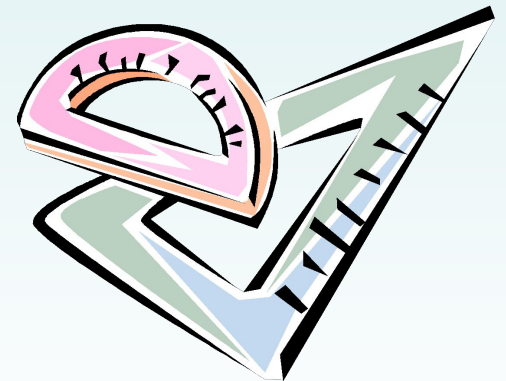


*«Правильному применению методов можно
научиться только применяя их на
разнообразных примерах»*

Георг Цейтен





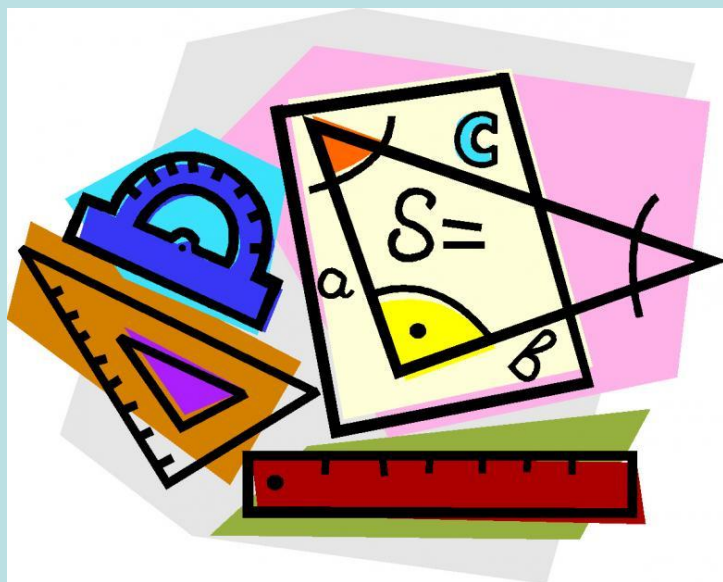
По
следам
теоремы
Пифагора

Из истории теоремы

Пифагора

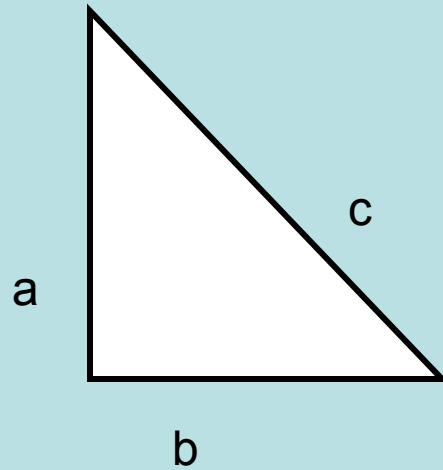
Теорема Пифагора издавна широко применялась в разных областях науки, техники и практической жизни. О ней писали в своих произведениях римский архитектор и инженер Витрувий, греческий писатель Плутарх, математик 5 в. Прокл и др.

Однако в настоящее время установлено, что эта важнейшая теорема встречается в вавилонских текстах, написанных за 1200 лет до Пифагора. В настоящее время известно более 150 доказательств теоремы Пифагора.



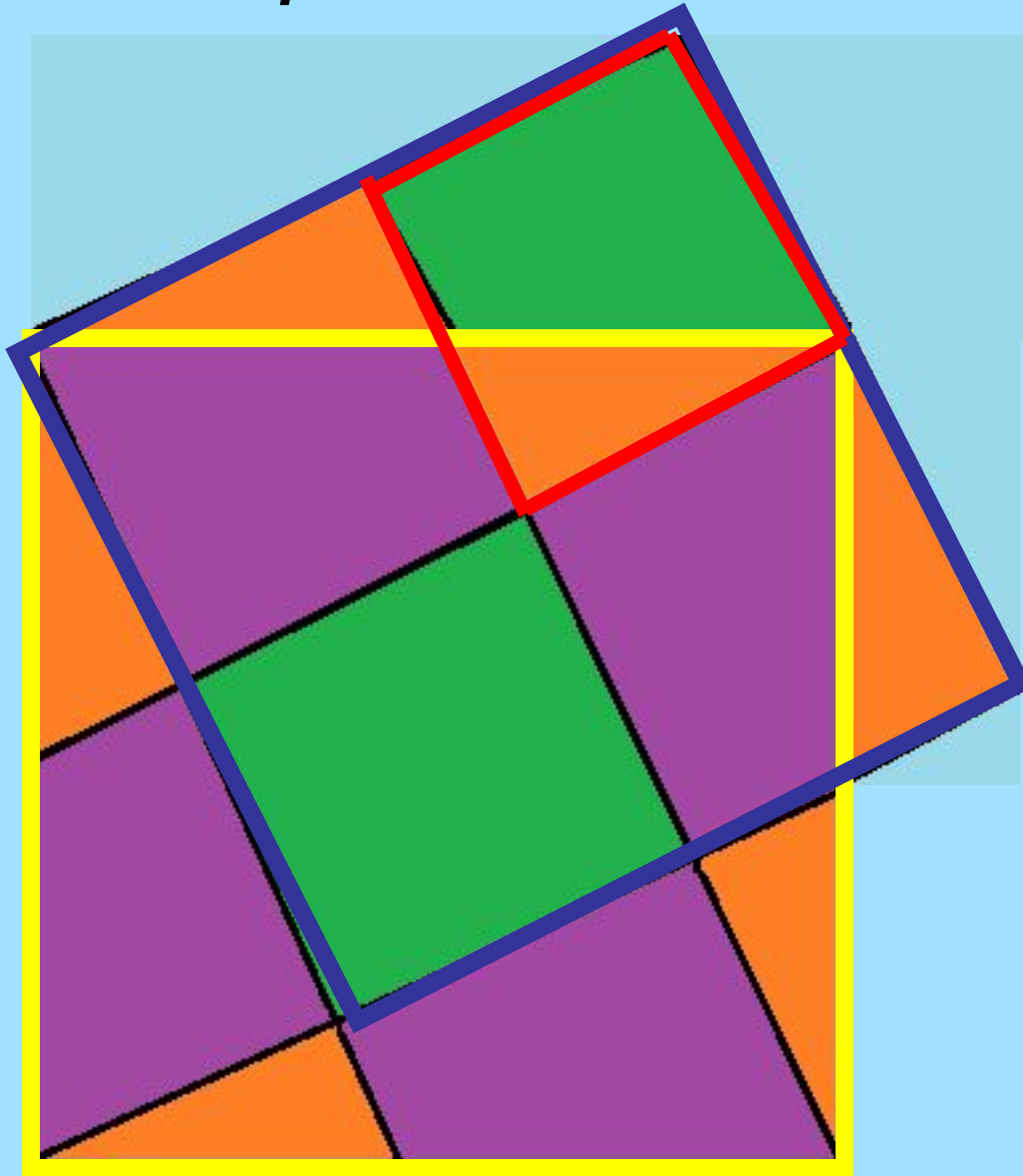
Теорема Пифагора - одна из главных теорем геометрии.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



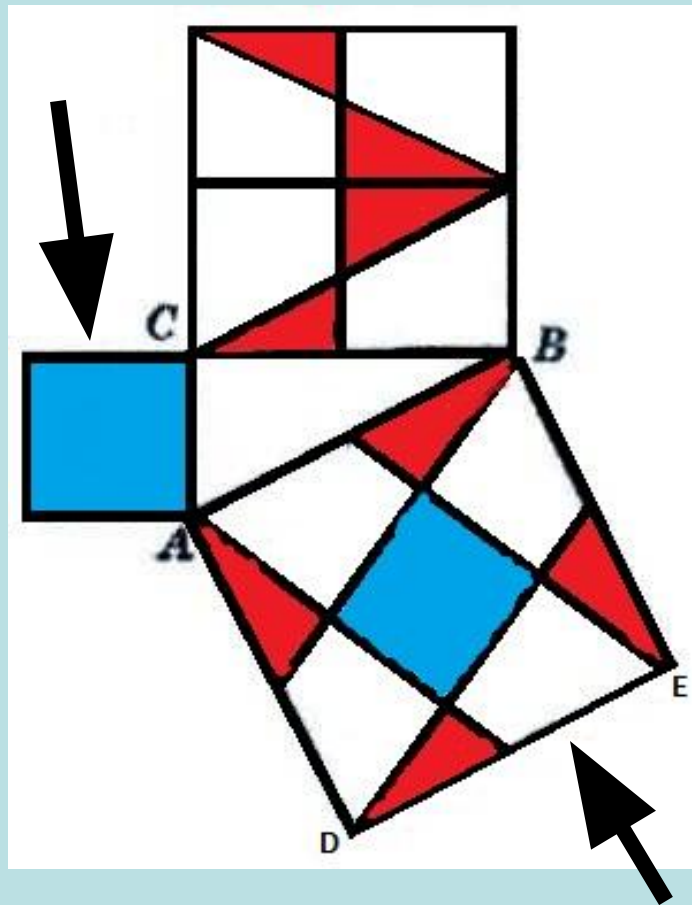
*Если дан нам треугольник
И при том с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим –
И таким простым путём
К результату мы придём.*

Строим квадраты



На катетах прямоугольного треугольника (зелено-оранжевый) внутри построены квадраты, квадрат на гипотенузе построен наружу. Треугольник (зелено-оранжевый) равен треугольнику (фиолетово-оранжевому). Квадрат, построенный на гипотенузе по площади равен сумме площадей четырех равных треугольников (фиолетово-оранжевые) и зеленого квадрата по площади равно площади квадрата, построенного на меньшем катете.

Строим квадраты

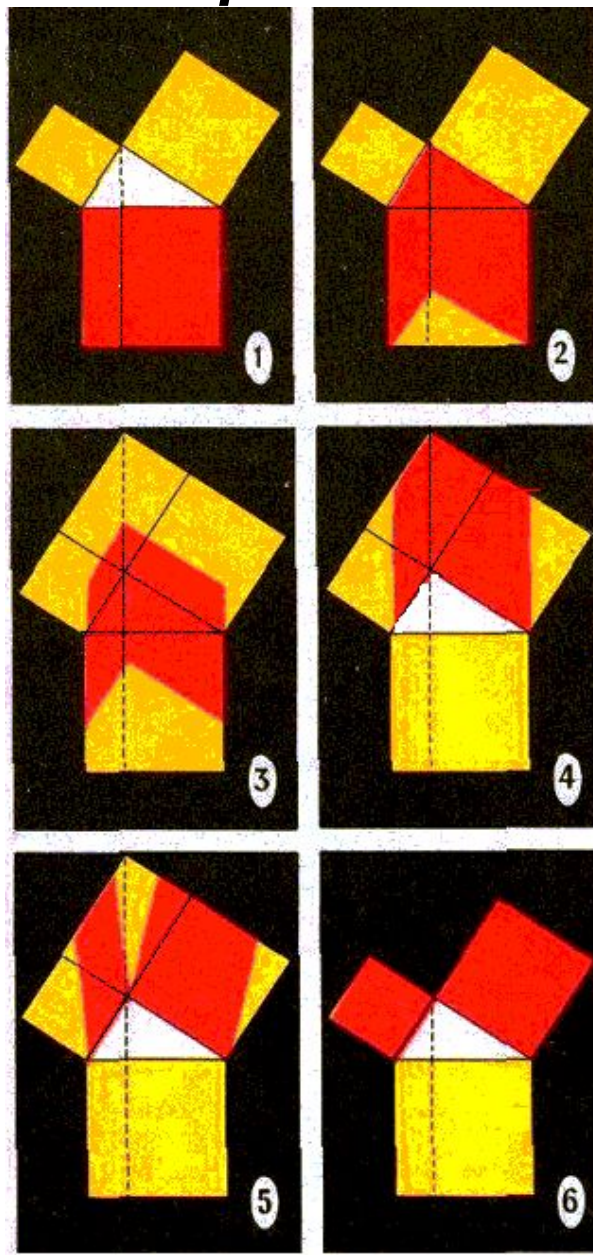


Из рисунка видно, что два квадрата, построенных на двух катетах и квадрат, построенный на гипотенузе по площади равны. Площадь квадрата $ABED$ состоит из площадей четырёх равных треугольников (красно-белых) и одного квадрата (синего), которой по площади равен квадрату, построенному на меньшем катете



Доказательство теоремы Пифагора в картинках.

Красной краской, затраченной на то, чтобы покрасить квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника (рис. 1), оказывается равно столько, сколько ее требуется, чтобы покрасить квадраты, построенные на катетах этого треугольника (рис. 6).



На рисунке 2 квадрат превратился в равновеликую ему фигуру, по форме напоминающую развернутую книгу, движущуюся затем вверх.

Обобщаем теорему Пифагора.

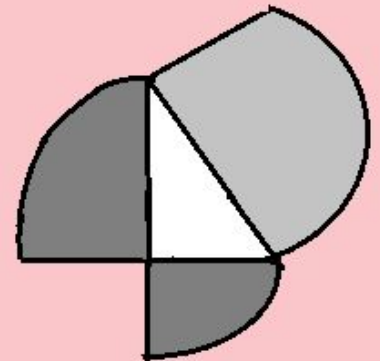
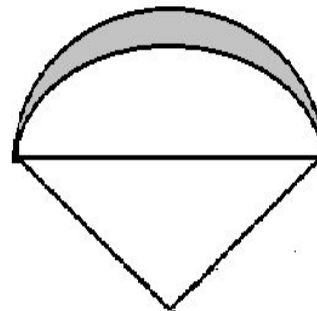
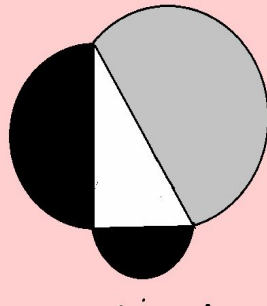
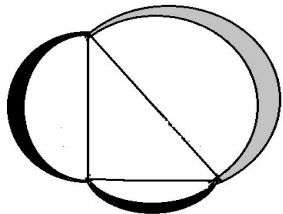
Итак, в прямоугольном треугольнике

$$a^2 + b^2 = c^2$$

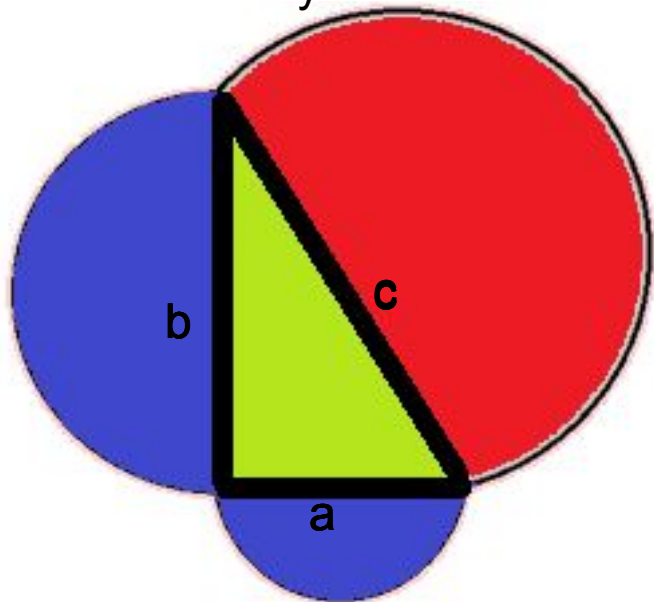
Если есть фигуры A, B и C, площади S_A , S_B и S_C которых равны, соответственно, ka^2 , kb^2 и kc^2 , то $S_A + S_B = S_C$

В частности, “пифагорово соотношение” выполняется для площадей подобных фигур, построенных на сторонах прямоугольного треугольника.

Например, если на сторонах прямоугольного треугольника строить секторы, полукруги, луночки, а также их комбинации, то получим, что сумма площадей синих фигур равна сумме площадей красных фигур.



Полукр
уги



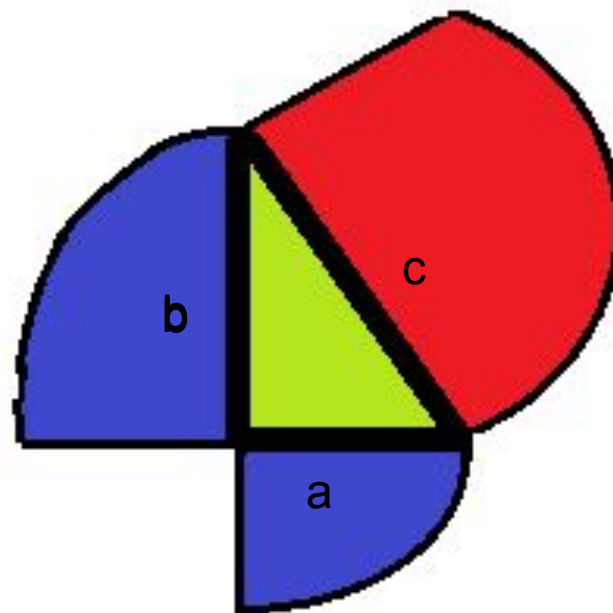
Площадь круга $S_k = \pi R^2$,
Площадь полукруга $S_{\pi} = \frac{\pi R^2}{2}$

Радиус полукруга на гипотенузе
равен $\frac{c}{2}$,

на катетах соответственно $\frac{a}{2}$ и $\frac{b}{2}$

Используя теорему Пифагора,
получаем $\frac{\pi a^2}{8} = \frac{\pi b^2}{8} = \frac{\pi c^2}{8}$

Сектор
ы



Площадь сектора $S_{\text{сек}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \times 45^\circ = \frac{\pi R^2}{8}$

$R = c$

(сектора, построенные на гипотенузе)

$R = a$

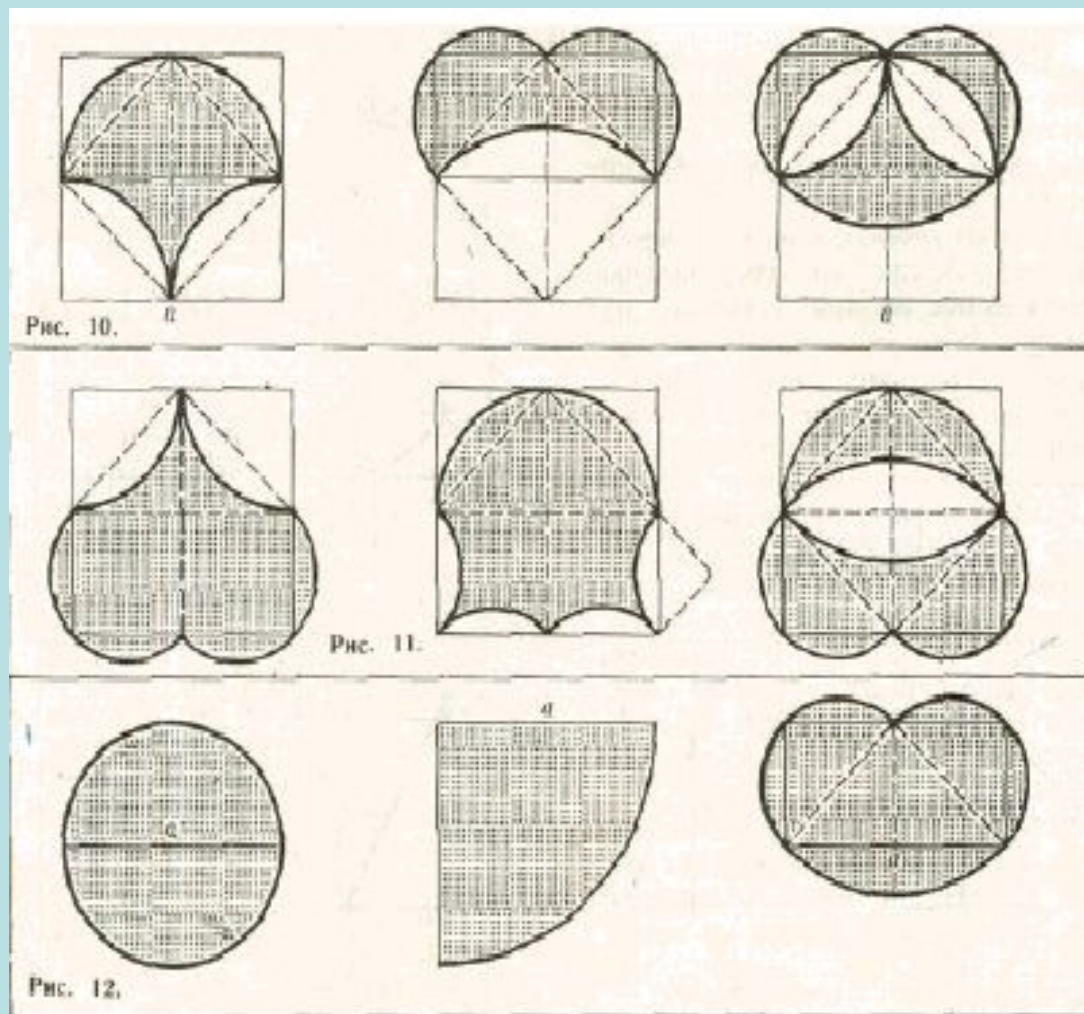
(сектора, построенные на катете a)

$R = b$

(сектора, построенные на катете b)

Используя теорему Пифагора,
получаем $\frac{\pi a^2}{4} + \frac{\pi b^2}{4} = \frac{\pi c^2}{4}$

На рис. 10, 11, 12 изображены по три равновеликие фигуры.



Мобильная связь



Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе $R = 100$ км (радиус Земли равен 6380 км)

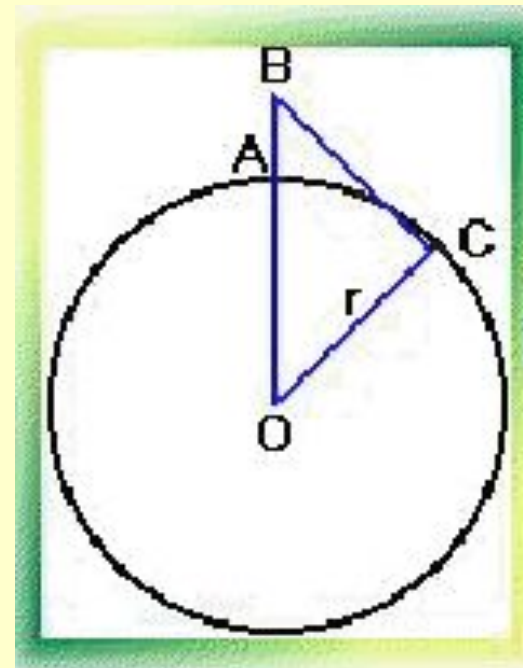
Решение.

Пусть $AB = x$, $BC = 100$ км (радиус передачи),
 $OC = r = 6380$, $OB = r + x$

Используя теорему Пифагора, получаем:

$$OB^2 = BC^2 + OC^2$$

$$AB = 1,5 \text{ км}$$



Спасибо за внимание.