра



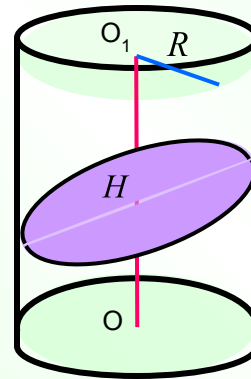
Сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра, называется **осевым сечением**.



Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, представляет собой **прямоугольник**.



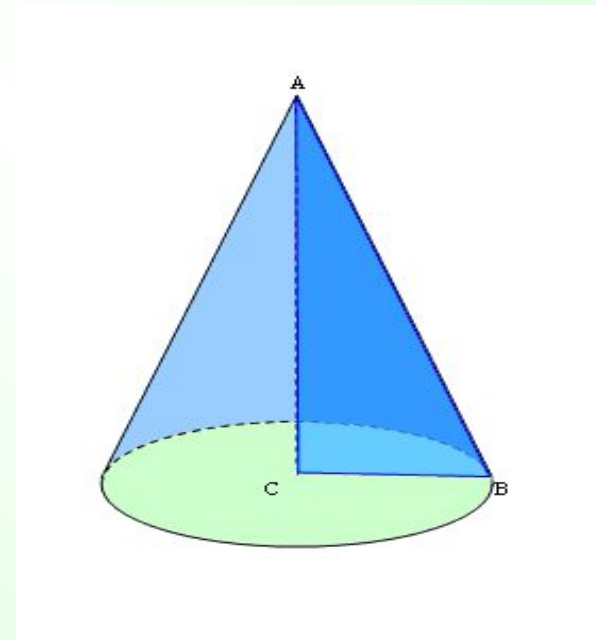
Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра, представляет собой **круг**, равный основанию.



Сечение цилиндра плоскостью, проходящей под углом к оси цилиндра, представляет собой **эллипс**.

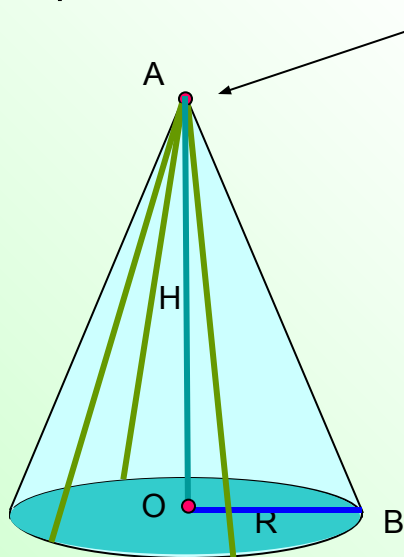
# КОНУС: от греческого «сосновая шишка, остроконечная верхушка шлема»

**Конусом** называется тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



# Основные определения

**Основанием** конуса называется круг, полученный в результате вращения катета, перпендикулярного стороне, принадлежащей оси вращения.



**Вершиной конуса** называется точка, не лежащая в плоскости этого круга.

**Радиусом** конуса называется радиус его основания.

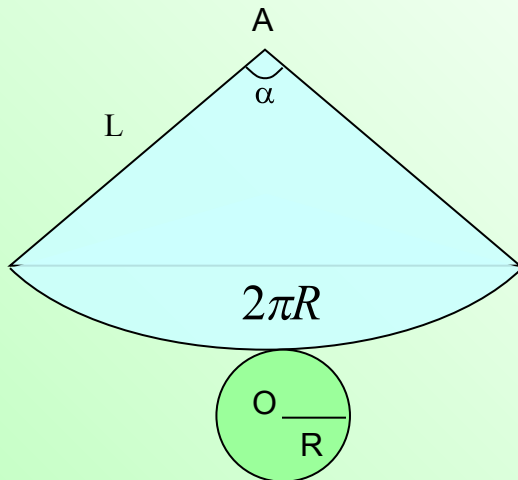
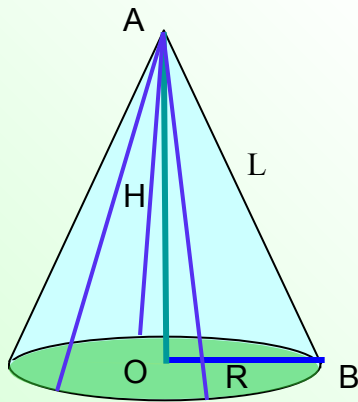
**Образующими** конуса называются отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания.

**Высотой конуса** называется перпендикуляр, опущенный из его вершины на плоскость основания.

• **Осью прямого конуса** называется прямая, содержащая его высоту.



# Конус: основные свойства



• Конус называется **прямым**, если прямая соединяющая вершину конуса с центром основания, перпендикулярна плоскости основания.

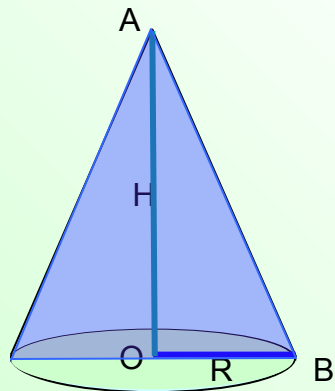
• **Образующие** прямого конуса равны.

**Боковая поверхность** составлена из образующих.

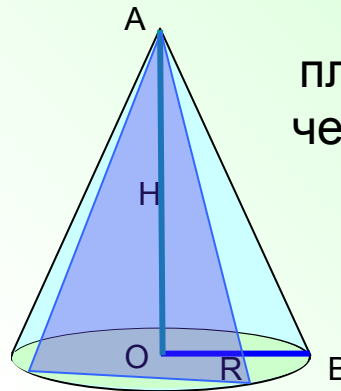
• **Полная поверхность** конуса состоит из основания и боковой поверхности.

**Развертка** конуса представляет собой круговой сектор, радиусом которого является образующая, и круг.

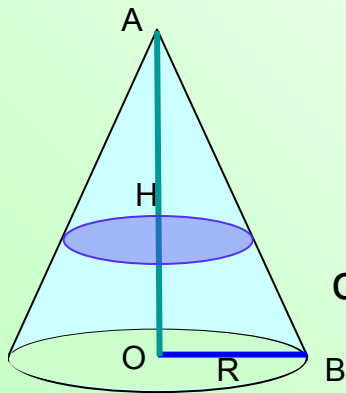
# Сечения конуса



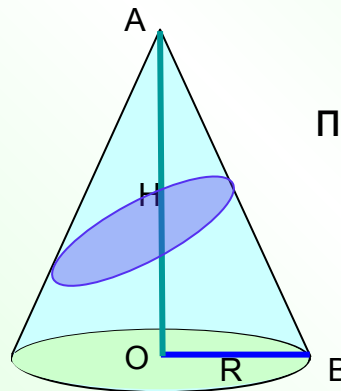
•Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.  
Осевое сечение прямого конуса является равнобедренным треугольником



•Сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса, но не через его ось представляет собой **равнобедренный треугольник**.



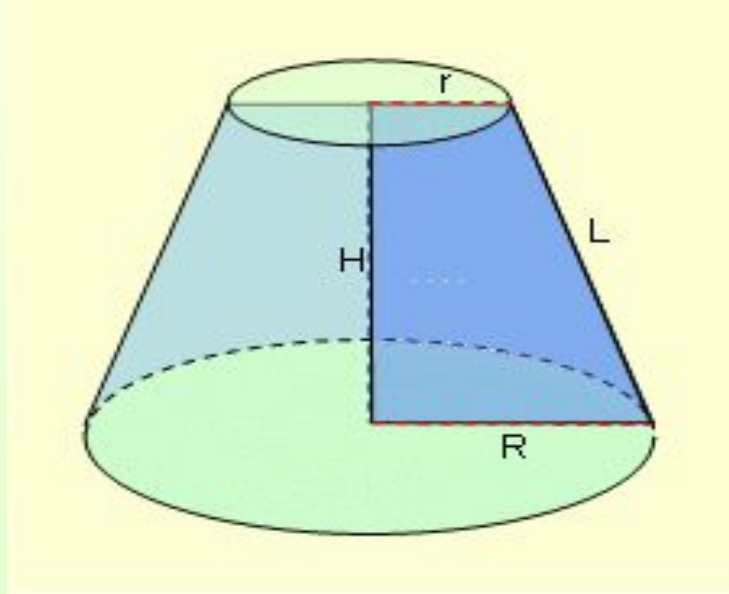
•Сечение конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



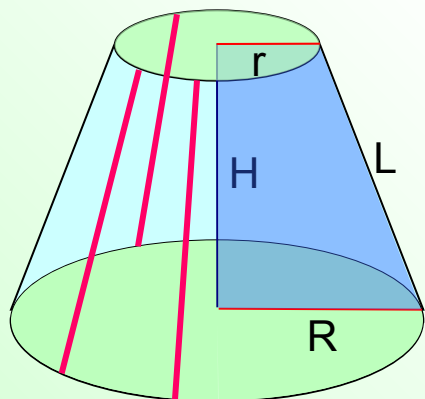
•Сечение конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

# Усеченный конус

**Усеченным конусом** называется часть конуса, заключенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной плоскости основания конуса.



# Основные определения



**Основаниями** усеченного конуса называются основание данного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью.

**Образующими** называются отрезки образующих конической поверхности, расположенные между основаниями усеченного конуса.

**Радиусами** усеченного конуса называются радиусы его оснований.

**Высотой** называется отрезок, соединяющий центры оснований усеченного конуса.

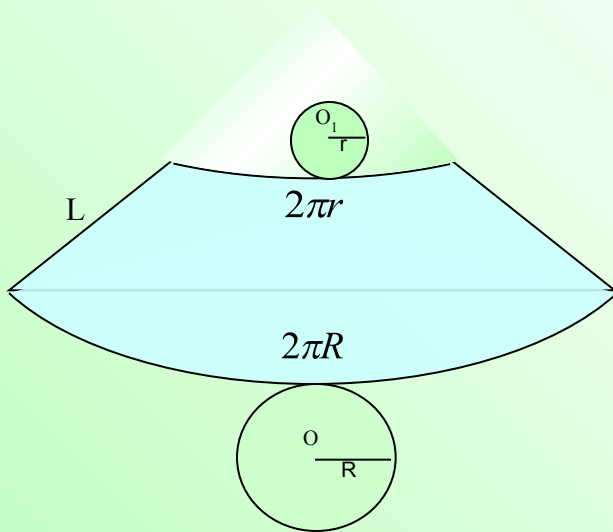
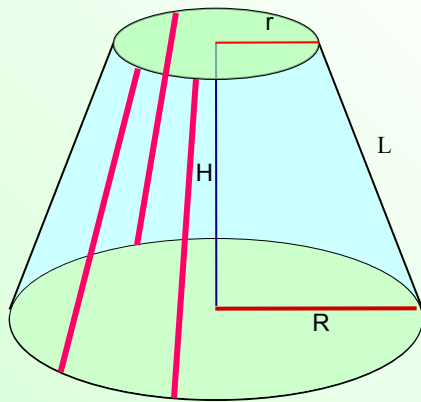
# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС: ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

Все **образующие** усеченного конуса равны между собой.

**Боковой поверхностью усеченного конуса** называется часть конической поверхности, ограничивающая усеченный конус.

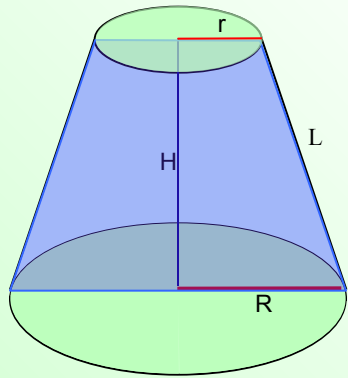
• **Полная поверхность** конуса состоит из оснований и боковой поверхности.

**Развертка** усеченного конуса представляет собой часть кругового кольца и два круга.

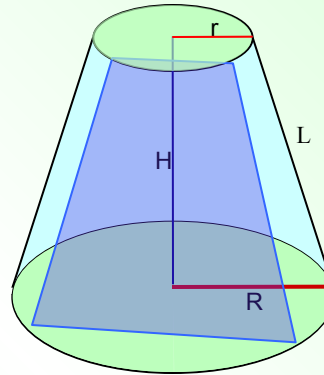


\*

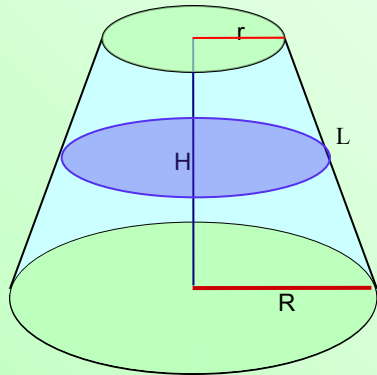
# Некоторые варианты сечений усеченного конуса



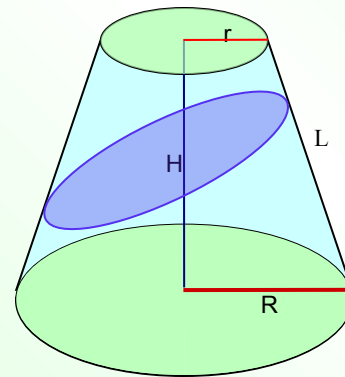
Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**. Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей через основания конуса, параллельно его оси представляет собой **равнобедренную трапецию**.



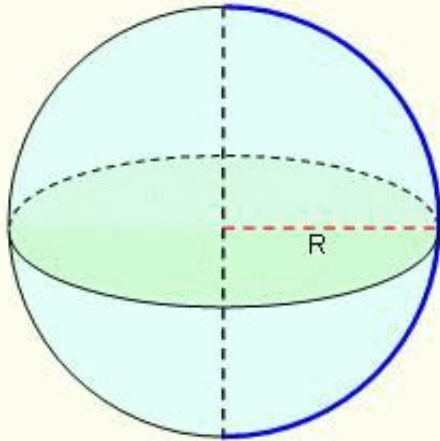
Сечение усеченного конуса плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой **круг**.



Сечение усеченного конуса плоскостью, проходящей под углом к оси представляет собой **эллипс**.

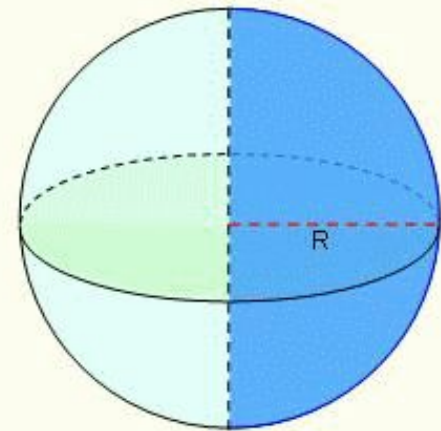
# Сфера и шар

сфера



**Сферой** называется поверхность, полученная при вращении полуокружности вокруг её диаметра.

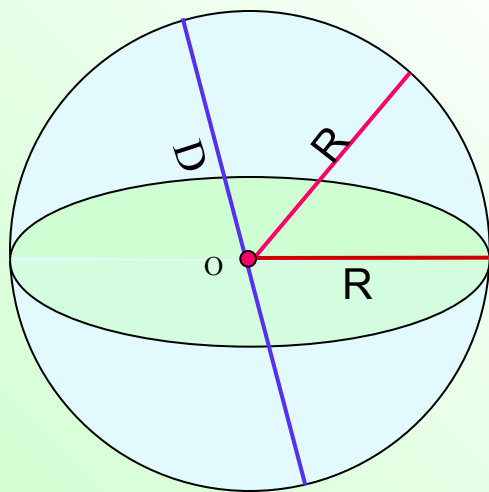
**Шаром** называется тело, полученное при вращении полукруга вокруг его диаметра.



шар

# Основные определения

**Шаром** называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки.



• Эта точка называется **центром** шара, а данное расстояние называется **радиусом** шара.

• Граница шара называется шаровой поверхностью или **сферой**.

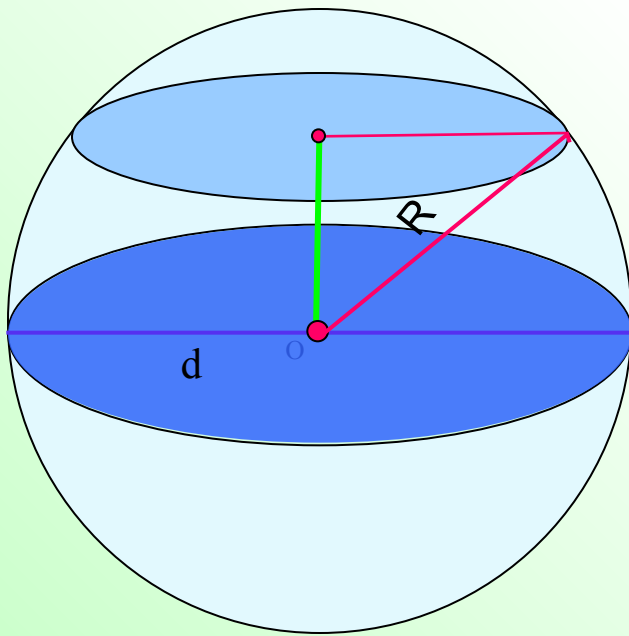
• Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, называется **радиусом**.

• Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром**.



# Сечения сферы и шара

• **Всякое сечение шара плоскостью есть круг.** Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра на секущую плоскость.



• Плоскость, проходящая через центр шара, называется **диаметральной плоскостью**.

Сечение шара диаметральной плоскостью называется **большим кругом**, а сечение сферы - **большой окружностью**

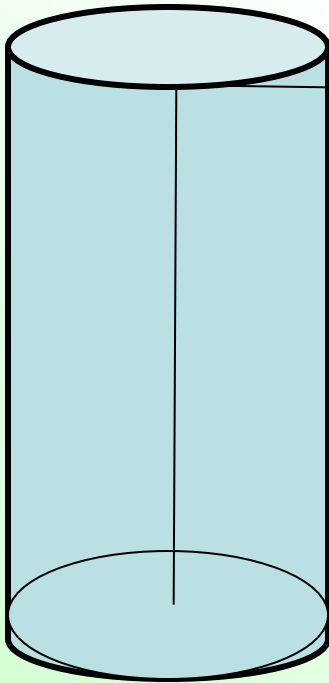
# Формулы площади поверхности и объема тел вращения

Название тела	Формула площади бок. поверхности	Формула площади полной поверхности	Формула объема
Цилиндр	$S_{бок} = 2\pi RH$	$S = 2\pi R(H + R)$	$V = \pi R^2 H$
Конус	$S_{бок} = \pi RL$	$S = \pi R(L + R)$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$
Усеченный конус	$S_{бок} = \pi L(R + r)$	$S = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$
Шар		$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

# Задачи

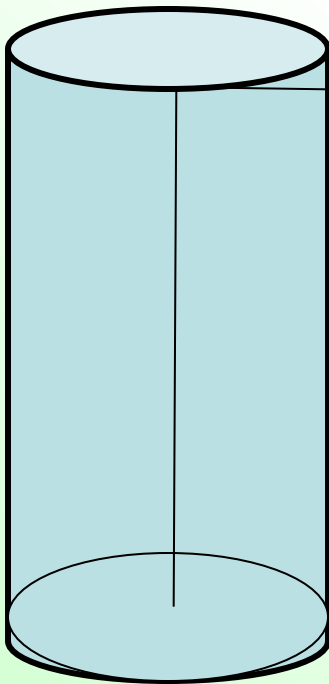
## С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

**Задача 1.** Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около  $140 \text{ см}^3$ . Как это сделать?



[Показать решение](#)

**Задача 1.** Токарю надо выточить деталь в форме цилиндра высотой 5 см и объёмом около  $140 \text{ см}^3$ . Как это сделать?



**Дано:** цилиндр,

$$V=140 \text{ см}^3, h=5 \text{ см}$$

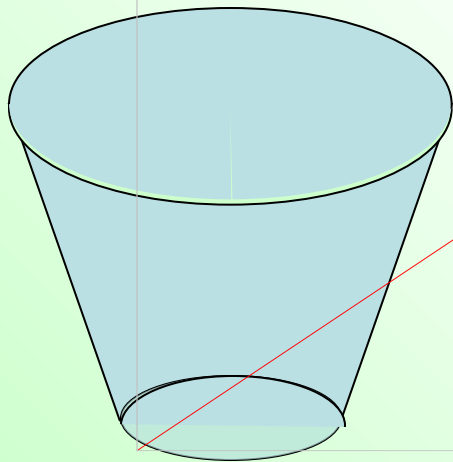
**Найти:**  $R$

**Решение**

$$1) \quad V = \pi R^2 h \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

$$\Rightarrow R \approx \sqrt{\frac{140}{3,14 \cdot 5}} \approx 3 \text{ см}$$

**Задача 2.** Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15см и 10см, а образующая равна 30см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 квадратный метр требуется 150г краски?



$$S = \pi l \cdot (R + r) + \pi r^2$$

$$2S = 2\pi l \cdot (R + r) + 2\pi r^2$$

$$2S = 2\pi \cdot 0,3 \cdot 0,25 + 2\pi \cdot 0,01$$

$$2S = 0,15\pi + 0,02\pi = 0,17\pi$$

$$m = 100 \cdot 0,17\pi \cdot 0,15 = 2,55\pi (\text{кг})$$

$$\text{Ответ : } 2,55\pi \approx 8,011 (\text{кг})$$

# Решите задачи:

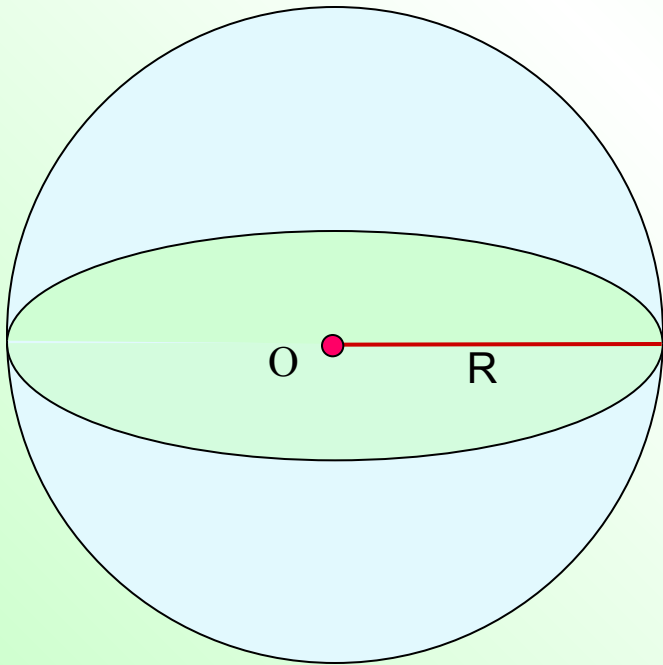
№1229

№1217

№1228



**Задача №1229.** Сколько кожи пойдет на покрытие футбольного мяча радиуса 10см (на швы добавить 8% от площади поверхности мяча)?



$$S = 4\pi R^2$$

$$S = 4\pi \cdot 10^2 = 400\pi$$

$$0,08S = 0,08 \cdot 400\pi = 32\pi$$

$$S + 0,08S = 400\pi + 32\pi = 432\pi$$

$$S + 0,08S \approx 1357(\text{см}^2)$$



**Задача №1217.** Сколько квадратных метров листовой жести пойдет на изготовление трубы длиной 4м и диаметром 20см, если на швы необходимо добавить 2,5% от площади её боковой поверхности?

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

$$0,025S_{\text{бок}} = 0,025 \cdot 2\pi RH = 0,05\pi RH$$

$$S_{\text{бок}} + 0,025S_{\text{бок}} = 2\pi RH + 0,05\pi RH = 2,05\pi RH$$

$$S_{\text{бок}} + 0,025S_{\text{бок}} = 2,05\pi RH = 2,05\pi \cdot 0,1 \cdot 4 = 0,82\pi$$

*Ответ* :  $0,82\pi \approx 2,58(\text{м}^2)$



**Задача №1228.** Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12см и диаметр верхней части 5см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?

Ответ: нет



# Повторим ещё раз формулы

- Цилиндр
- Конус
- Усеченный конус
- Шар и сфера
- Формулы площади поверхности и объема тел вращения



# Цилиндр:

$R$  - радиус основания;  $H$  - высота

Площадь полной поверхности:

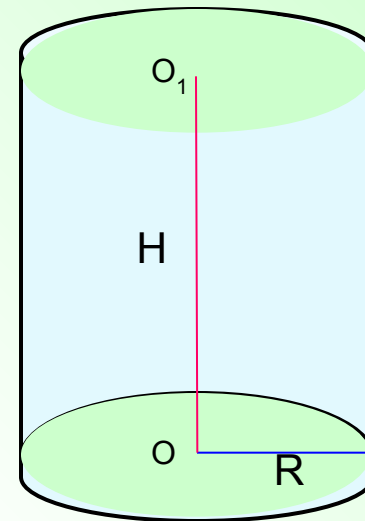
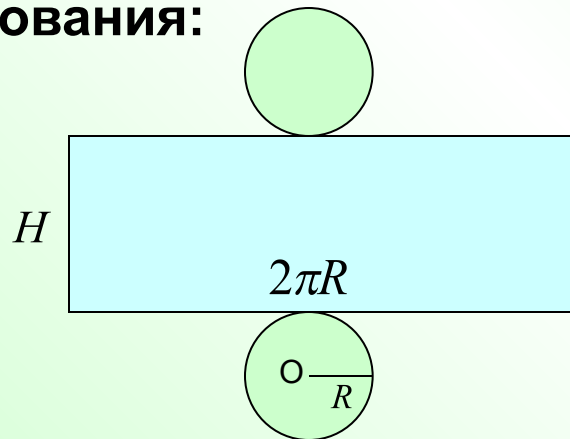
$$S = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}} = 2\pi R(H + R)$$

Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

Площадь основания:

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2$$

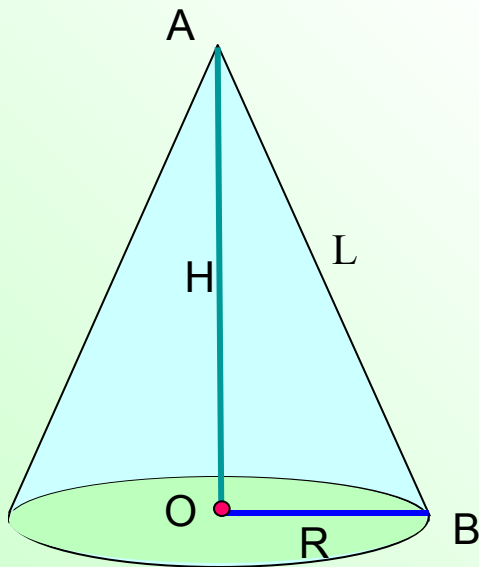


Объем цилиндра:

$$V = \pi R^2 H$$

# КОНУС:

R - радиус основания; H – высота; L - образующая



Площадь полной поверхности:

$$S = S_{бок} + S_{осн} = \pi R(L + R)$$

Площадь боковой поверхности:

$$S_{бок} = \pi RL$$

Площадь основания:

$$S_{осн} = \pi R^2$$

Объем конуса:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



# УСЕЧЕННЫЙ КОНУС:

R и r - радиусы оснований; H – высота; L - образующая

**Площадь полной поверхности:**

$$S = S_{\text{бок}} + S_{\text{ниж.осн}} + S_{\text{верх.осн}} = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

**Площадь боковой поверхности:**

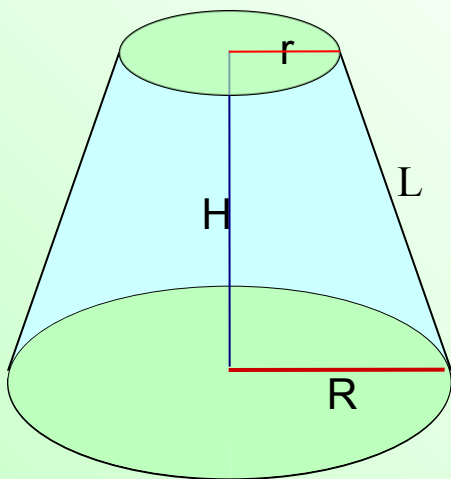
$$S_{\text{бок}} = \pi L(R + r)$$

**Площадь оснований:**

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2 + \pi r^2$$

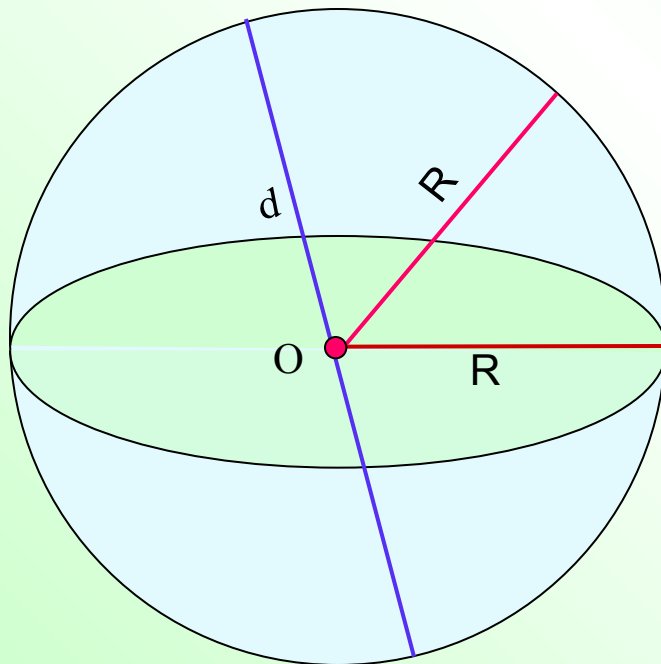
**Объем усеченного конуса:**

$$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$$



# СФЕРА И ШАР:

R - сферы; d - диаметр



Площадь поверхности сферы:

$$S = 4\pi R^2 \quad S = \pi d^2$$

Объем шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad V = \frac{1}{6}\pi d^3$$



# Формулы площади поверхности и объема тел вращения

Название тела	Формула площади бок. поверхности	Формула площади полной поверхности	Формула объема
Цилиндр	$S_{бок} = 2\pi RH$	$S = 2\pi R(H + R)$	$V = \pi R^2 H$
Конус	$S_{бок} = \pi RL$	$S = \pi R(L + R)$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$
Усеченный конус	$S_{бок} = \pi L(R + r)$	$S = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$
Шар		$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$







*Спасибо за  
внимание!*