Ульяновский государственный университет

Кумунжиев К.В.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Краткий конспект лекций

Часть 1: Модели и элементы теории систем

Ульяновск - 2009

1. Принципы построения языков и систем моделирования

Моделирование - основные понятия.

Классификация моделей по виду объекта, используемого в качестве модели:

- Модели
  - Физические
    - Физическое подобие
    - Математическое подобие
  - Абстрактные
    - Вербальные
    - Дескриптивные
    - Математические
    - Логико-лингвистические (семиотические)

В чем смысл математического и физического подобия?

В чем отличие математических и логико-лингвистических моделей?

Моделирование всегда имеет смысл?

Зачем нужна схожесть свойств объекта и модели?

Классификация моделей* по характеру связи между *входами и выходами:

-Кибернетические (элементные) модели:

- Имитационные (системные) модели:

- Имитационное моделирование?

Модель – стратифицированное описание объекта??

Общение **-** двусторонний процесс передачи с определенными целями связных сведений о некотором мире, реальном или гипотетическом, Сведения передаются в виде текстов на языке общения от одного участника (автора) к другому (адресату) при условии понятности этих сведений для автора и адресата.

- *Какие* факторы *влияют на «понятность» сведений? Проранжируйте их по степени влияния?*

- Как выглядит схема общения человек-компьютер? - Есть ли что-то общее со схемой человек-человек? Если есть, в чем особенности?

СХЕМА ПРОЦЕССА ОБЩЕНИЯ

цель

Система А

Система В

Модель мира А

$$M_A[M]$$

Модель собеседника

$$M_A[B]$$

Модель «себя»

$$M_A[A]$$

Знания о языке

$$M_A[Я]$$

Структура диалога

язык

тексты на языке

диалог

Модель мира В

$$M_B[M]$$

Модель собеседника

$$M_B[A]$$

Модель «себя»

$$M_B[B]$$

Знания о языке

$$M_B[Я]$$

Структура диалога

Формализация знаний

Элемент - часть системы, не подлежащая дроблению в условиях данной задачи.

- Два типа элементов: неопределяемый, определяемый?

-Правила композиции: синтаксические, семантические?

- Формальная система: что это? в чем ее ценность?

- Общая схема построения языка описания моделей?

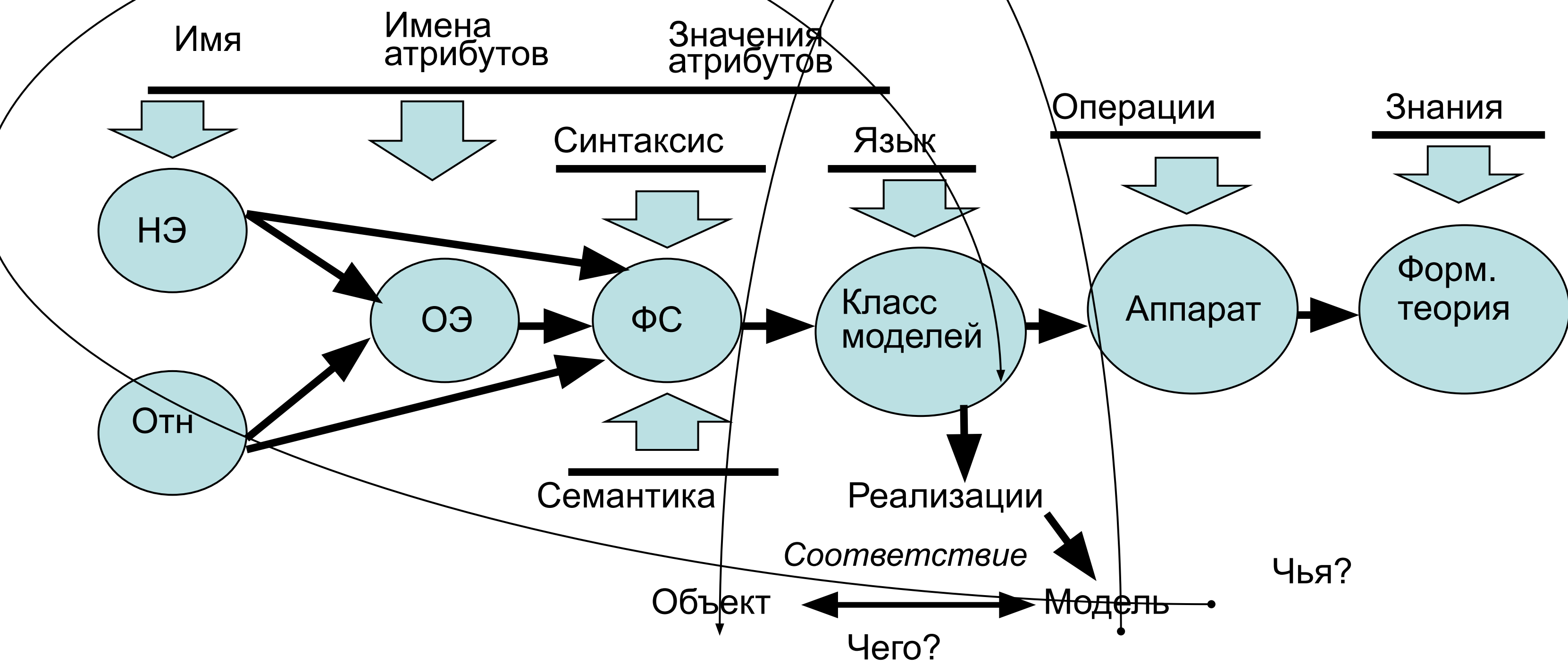
- Какими средствами должен располагать язык описания моделей?

- Что означает «вторичность» языка описания?

- Что подтверждает построение естественного языка по той же схеме??

- Возможности модели в зависимости от степени проработки класса?

Общая схема формализации знаний:

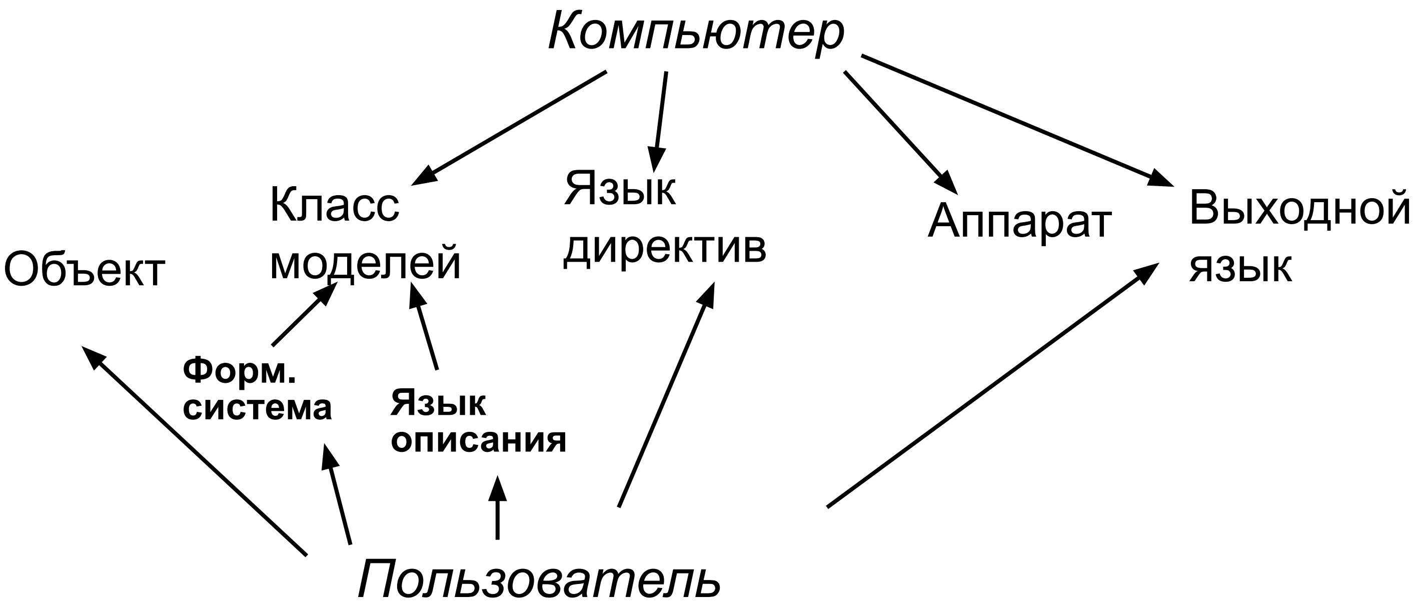


Знания: совокупность сведений о некоторой предметной области, включающая факты об объектах данной предметной области, свойствах этих объектов и связывающих их отношениях, описания процессов, протекающих в данной предметной области, а также информация о способах решения типовых (в рамках этой предметной области) задач. (Башмаков А.И., Интеллектуальные информационные технологии, с. 137)

Концептуальная модель класса?

Последовательность операций при разработке модели?

ЯЗЫК МОДЕЛИРОВАНИЯ:



Построение модели в классе

Создание класса моделей

Структура языка моделирования

Моделирование

Основные понятия

- Модель
- Моделирование
- Модель кибернетическая
- Модель имитационная
- Имитационное моделирование
- Стратификация

Общение

- Определение
- Ранжирование влияющих факторов

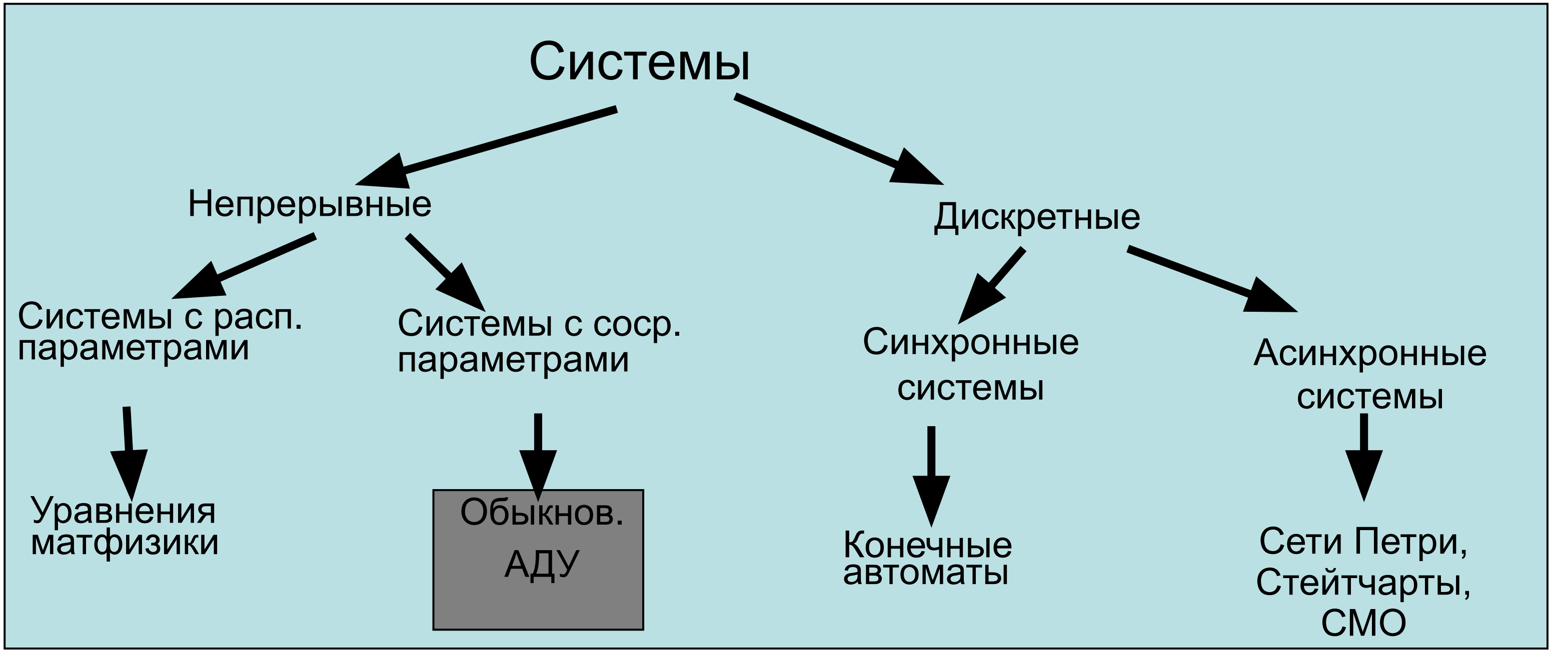
Формализация знаний

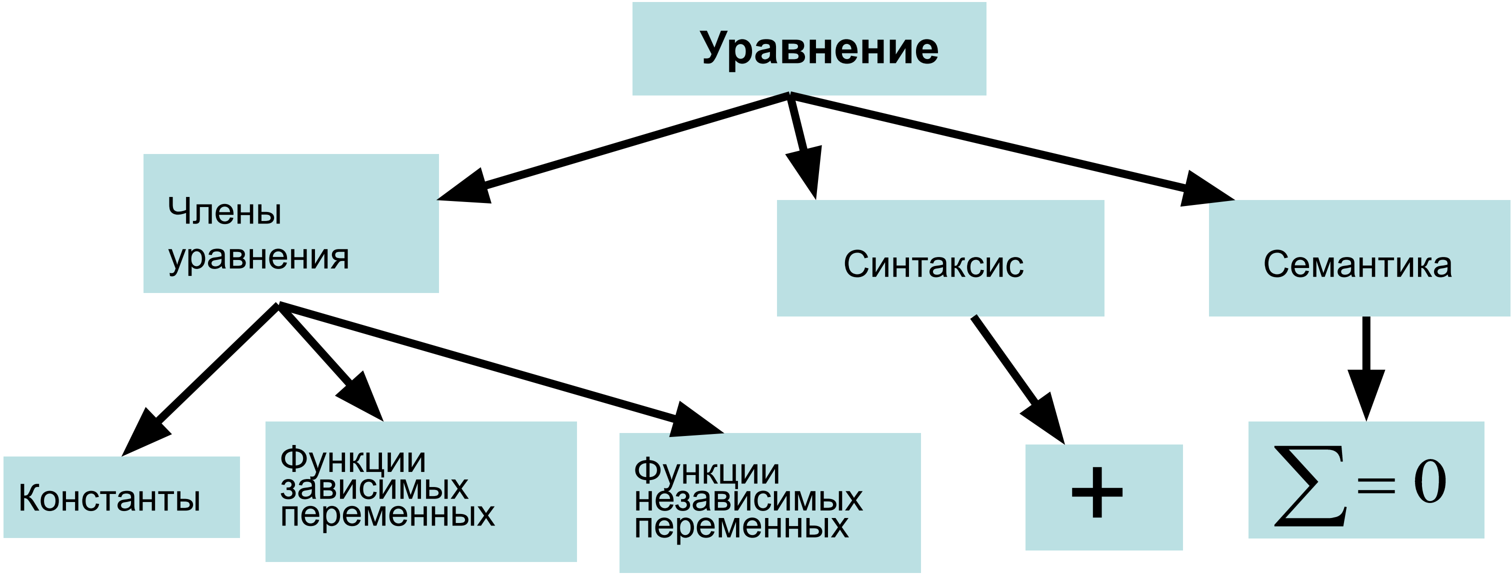
- Неопределяемые и определяемые элементы
- Синтаксис
- Семантика
- Формальная система
- Язык описания
- Класс моделей

Контрольные вопросы

1. Определите понятия модель, моделирование?
2. Что такое кибернетическая модель?
3. Что такое имитационная модель?
4. Как формально описывается элемент?
5. Что такое неопределяемый элемент?
6. Что такое определяемый элемент?
7. Раскройте понятие: синтаксические правила композиции?
8. Раскройте понятие семантические правила композиции?
9. Определите понятие формальная система?
10. Какое свойство формальной системы обеспечивает ее широкое применение?
11. Что такое реализация в формальной системе?
12. При каких условиях реализация может использоваться как модель некоторого объекта?
13. Какую информацию необходимо передать средствами языка описания модели?
14. Как выглядит общая схема процесса структуризации и формализации знаний?
15. Как строится модель в классе?
16. Как выглядит процесс построения класса моделей применительно к некоторой предметной области?
17. Чем подтверждаются вторичность по отношению к реальности и договорной характер естественного языка?
18. Определите понятие язык моделирования?.

2. Алгебро-дифференциальные уравнения как класс моделей





Чем обеспечивается равенство суммы нулю?
Что такое зависимая переменная?
Что такое независимая переменная?
Когда можно построить модель в виде одного уравнения?
Как построить модель в виде уравнения?

Аналитическое решение дифференциальных уравнений.

Как классифицируют уравнения по виду коэффициентов при зависимых переменных:

- Принцип суперпозиции – что это? Для каких систем он справедлив? В чем его ценность?

Формы записи линейных уравнений:

$$\frac{dY}{dt} = AY + F$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} = a_{11}y_1 + \ldots.. + a_{1n}y_n + f_1(x) \\ - - - - - - - - - - - - - - - - \\ \dfrac{dy_n}{dt} = a_{n1}y_1 + \ldots.. + a_{nn}y_n + f_n(x) \end{cases}$$

$$a_n y^n + a_{n-1} y^{n-1} + \ldots + a_0 y = b_m x^m + \ldots + b_0 x$$

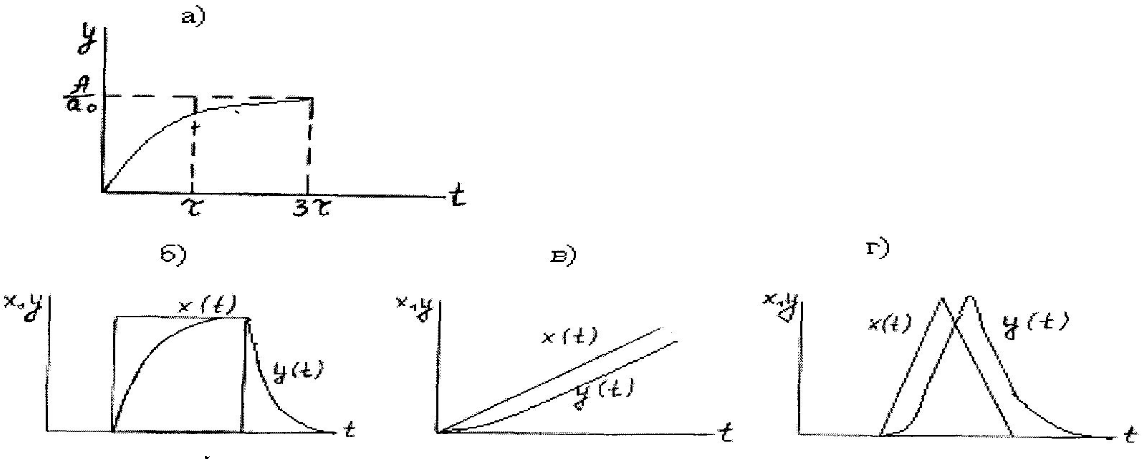
Как перейти от одной формы записи к другой??

Переменные x и y в уравнениях – чем они отличаются??

СИСТЕМЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x \qquad \tau p + 1 = 0; \tau = a_1 / a_0;$$

$$a_1 p + a_0 = 0; \qquad p = -\frac{1}{\tau}, \qquad y = \frac{A}{a_0}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



Где на этих рисунках установившееся (вынужденное) и собственное движение??

СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = x(t)$$

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0;$$

$$p_{1,2} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2 - \frac{a_0}{a_2}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0{}^2},$$

$$y = y_{уст}\left[1 - e^{-\delta t}\frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}\sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\,t + arctg\sqrt{\frac{\omega_0{}^2 - \delta^2}{\delta^2}}\right)\right]$$

- При каких условиях переходный процесс будет колебательным? апериодическим?

-Поясните физический и математический смысл перехода от колебательного движения к апериодическому и обратно??

- Собственная частота, показатель затухания, степень успокоения – что это?

Компонентные модели

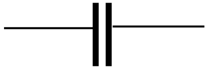
Предметная область

Промежуточный (компонентный) язык

АДУ

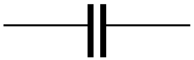
3. Потоковые схемы

Электрические схемы замещения



Что это?

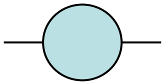
- емкость–конструктив;
- емкость–физическое понятие;
- ***Уравнение!!***



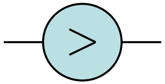
$$U_c = \frac{1}{C}\int i dt$$

$$U = Ri$$

$$U_L = L\frac{di}{dt}$$



$$U = \varphi(A)$$



$$i = \varphi(A)$$

Схема замещения сопротивления

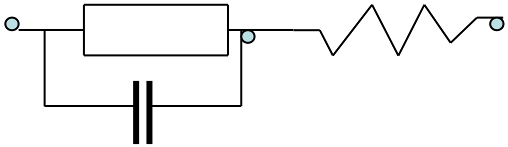
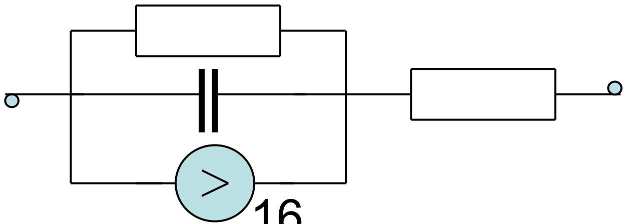
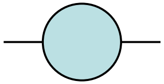


Схема замещения диода

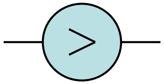


Гидравлические схемы



$$P = f(t)$$

Источник давления:



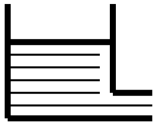
$$q = f(t)$$

Источник расхода:

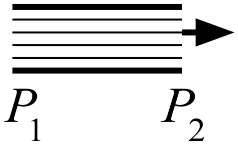
Гидравлическое сопротивление

$$q = 1/R_г * (P_1 - P_2)$$ ***- ламинарный режим;***

$$q = 1/R_г * (P_1 - P_2)^{1/2}$$ ***- турбулентный режим.***



$$(P_1 - P_2) = 1/C_г * \int q dt$$ *Гидравлическая* емкость



$$(P_1 - P_2) = m \frac{d\nu}{dt}$$

Гидравлическая индуктивность

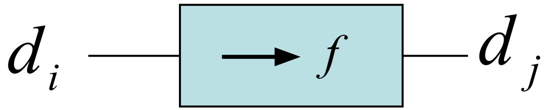
Неопределяемые элементы:

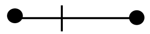
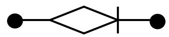
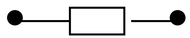
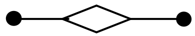
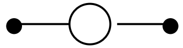
Разностная переменная d

Потоковая переменная f

Параметры K, R, P, A

Математические операции $+, -, /, *, \int$



№	Тип	Графический знак	Уравнение	
1	*Y*		$f_{ij} = 0$	Y
2	*D*		$d_i - d_j = A$	E
3	*P*		$d_i - d_j = P\int f dt$	1/C
4	*R*		$d_i - d_j = Rf$	R
5	*K*		$d_i - d_j = Kdf / dt$	L
6	*F*		$f_{ij} = A$	I
7	*Z*		$d_i - d_j = 0$	Z

Правила композиции:

1. Все элементы соединяются в узлах, значение разностной переменной для всех соединяемых в узле переменных одинаково.

2. Каждый элемент присоединяется к двум узлам; соответственно, схема содержит только замкнутые контура.

3. Для каждого узла выполняется условие $\sum f_i = 0$

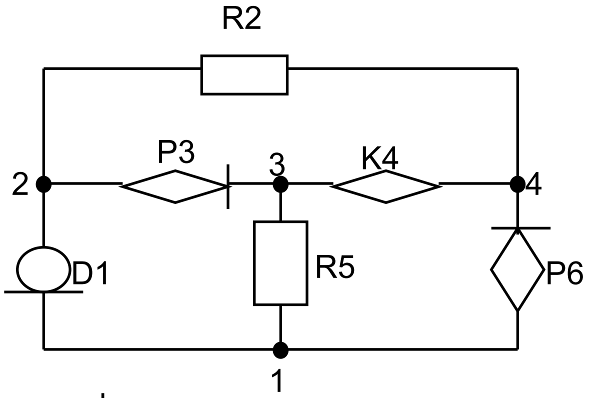
4. Для каждого контура выполняется условие $\sum (d_i - d_j) = 0$

5. Запрещено последовательное соединение элементов типа D и параллельное соединение элементов типа F .

Что явилось основанием для введения правил 3 и 4??

Откуда следуют правило 5??

Язык описания потоковых схем



Тип	№	Параметр	Исток	Сток	Нач знач
D	1	10	2	1	-
R	2	100	2	4	-
P	3	10	2	3	0
K	4	1	3	4	0
R	5	1000	3	1	-
P	6	10	4	1	0

Как передается информация о положении элемента в схеме?

К чему приведет смена нумерации узлов для активных элементов? Для пассивных элементов?

Формирование системы уравнений

Определите понятия: граф; связный граф; дерево связного графа; нормальное дерево; ребро графа; хорда графа.

Что дает подключение хорды к дереву?
Чему равна сумма разностных переменных в контуре?
Чему равна сумма потоковых переменных в сечении?
Докажите, что число получаемых линейно независимых уравнений равно числу ветвей (неизвестных)?

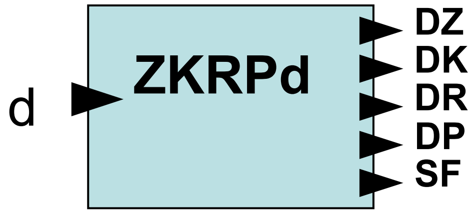
Контрольные вопросы:

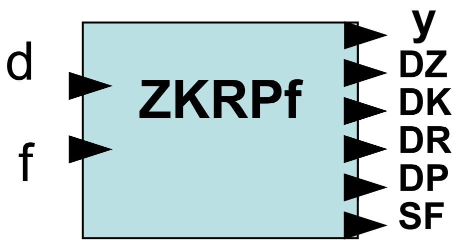
1. Что такое потоковая схема?
2. Перечислите базовый набор элементов потоковой схемы и приведите их математическое описание?
3. Назовите правила композиции для потоковых схем?
4. Почему нельзя включать параллельно элементы типа D, последовательно элементы типа F?
5. Как в языке описания потоковых схем передаётся информация о наборе элементов и их соединении в схеме?
6. Что означает в языке описания потоковых схем смена исток-сток?
7. Как преобразовать потоковую схему в систему уравнений?
8. Что такое граф, связный граф, дерево графа, сечение графа?
9. Какие элементы потоковой схемы должны входить в дерево? Не могут входить в дерево?
10. Чему в потоковой схеме равно число рёбер в дереве графа? Число хорд?
11. Схемы LR, RC: покажите, что это уравнения 1 порядка; их постоянные времени?
12. Как выглядит реакция LR и RC цепей на стандартные испытательные сигналы?
13. RLC цепь: покажите, что она описывается уравнением 2 порядка?
14. RLC цепь: чему равны показатель затухания, степень успокоения и собственная частота цепи?
15. Как выглядит реакция RLC цепи на стандартные испытательные сигналы?

4. Сигнальные схемы

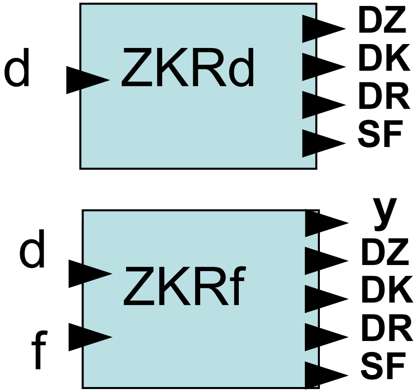
Математическая модель элемента типа ZKRP:

$$\begin{cases} Z\dfrac{d^2 f}{dt^2} + K\dfrac{df}{dt} + Rf + P\int f dt - \sum D_j = 0 \\ Z\dfrac{d^2 f}{dt^2} + K\dfrac{df}{dt} + Rf + P\int f dt - \sum D_j = y \\ DZ = Z\dfrac{d^2 f}{dt^2}; DK = K\dfrac{df}{dt}; DR = Rf; DP = P\int f dt; SF = \sum f_i \end{cases}$$



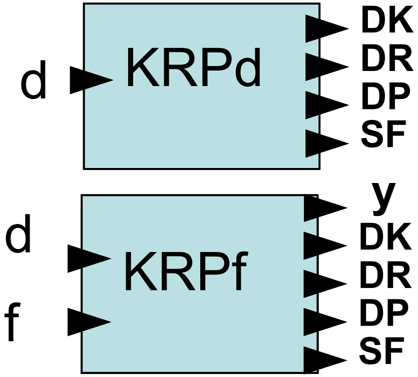


Математическая модель элемента типа ZKR:



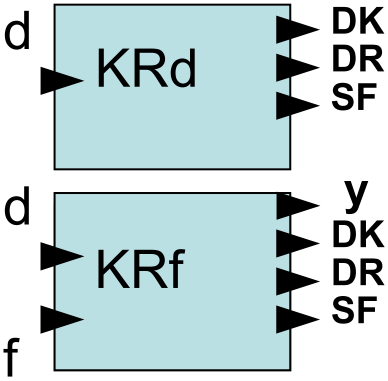
$$\begin{cases} Z\dfrac{d^2 f}{dt^2} + K\dfrac{df}{dt} + Rf - \sum D_j = 0 \\ Z\dfrac{d^2 f}{dt^2} + K\dfrac{df}{dt} + Rf - \sum D_j = y \\ DZ = Z\dfrac{d^2 f}{dt^2}; DK = K\dfrac{df}{dt}; DR = Rf; SF = \sum f_i \end{cases}$$

Математическая модель элемента типа KRP:



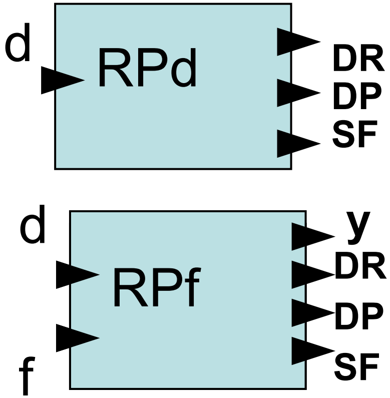
$$\begin{cases} K\dfrac{df}{dt} + Rf + P\int f dt - \sum D_j = 0 \\ K\dfrac{df}{dt} + Rf + P\int f dt - \sum D_j = y \\ DK = K\dfrac{df}{dt}; DR = Rf; DP = P\int f dt; SF = \sum f_i \end{cases}$$

Математическая модель элемента типа KR:



$$\begin{cases} K\dfrac{df}{dt} + Rf - \sum D_j = 0 \\ K\dfrac{df}{dt} + Rf - \sum D_j = y \\ DK = K\dfrac{df}{dt};\, DR = Rf;\, SF = \sum f_i \end{cases}$$

Математическая модель элемента типа RP:

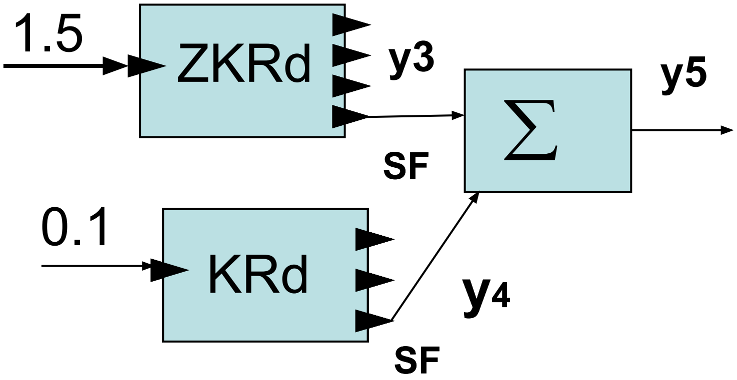


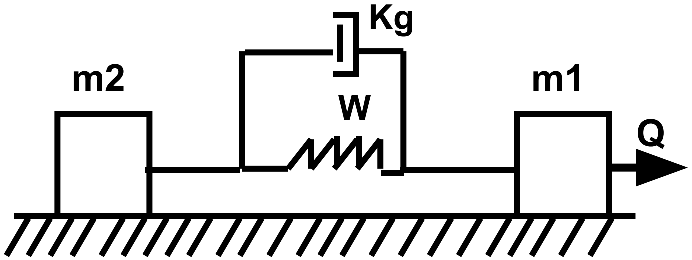
$$\begin{cases} Rf + P\int f dt - \sum D_j = 0 \\ Rf + P\int f dt - \sum D_j = y \\ DR = Rf;\, DP = P\int f dt;\, SF = \sum f_i \end{cases}$$

$$KRP,\, KR,\, KP,\, RP,\, K,\, R,\, P$$

$$
\begin{cases}
k1y_3 + k2\dfrac{dy_3}{dt} + k3\dfrac{d^2y_3}{dt^2} = 1{,}5 \\
k4\dfrac{dy_4}{dt} + y_4 = 0{,}1 \\
y_3 = y_5 - y_4
\end{cases}
$$

Z=? K=? R=? d -?



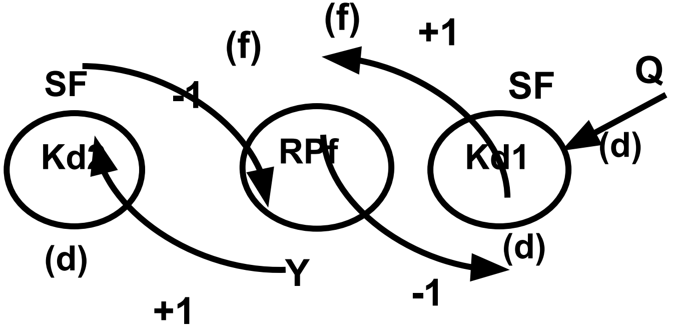


K1: K=J1; D1=Мвр; D2=RP3, y, -1

K2: K=J2; D1=Мт; D2=RP2, y, +1

RP3: R=Kд; P=w; F1=K1,SF,+1;

F2=K2,SF,-1



Как найти:

Скорости масс? Силу пружины? Силу демпфирования? Расстояние между грузами?

Как будут меняться скорости масс, если:
Сила Q – ступенчатый сигнал?
Сила Q – прямоугольник заданной длительности и амплитуды?

Гидроусилитель:

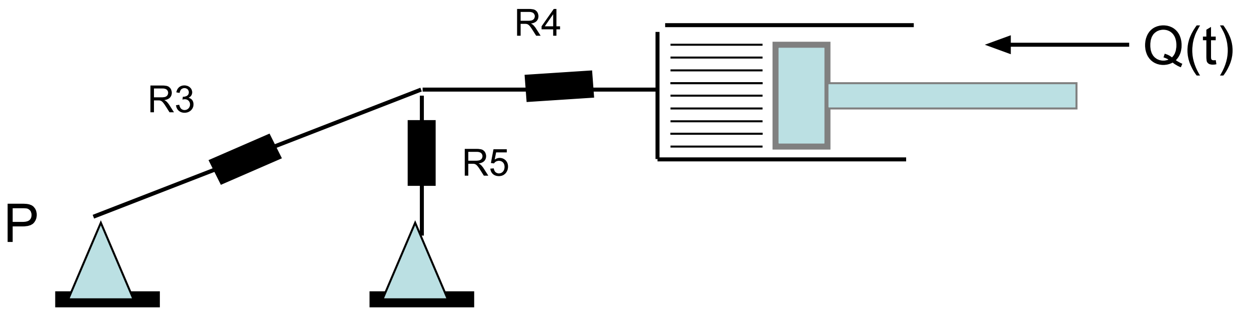
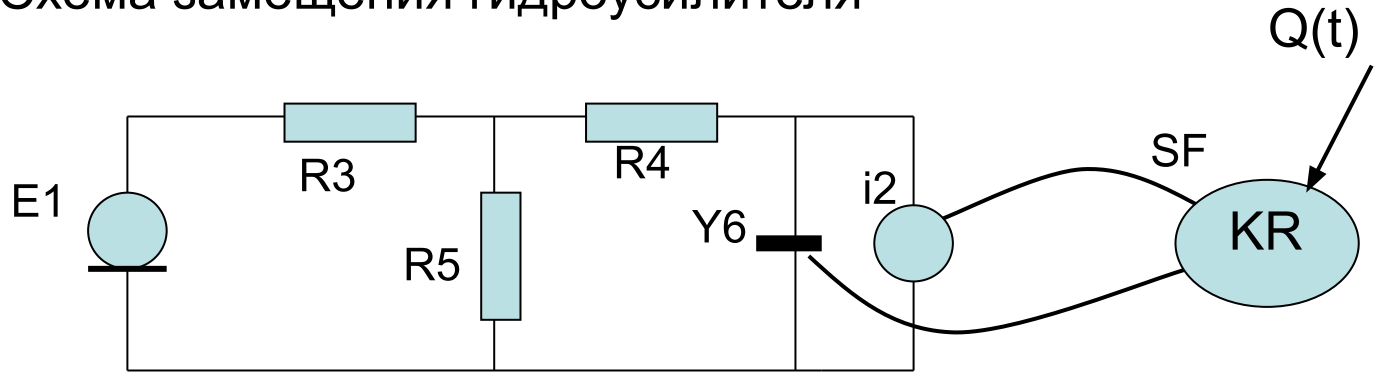


Схема замещения гидроусилителя



Контрольные вопросы

1. Какие отношения связывают понятия класс моделей, АДУ, потоковая схема, сигнальная схема?
2. Как выглядит базовое уравнение класса моделей сигнальные схемы?
3. Какие входы и выходы может иметь элемент KRP класса сигнальные схемы?
4. Дайте физическую интерпретацию выходов DK,DP,DR.SF,y подсистемы KRP применительно к моделированию механических систем?
5. Дайте физическую интерпретацию входов D, F подсистемы сигнальной схемы применительно к моделированию механических систем?
6. Как вводятся остальные (кроме подсистемы KRP) элементы класса сигнальные схемы?
7. Опишите процесс построения модели в классе сигнальные схемы?
8. Что понимается под однокоординатной подсистемой?
9. Как определить в сигнальных схемах тип входа?
10. В каких случаях подсистемы в сигнальных схемах имеют выход типа Y?
11. Как определить тип подсистемы в сигнальных схемах?
12. Какая информация должна содержаться в описании сигнальной схемы?

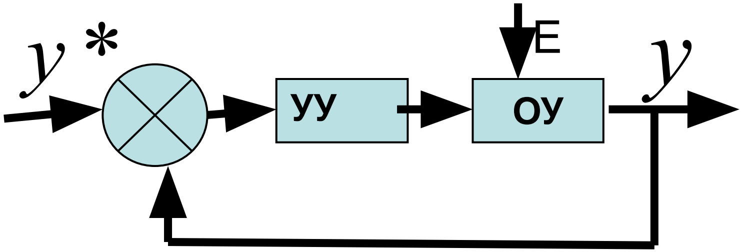
Основные схемы управления:

-Программное управление:

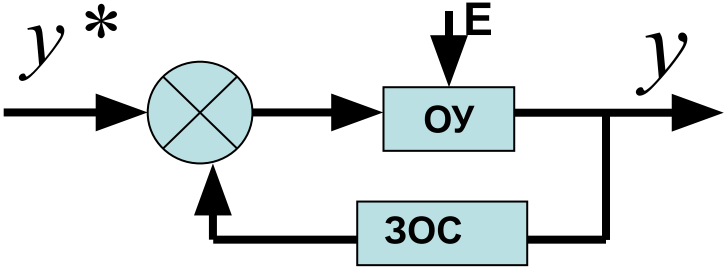
$$y(t) = U(t)F_u + x(t)F_x, \qquad y^*(t)$$

$$U(t) = \frac{y^* - x(t)F_x}{F_u} \qquad\qquad U(t) = {y^*}/{F_u}$$

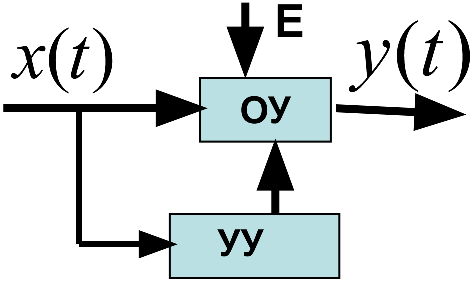
- Управление по отклонению:



следящая система:



- Управление по возмущению:



5.2 Операторный метод и передаточная функция

Преобразование Лапласа: $f(t): t < 0, f(t) = 0;$ $p = s + j\omega$

$$f(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \qquad f(t) = \frac{1}{2j\pi} \int_{s-j\infty}^{s+j\infty} e^{pt} f(p) dp$$

- для большинства встречающихся на практике функций преобразование Лапласа существует;
- для широкого класса функций интеграл Лапласа является регулярной функцией от p ;
- для заданного изображения соответствующий оригинал существует и является единственным во всей области, за исключением точек разрыва.

$$\textbf{ДУ} \xrightarrow{\text{Алгебраизация}} \textbf{АУ} \xrightarrow{\text{Решение}} f(p) \xrightarrow{\text{Обратное преобразование}} f(t)$$

Кроме того, существуют методы исследования систем, основанные на представлении модели в операторной форме.

Для алгебраизации линейного дифференциального уравнения с нулевыми начальными условиями необходимо:

$$x(t) \Rightarrow x(p); y(t) \Rightarrow y(p); \frac{d^k}{dt^k} \Rightarrow p^k$$

Для широкого класса линейных систем:

$$(a_n \frac{d^n}{dt^n} + ... + a_0) y(t) = (b_m \frac{d^m}{dt^m} + ... + b_0) x(t)$$

$$(a_n p^n + ... + a_0) y(p) = (b_m p^m + ... + b_0) x(p)$$

Передаточная функция:

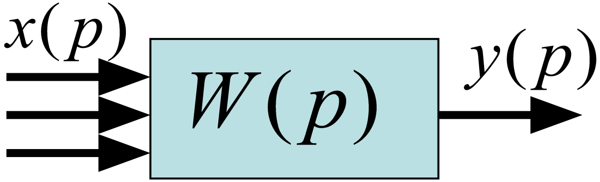
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{Q(p)}{P(p)},$$

где

$$P(p) = a_n p^n + ... + a_0;$$
$$Q(p) = b_m p^m + ... + b_0;$$

5.3 Структурные схемы

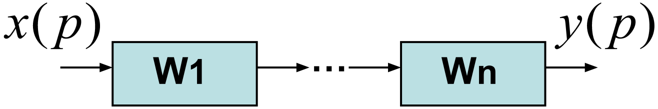
Однонаправленное звено:



Структурная схема – модель в виде схемы из однонаправленных звеньев.

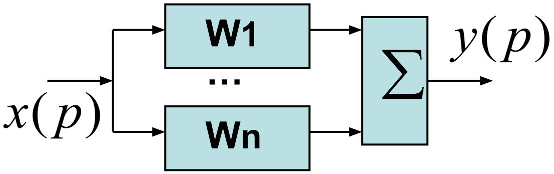
Способы соединения звеньев:

1. Последовательное соединение:



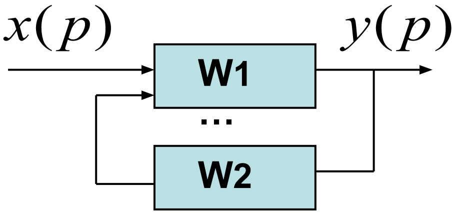
$$W_{посл} = \prod_{1}^{n} W_i$$

2. Параллельное соединение:



$$W_{пар} = \sum_{1}^{n} W_i$$

3. Встречно-параллельное соединение



$$W_{вп} = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2}$$

$$x_{\Sigma} = x(p) + W_2 y(p)$$

$$y(p) = W_1 x(p) + W_1 W_2 y(p)$$

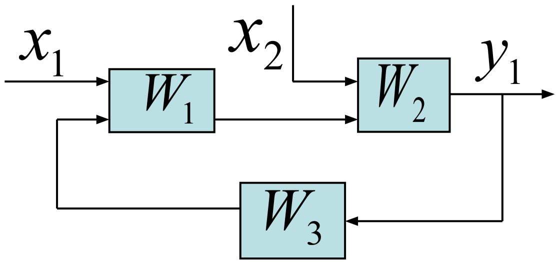
Обратить внимание!

1. Если $W(p) = \dfrac{Q(p)}{P(p)}$, тогда:

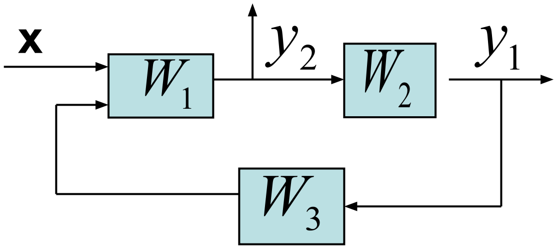
$$W_{пос} = \frac{Q_1 * Q_2 \ldots Q_n}{P_1 * P_2 \ldots P_n} = \frac{\prod Q_i}{\prod P_i};$$

$$W_{пар} = \frac{Q_1}{P_1} + \frac{Q_2}{P_2} = \frac{Q_1 * P_2 + Q_2 * P_1}{P_1 P_2}$$

2.



3.



Что из этого следует?

$$x_1 : W = \frac{W_1 W_2}{1 - W_1 W_2 W_3};$$

$$x_2 : W = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2 W_3};$$

$$y_1 : W = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2 W_3};$$

$$y_2 : W = \frac{W_1 W_2}{1 - W_1 W_2 W_3};$$

Основные динамические звенья:

1. Динамическое звено общего вида:

$$(a_n p^n + \ldots + a_0) y(p) = (b_m p^m + \ldots + b_0) x(p); \qquad W(p) = \frac{b_m p^m + \ldots + b_0}{a_n p^n + \ldots + a_0};$$

2.Апериодическое звено

$$(a_1 p \;\; + a_0) y(p) = b_0 x(p); W = \frac{k}{\tau p + 1}; k = b_0 / a_0; \tau = \frac{a_0}{b_0}.$$

3. Дифференцирующее звено:

$$(a_1 p + a_0) y(p) = b_1 x(p); W = \frac{kp}{\tau p + 1}; k = \frac{b_1}{a_0}; \tau = \frac{a_1}{a_0}.$$

4. Интегратор: $$(a_1 p) y(p) = b_0 x(p); W = \frac{k}{p}; k = \frac{b_0}{a_1}.$$

5.Усилитель $$a_0 y(p) = b_0 x(p); W = k; k = \frac{b_0}{a_0}.$$

6. Сумматор: $$y = \sum x_i;$$

7. Звено запаздывания: $$y(t) = x(t - \tau), W = e^{-\tau p}.$$

Набор соединительных звеньев: элементарные функции; рациональные функции; кусочно-линейные функции; табличные функции и т.д.

Контрольные вопросы

1. Что лежит в основе операторного метода?
2. Зачем нужен операторный метод?
3. Как производится алгебраизация системы линейных АДУ с нулевыми начальными условиями?
4. Что понимается под передаточной функцией?
5. Как записывается передаточная функция линейной системы с одним входом и одним выходом?
6. Что отображают числитель и знаменатель передаточной функции линейной системы с одним входом и выходом?
7. Однонаправленное звено – что это такое?
8. Что понимается под структурной схемой?
9. Назовите основные виды соединения звеньев структурных схем?
10. Каковы передаточные функции для различных способов соединения звеньев - последовательного, параллельного и встречно параллельного.
11. Что изменяется в передаточной функции при переносе точки приложения воздействия и наблюдаемой величины?
12. Перечислите динамические звенья структурной схемы, реализуемые обычно в системах моделирования систем управления?
13. Какое уравнение соответствует динамическому звену общего вида?
14. Какая передаточная функция соответствует динамическому звену общего вида?
15. Что такое звенья связи? Какие звенья возможны в системах моделирования?
16. Как строится модель в классе «Структурные схемы»?

6. Сигналы в частотной области

$$\int_{t1}^{t2} f_1(t) * f_2(t) = 0$$

-Тригонометрические: $\cos n\omega_0 t, \sin n\omega_0 t, n = 0,1,2......\infty$

- Экспоненциальные: $e^{jn\omega_0 t}, n = 0,\pm1,\pm2.....\pm\infty$

- Полиномы Лежандра, Чебышева, функции Бесселя.

Разложение периодических сигналов

Периодический сигнал: $f(t) = f(t+T), -\infty \le t \le \infty$

Если $g_i(t), интервал (t_1 - t_2),$

$$f(t) = c_1 g_1(t) + c_2 g_2(t) + ... + c_n g_n(t) = \sum_1^n c_i g_i(t)$$

$$c_i = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) g_i(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t) dt}$$

Тригонометрический ряд Фурье: $\cos n\omega_0 t$, $\sin n\omega_0 t$ $(n=0,1,2\ldots)$

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos\omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + a_3 \cos 3\omega_0 t + \cdots +$$

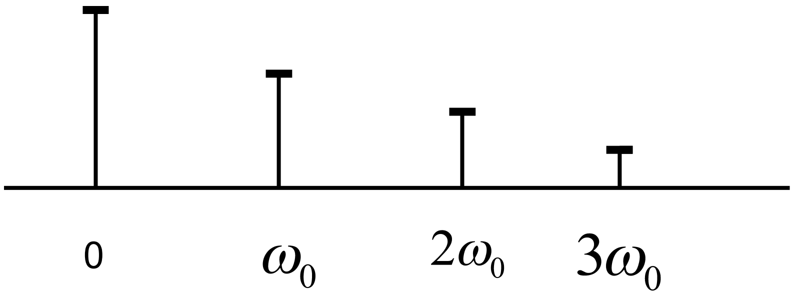
$$+ b_1 \sin\omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + b_3 \sin 3\omega_0 t + \cdots$$

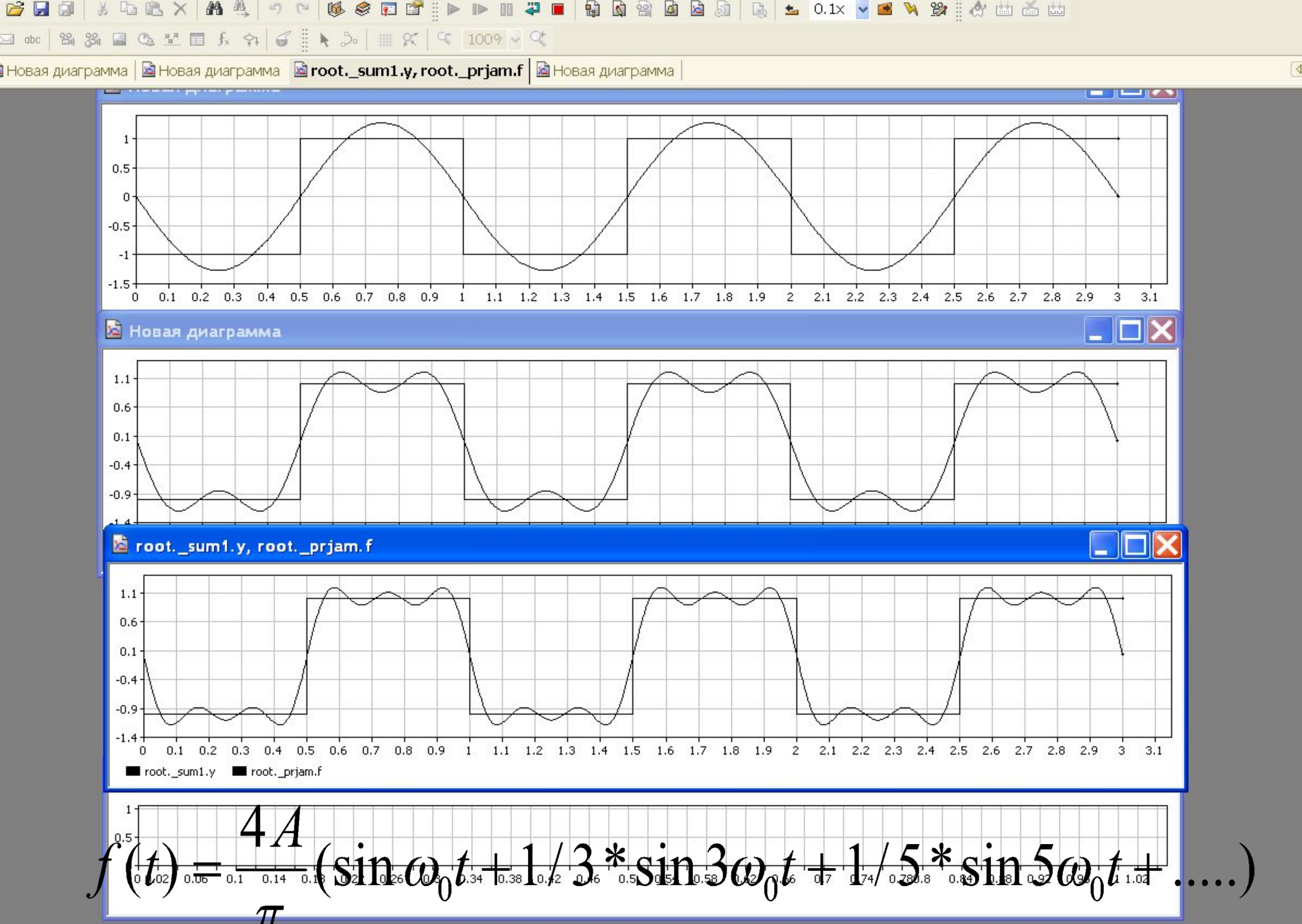
$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos n\omega_0 t dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\sin n\omega_0 t dt \qquad a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = -arctg\frac{b_n}{a_n}$$





$$f(t) = \frac{4A}{\pi}(\sin\omega_0 t + 1/3 * \sin 3\omega_0 t + 1/5 * \sin 5\omega_0 t + \ldots..)$$

Любой сигнал $f(t)$, удовлетворяющий условиям Дирихле и абсолютно интегрируемый, может быть представлен в виде спектра:

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

$$F(\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Условия Дирихле:

-*интервал может быть разбит на конечное число подин-тервалов, в каждом из которых функция непрерывна и моно- тонна, а в точках разрыва существует* ; $f(t+0), f(t-0)$

- *функция абсолютно интегрируема.*

Абсолютная интегрируемость: $\int_{-\infty}^{\infty} / f(t) / dt \le M$

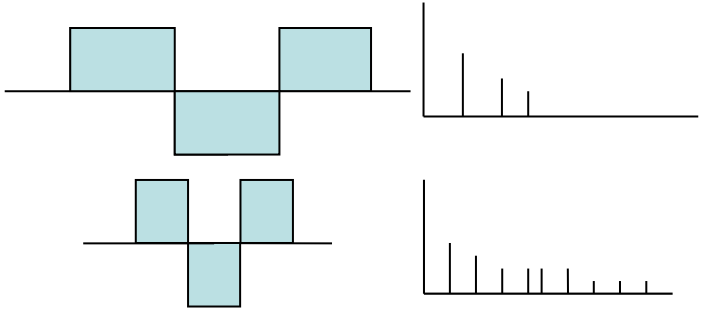
М – *конечная величцна*

Свойства преобразования Фурье

1.Свойство изменения масштаба:

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

$$f(at) \Leftrightarrow \frac{1}{/a/} F(\frac{\omega}{a})$$



2. Свойство линейности:

$$f_1(t) \Leftrightarrow F_1(\omega)$$

$$f_2(t) \Leftrightarrow F_2(\omega)$$

$$af_1(t) + af_2(t) \Leftrightarrow aF_1(\omega) + aF_2(\omega)$$

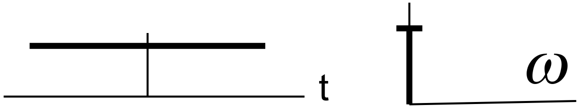
3. Свойство частотного и временного сдвига

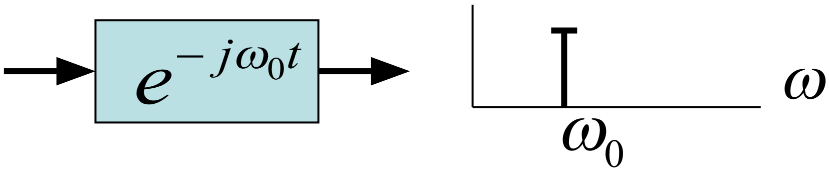
$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

$$f(t - t_0) \Leftrightarrow F(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

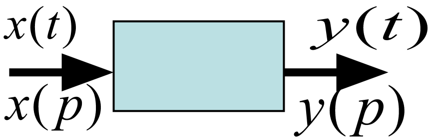
$$f(t)e^{-j\omega_0 t} \Leftrightarrow F(\omega + \omega_0)$$





7. Системы в частотной области

$$t \Leftrightarrow p = s + j\omega$$



$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$$

Частный случай интеграла Лапласа – интеграл Фурье:

$$p = j\omega$$

$$f(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt \qquad F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2j\pi}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} f(p)e^{pt}dt \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}dt$$

Комплексный коэффициент передачи:

$$K(j\omega) = W(p)_{p=j\omega}$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$K(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$K(\omega) = / K(j\omega) /$$

Система 1 порядка:

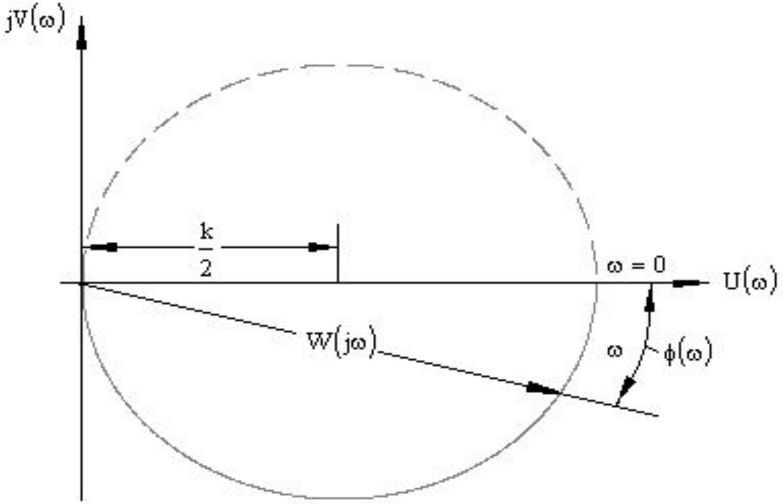
$$W = \frac{k}{\tau p + 1} \qquad K(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega\tau};$$

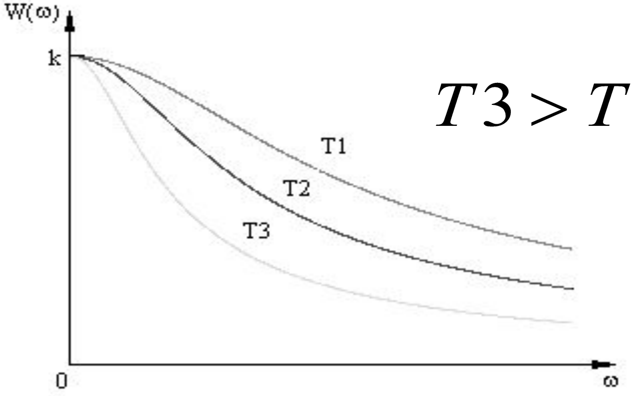
$$K(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}};$$

$$\varphi(\omega) = -arctg\,\omega\tau$$

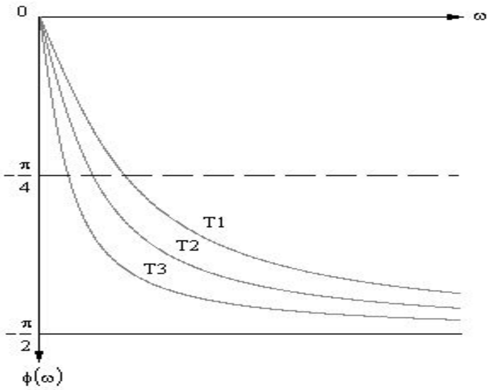
Фазо-частотная характеристика

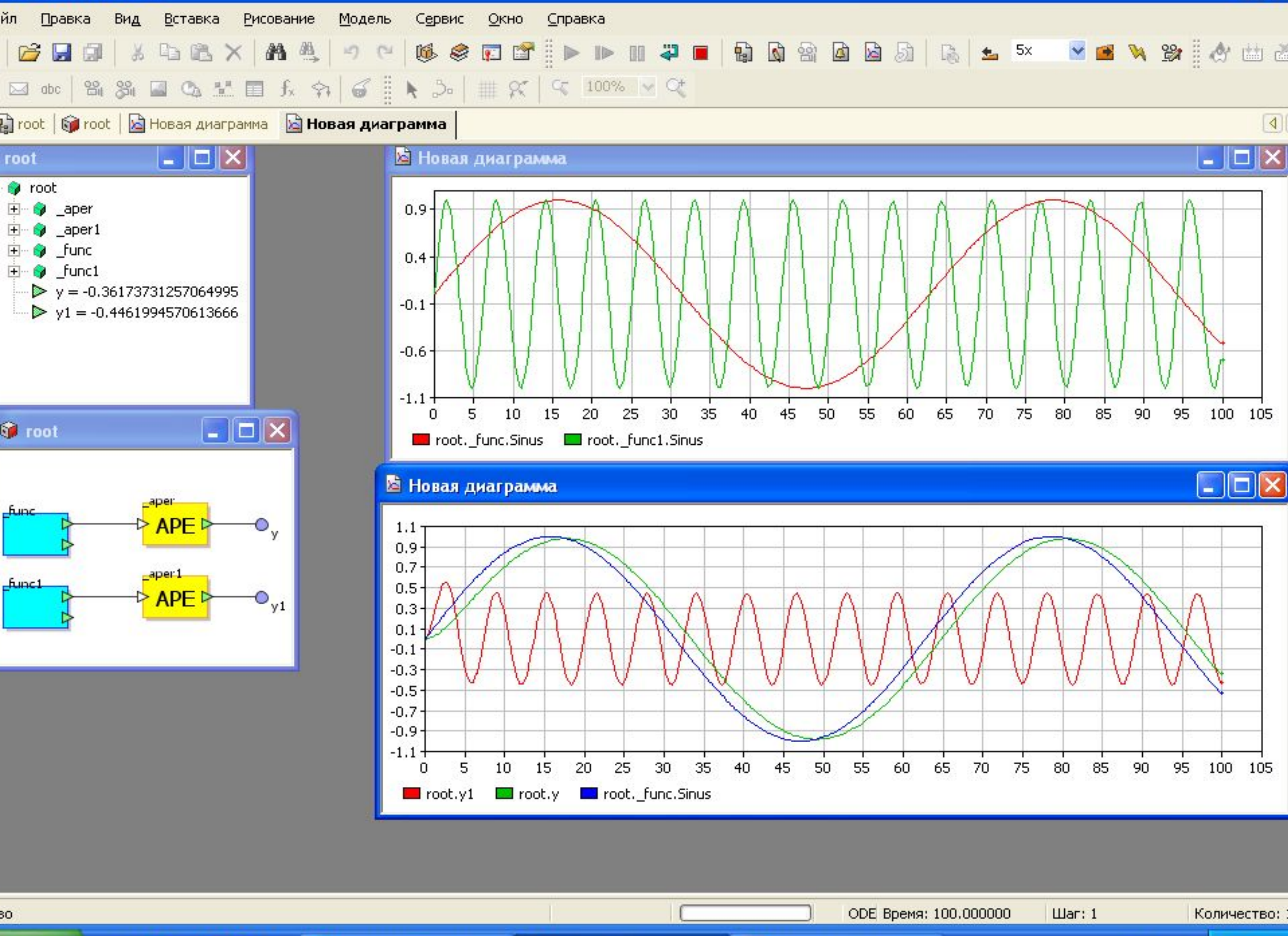
$$\varphi(\omega) = \arg K(j\omega)$$





$$T3 > T2 > T1$$





йл Правка Вид Вставка Рисование Модель Сервис Окно Справка
5x
100%
root
root
Новая диаграмма
Новая диаграмма
root
root
_aper
_aper1
_func
_func1
y = -0.36173731257064995
y1 = -0.4461994570613666
Новая диаграмма
root._func.Sinus
root._func1.Sinus
root
func
func1
_aper
_aper1
APE
APE
y
y1
Новая диаграмма
root.y1
root.y
root._func.Sinus
ODE Время: 100.000000
Шаг: 1
Количество:

Система 2 порядка

Передаточная функция:

$$W = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

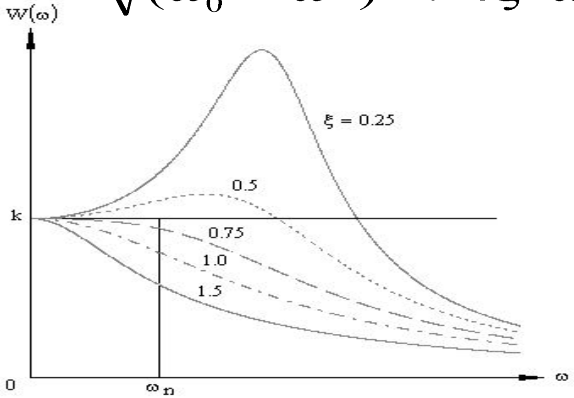
$$k = \frac{b_0}{a_0}, T = \frac{1}{\omega_0}, \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}.$$

Комплексный коэффициент передачи:

$$K(j\omega) = \frac{k}{T^2 (j\omega)^2 + 2\xi T j\omega + 1} = \frac{k\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\xi\omega\omega_0}.$$

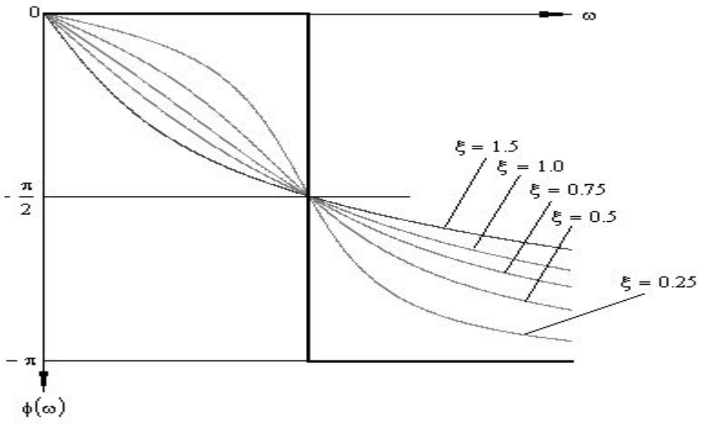
Амплитудно-частотная характеристика:

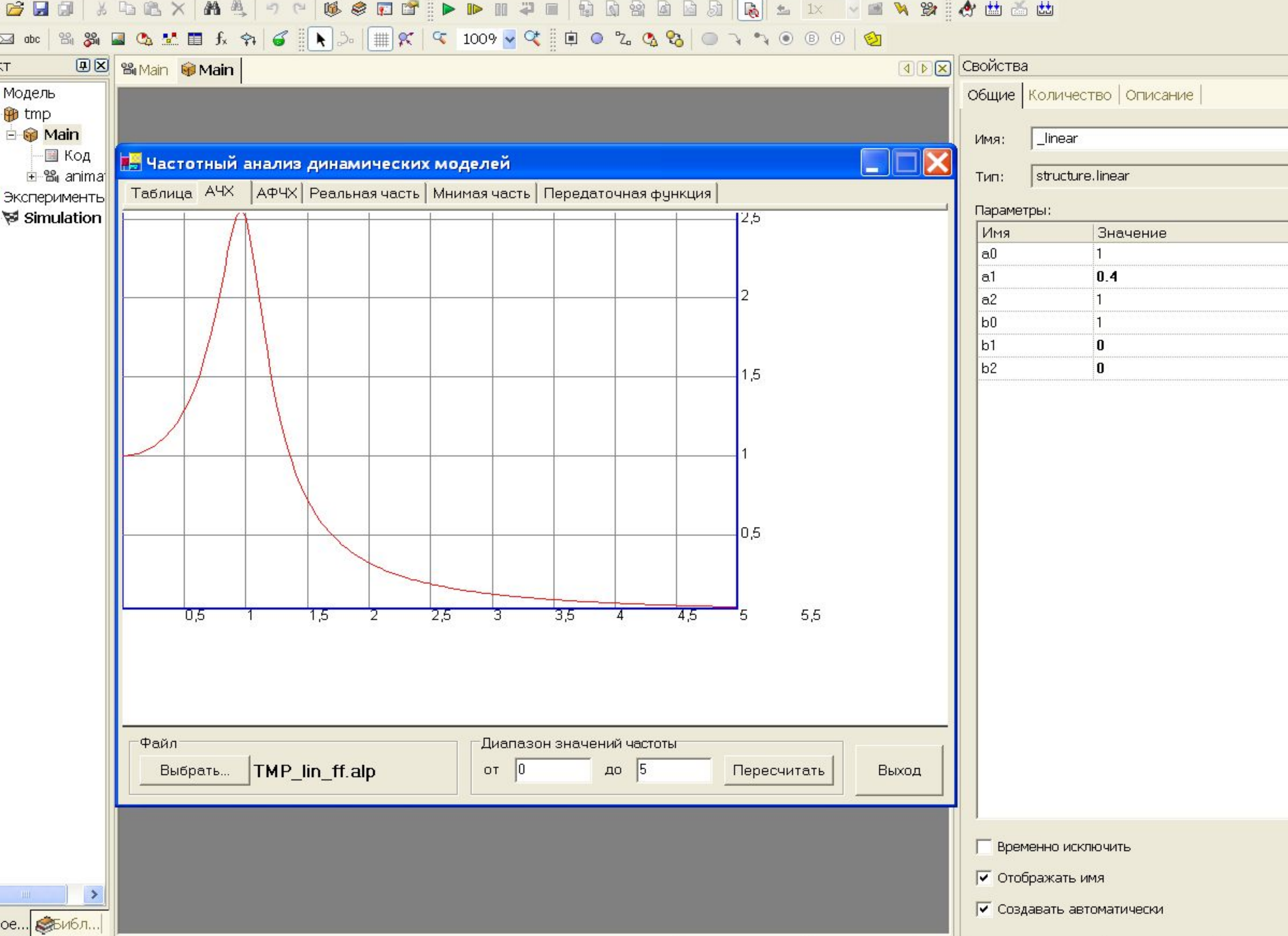
$$K(\omega) = \frac{k\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}},$$



Фазо-частотная характеристика:

$$\varphi(\omega) = -arctg\frac{2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$




Main
Main
Свойства
Модель
tmp
Main
Код
anima
Эксперименты
Simulation
Частотный анализ динамических моделей
Таблица
АЧХ
АФЧХ
Реальная часть
Мнимая часть
Передаточная функция
2,5
2
1,5
1
0,5
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
5,5
Файл
Выбрать...
TMP_lin_ff.alp
Диапазон значений частоты
от
0
до
5
Пересчитать
Выход
Общие
Количество
Описание
Имя:
_linear
Тип:
structure.linear
Параметры:
Имя
Значение
a0
1
a1
0.4
a2
1
b0
1
b1
0
b2
0
Временно исключить
Отображать имя
Создавать автоматически
Библ...

Вид График Справка

13.alp

Открыть...

Перезагрузить

ель

дная переменная

ЧХ

ФЧХ

ействительная часть

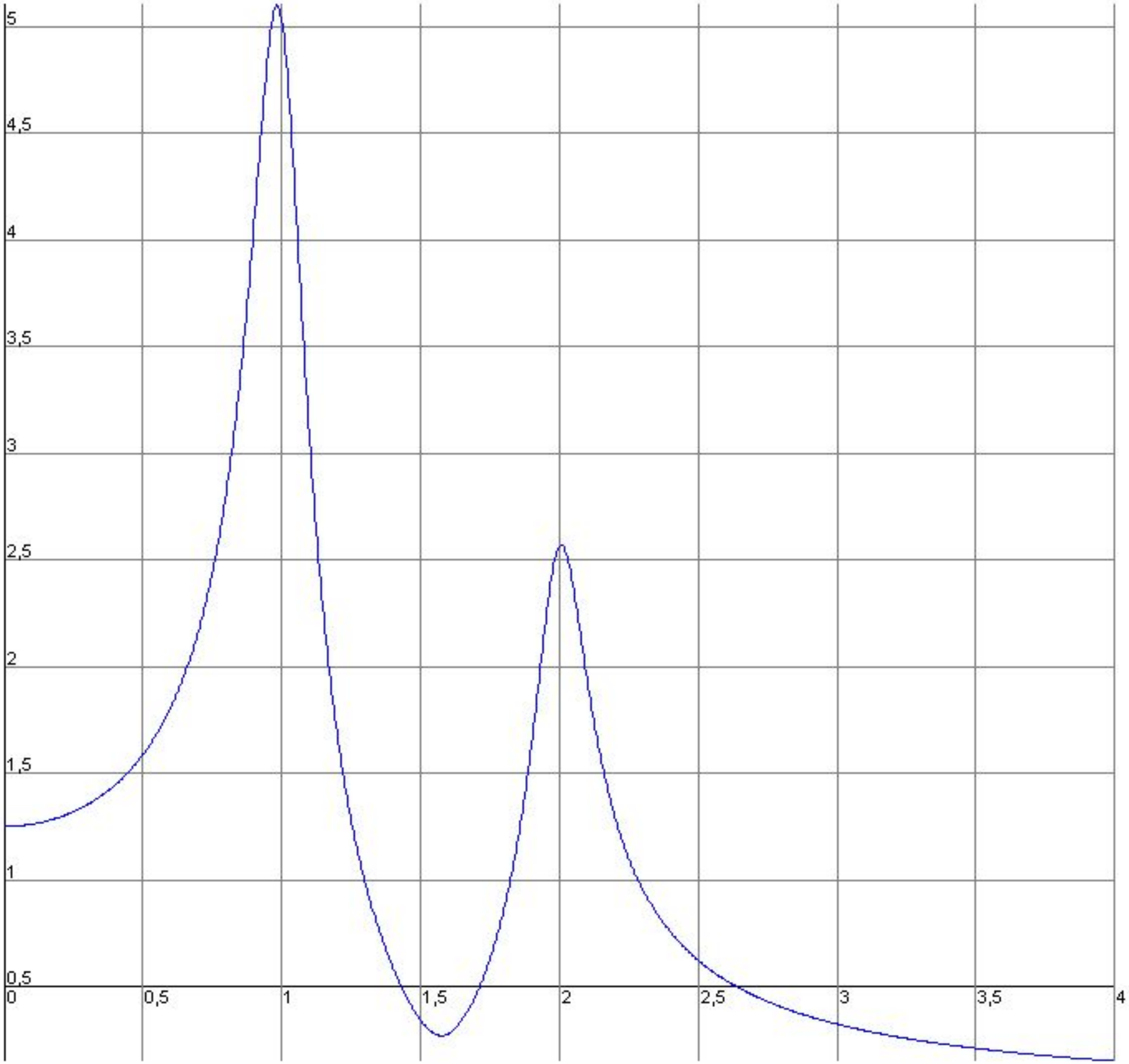
Нимая часть

абличные данные

ередаточная функция

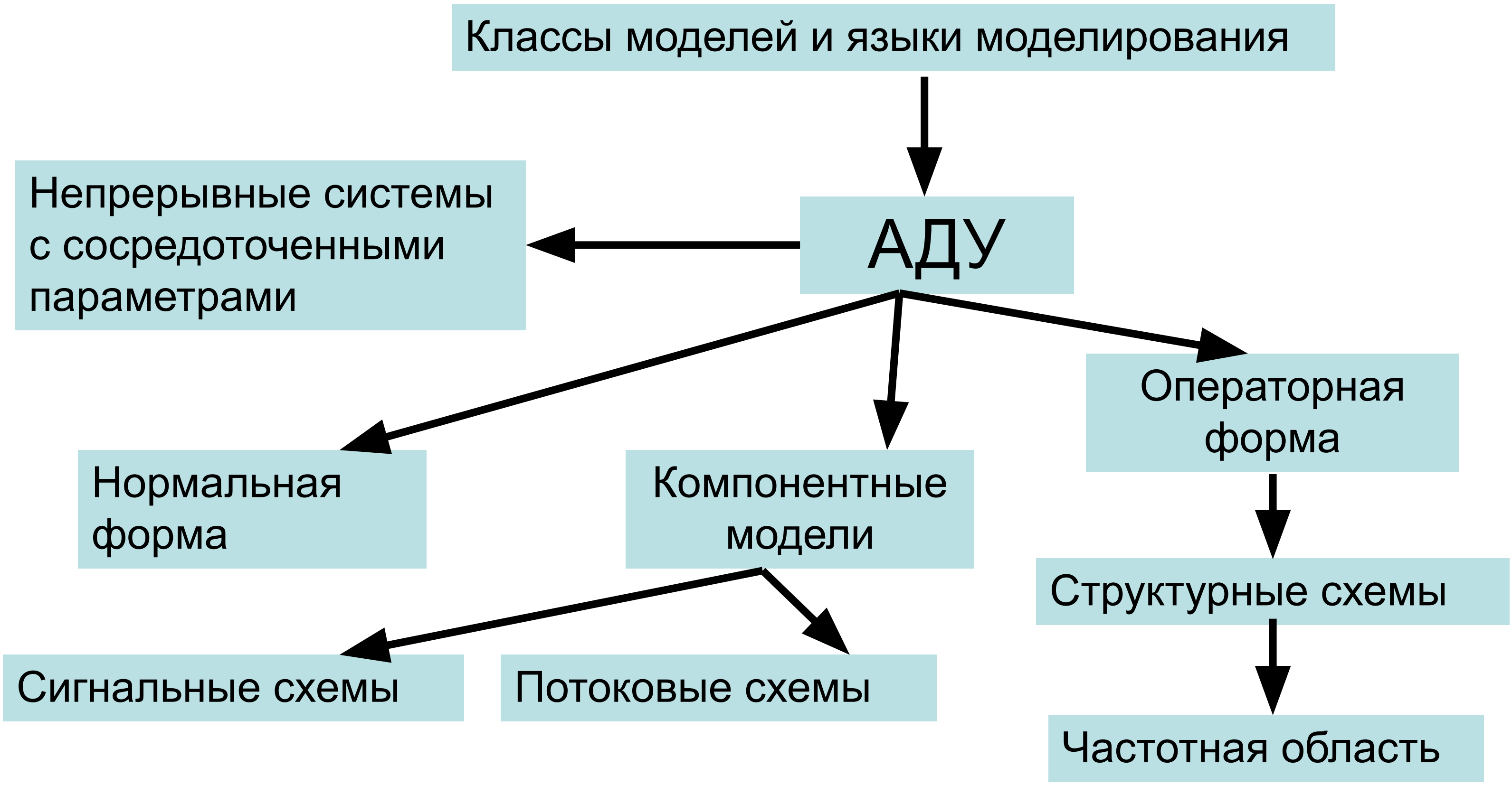
ик

0 до 4



Передаточная функци

С...	Числ...	Знам...
0	5	8
1	0,4	2
2	2	10,08
3	0	0,8
4	0	2


Классы моделей и языки моделирования
АДУ
Непрерывные системы с сосредоточенными параметрами
Нормальная форма
Компонентные модели
Операторная форма
Структурные схемы
Сигнальные схемы
Потоковые схемы
Частотная область

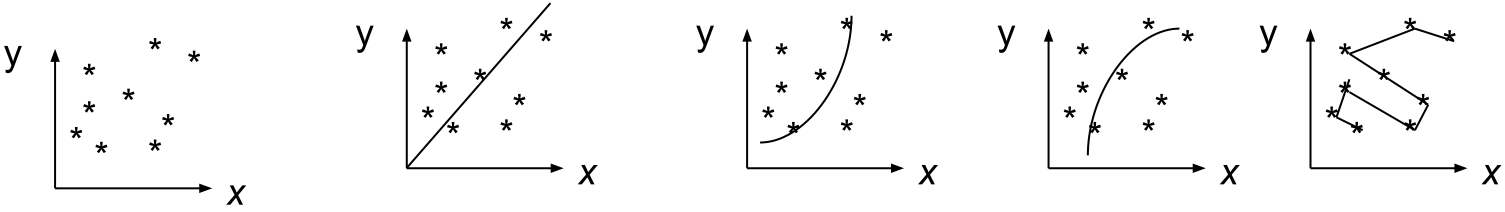
Контрольные вопросы

1. Что понимается под системой ортогональных функций, где и как она используется?
2. Приведите примеры ортогональных функций?
3. Тригонометрический ряд Фурье – как он выглядит?
4. Как выглядит разложение в тригонометрический ряд Фурье, выраженное через амплитуду и фазу гармоник?
5. Как выглядит спектр периодического сигнала и чем отличаются спектры периодического и непериодического сигналов?
6. Смысловое содержание и формализм свойства изменения масштаба преобразования Фурье?
7. Смысловое содержание и формализм свойства линейности преобразования Фурье?
8. Смысловое содержание и формализм свойства частотного и временного сдвига преобразования Фурье?
9. Как перейти от комплексной амплитудно-частотной характеристики к амплитудно-частотной и фазовой характеристикам?
10. Комплексный коэффициент передачи: что это и как его найти?
11. Как выглядят АЧХ и ФЧХ системы 1 порядка?
12. Как выглядят АЧХ и ФЧХ системы 2 порядка?

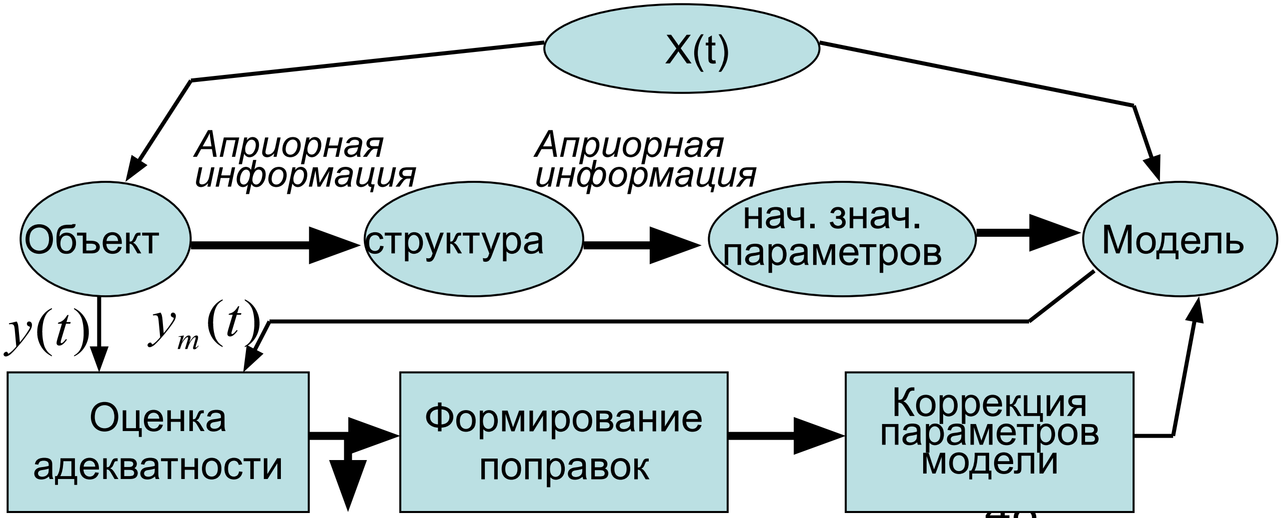
8. Идентификация моделей по экспериментальным данным

Идентификация:

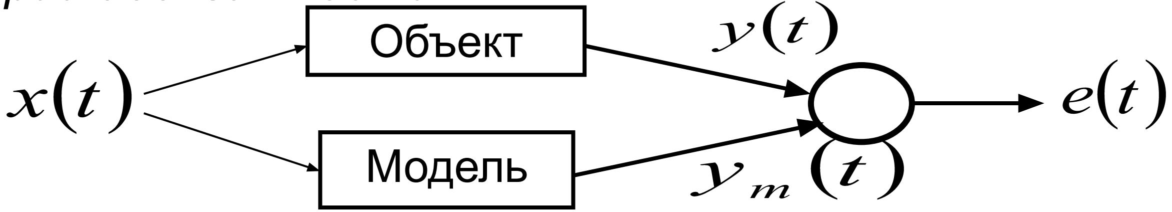
- теоретическая идентификация;
- идентификация по экспериментальным данным.



Процесс идентификации включает 3 этапа:



Критерии адекватности:

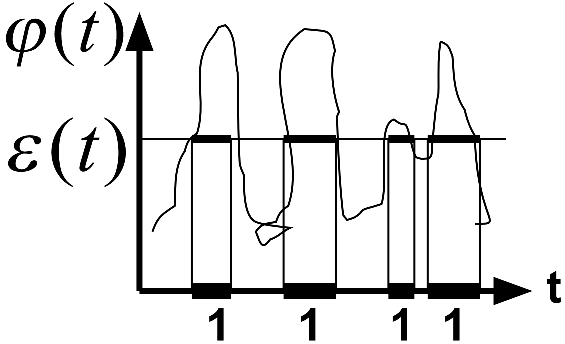


Функция потерь: $\Theta\left[\varepsilon(t) * \omega(t)\right]$

Условный риск: $\xi(\theta / x_i) = M\left[\theta(\varepsilon(t) * \omega(t))\right] / x_i$

Средний риск: $R(\Theta) = M\left[\xi(\Theta / x_i)\right]$

1. Вероятностный критерий:



Функция веса $\omega(t) = 1$

Функция потерь

$$\theta(\varepsilon) = \begin{cases} 1 : /\varepsilon(t)/ \geq \varphi(t); \\ 0 : /\varepsilon(t)/ < \varphi(t); \end{cases}$$

Средний риск:

$$R(\theta) = M\left[\theta(\varepsilon)\right] = 1 * P\left[/\varepsilon(t)/ \geq \varphi(t)\right] + 0 * \left[/\varepsilon(t)/ < \varphi(t)\right] =$$

$$= P\left[/\varepsilon(t)/ \geq \varphi(t)\right]$$

2. Среднеквадратичный критерий:

$$\omega(t)=1;\quad \theta[\varepsilon(t)]=\varepsilon^2(t);\qquad R(\theta)=1/T\int_0^T \varepsilon^2(t)dt.$$

3. Равномерный критерий:

$$\omega(t)=1;\theta(\varepsilon)=/\,\varepsilon(t)\,/:\quad R(\theta)=1/T\int_0^T /\,\varepsilon(t)\,/\,dt.$$

4. Равномерный критерий с учетом времени:

$$\omega(t)=t;\theta(\varepsilon)=/\,\varepsilon(t)\,/\,:\;R(\theta)=1/T\int_0^T /\,\varepsilon(t)\,/\,tdt.$$

Метод наименьших квадратов

Многомерный статический объект: $\overline{Y}=F(\overline{X},\overline{A})$

$$\overline{X}=x_1,\dots x_n;\qquad \overline{A}=a_1,\dots a_k;\qquad \overline{Y}=y_1\dots.y_m;$$

Информация: $I=<x_i,y_i>,i=1,\dots N;\;\; ??\,a_1,\dots a_k;$

Сведение к одному выходу: $y=f(\overline{X,A})$

$$\begin{cases}\{y_1=f(\overline{X_1,A});\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ y_N=f(\overline{X_N,A});\end{cases}\qquad N\;???$$

Если: $$\omega(t)=1,\theta(\varepsilon)=\varepsilon^2(t):R(\theta)=\frac{1}{T}\int\varepsilon^2(t)dt;$$

$$R(\theta)=\frac{1}{N}\sum\varepsilon_i^2=\frac{1}{N}\sum(y_{im}-y_i)^2;$$

$$\min R=\sum_{i=1}^{n}\left[f(\overline{X,A})-y_i)\right]^2 \Longrightarrow \overline{A}^*$$

Частный случай: $$y=f(x,A)=f(x,a_1,...a_k)$$

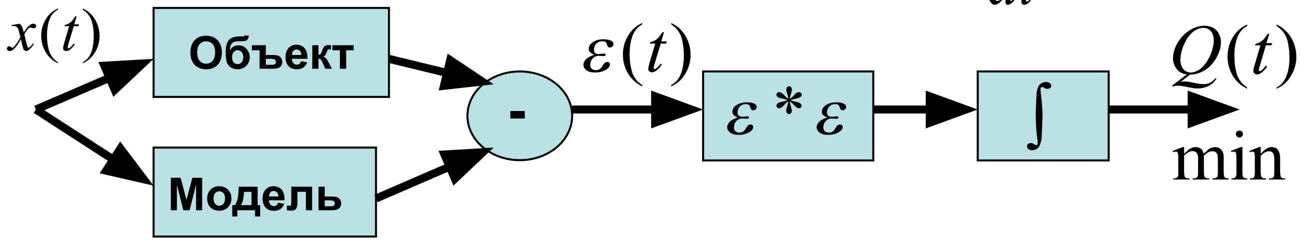
$$\min\sum\left[y_i-f(x,A)\right]^2 \Longrightarrow A^*$$

Дифференцируя и приравнивая производную нулю:

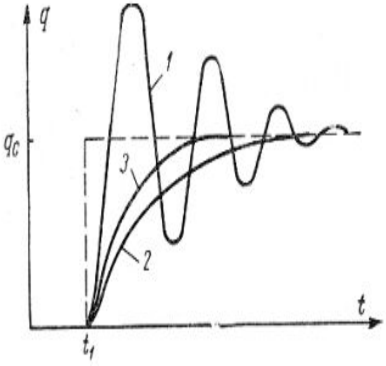
$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-f(x_i,A)\right]\dfrac{\partial f}{\partial a_1}=0;\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \sum_{i=1}^{n}\left[y_i-f(x_i,A)\right]\dfrac{\partial f}{\partial a_k}=0;\end{cases}$$

Особенности идентификации динамических объектов

Линейный динамический объект: $$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots . a_0 y = b_0 x$$



Оценка начальных значений параметров:



1. Коэффициент передачи $$a_0 y = b_0 x, k = (y / x)_{t \to \infty}$$

2. Период колебаний $$T : \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad T \Rightarrow \omega_0$$

$$\omega_0 = \sqrt{a_0 / a_2} \qquad a_0 :\Rightarrow a_2$$

3. По характеру переходного процесса

$$d = \delta / \omega_0 = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2 * a_0}} \Rightarrow a_1$$

Идентификация в частотной области

- Синусоидальный сигнал:

$$x = x_0 \sin \omega t$$

$$y = K(\omega)\sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

- Прямоугольный сигнал:

$$x(t) = \frac{4A}{\pi}(\sin\omega_0 t + {}^1\!/_3 \sin 3\omega_0 t + {}^1\!/_5 \sin 5\omega_0 t + \ldots)$$

$$y(t) = \frac{4A}{\pi}\left[K(\omega_0)\sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{1}{3}K(3\omega_0)\sin(3\omega_0 t + \varphi_3) + \ldots\ldots\right]$$

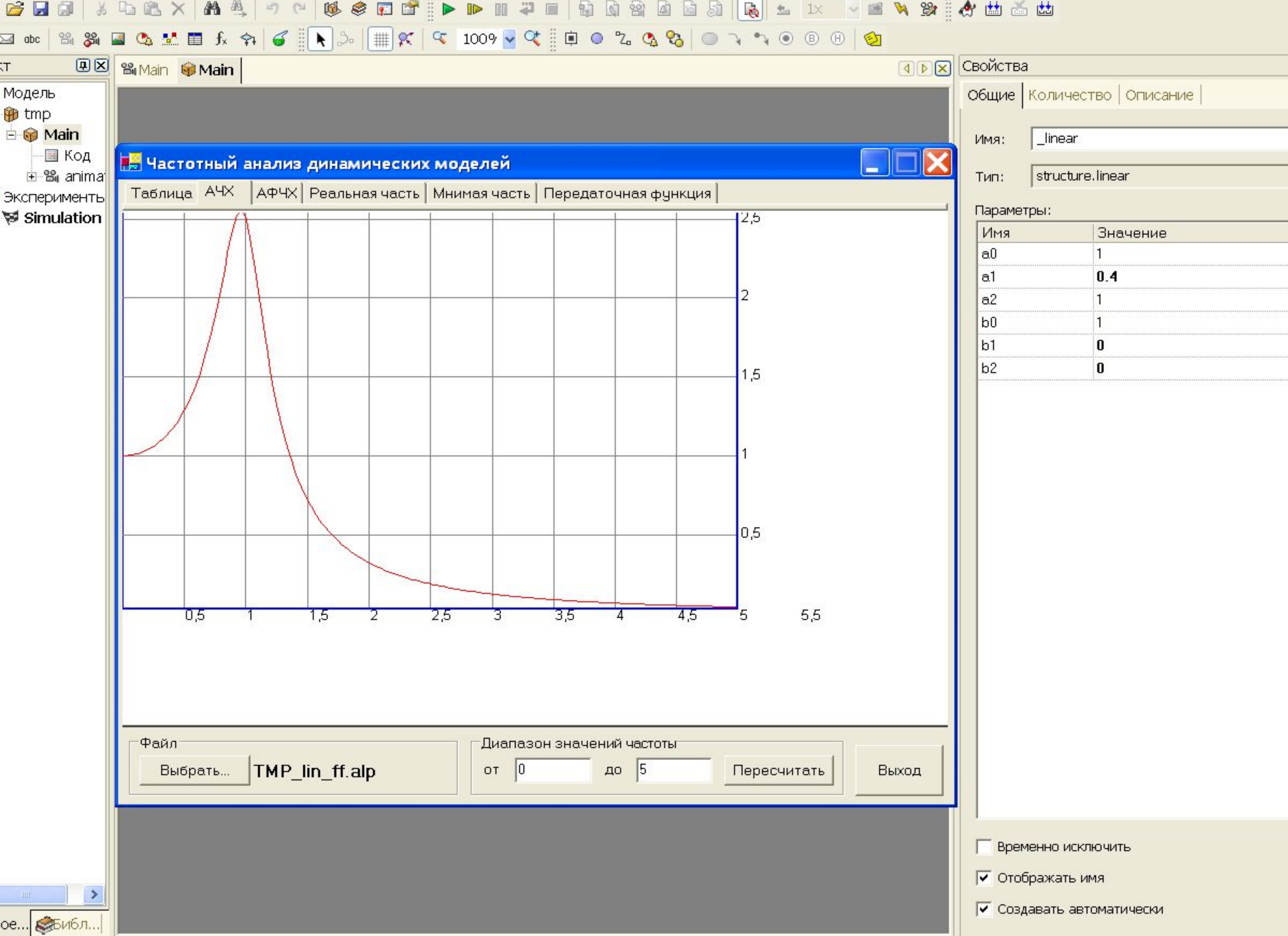
- Случайный сигнал:

$$X(t) \qquad Y(t)$$

$$K_x(\tau) \qquad K_y(t)$$

$$S_x(\omega) \qquad S_y(\omega)$$

$$\frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} = K^2(\omega) \Rightarrow K(\omega)$$


Модель
tmp
Main
Код
anima
Эксперименты
Simulation
Main
Main
Частотный анализ динамических моделей
Таблица
АЧХ
АФЧХ
Реальная часть
Мнимая часть
Передаточная функция
2,5
2
1,5
1
0,5
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
4
4,5
5
5,5
Файл
Выбрать...
TMP_lin_ff.alp
Диапазон значений частоты
от
0
до
5
Пересчитать
Выход
Свойства
Общие
Количество
Описание
Имя:
_linear
Тип:
structure.linear
Параметры:
Имя
Значение
a0
1
a1
0.4
a2
1
b0
1
b1
0
b2
0
Временно исключить
Отображать имя
Создавать автоматически
100%
Библ...

Регрессионный анализ

$$r \geq r_{кр} \ : \ r_{кр} = \frac{t_{\alpha n}^2}{(t_{\alpha n}^2 + n - 2)^{1/2}}$$

$t_{\alpha n}$ **- критерий Стъюдента,** α **-доверительная вероятность**

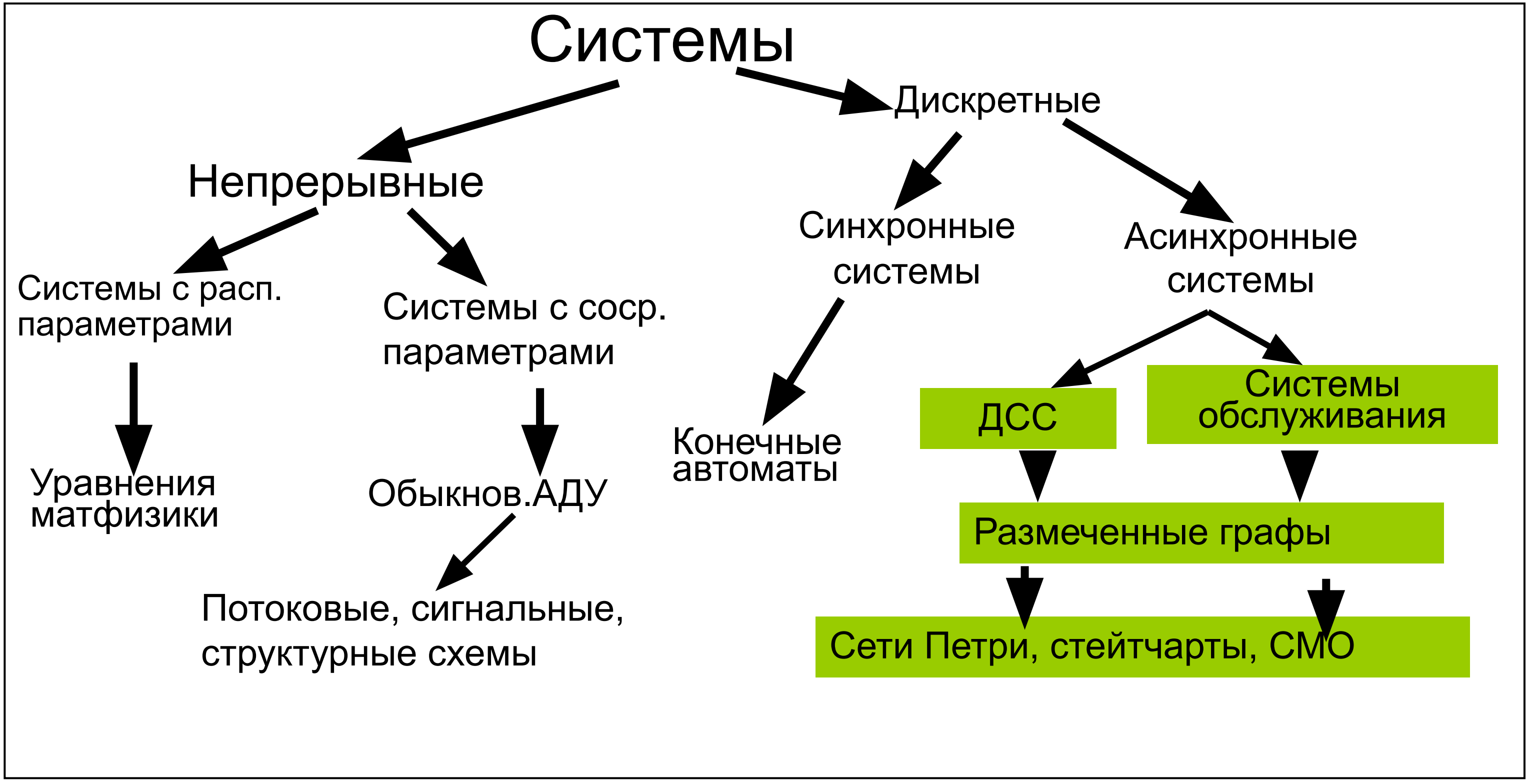
Критерий Стъюдента для $\alpha = 0.9$

n	**5**	**10**	**30**	**120**	∞
$t_{\alpha n}$	**2.1**	**1.8**	**1.7**	**1.7**	**1.6**
$r_{кр}$	**0.8**	**0.5**	**0.3**	**0.15**	**0**

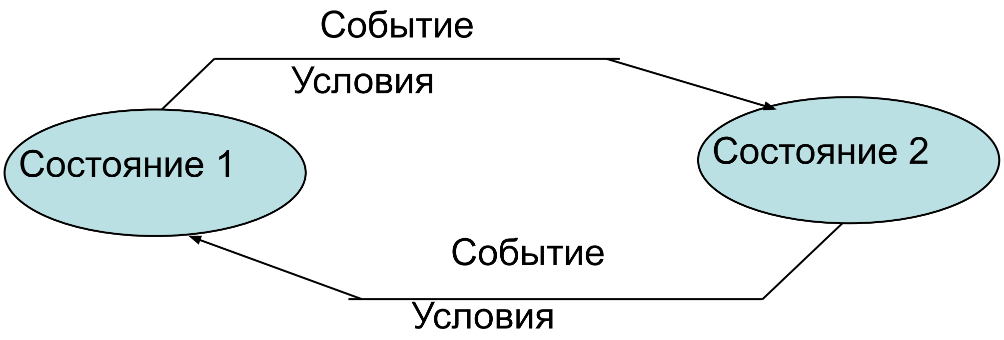
Контрольные вопросы

1. Определите понятие "Идентификация"?
2. Определите понятие "Теоретическая идентификация"?
3. В каких ситуациях приходится идентифицировать модель по экспериментальным данным?
4. Перечислите основные этапы (процедуры) процесса идентификации модели по экспериментальным данным?
5. Что такое «критерий адекватности»?
6. Перечислите основные типы задач идентификации и их особенности?
11. Как строятся оценки степени адекватности?
12. Какие критерии адекватности наиболее часто используются на практике?
13. Как выглядит и где используется критерий адекватности «средний риск»?
14. Как выглядит и где используется среднеквадратичный критерий?
15. Что такое «метод наименьших квадратов» в задачах идентификации моделей?
16. Как выглядит математическая формулировка метода наименьших квадратов?
17. В чем особенность идентификации динамических моделей?
18. Как строится процедура идентификации в частотной области?
19. Как можно имитировать гармонический сигнал?
20. Регрессионный анализ - что это?
21. Как в общем виде выглядит решение задачи регрессионного анализа?
22. От чего зависит и как определяется критический коэффициент корреляции в регрессионном анализе?

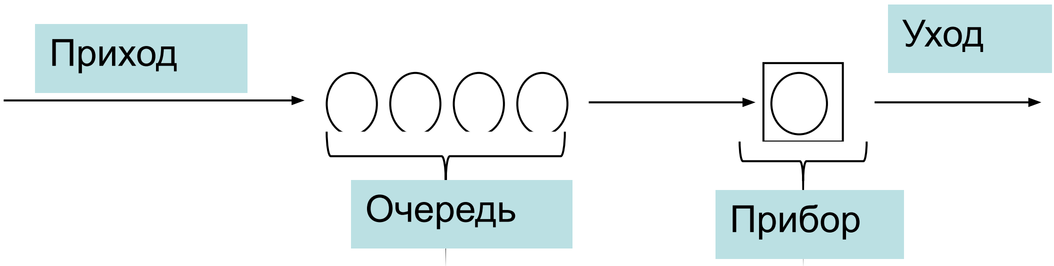
9. Моделирование асинхронных дискретных систем



Дискретно-событийные системы:



Системы массового обслуживания:



АДУ
- Потоковые схемы
- Сигнальные схемы
- Структурные схемы

9.1 Размеченные графы
- Сети Петри
- Стейтчарты
- Системы массового обслуживания

- *Марковский случайный процесс:* процесс, вероятностные характеристики которого в будущем не зависят от предыстории.

-***Поток событий:*** последовательность однородных событий, следующих друг за другом в случайные моменты времени.

Потоки событий: стационарный поток событий; поток событий без последействия; ординарный поток событий; простейший поток событий (стационарный пуассоновский).

- Для простейшего потока с интенсивностью λ интервал T между соседними событиями имеет показательное распределение с плотностью вероятности

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (t > 0)$$

-Для случайной величины, имеющей показательное распределение, математическое ожидание и дисперсия определяются следующим образом:

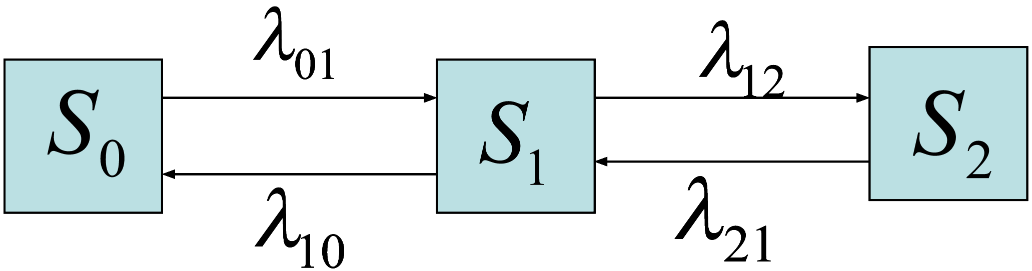
$$m_T = \sigma_T = 1/\lambda$$

Уравнения Колмогорова:

Система включает два канала связи с отказами. Может находиться в трех состояниях:

S_0 -оба канала свободны;
S_1 -один из каналов занят;
S_2 -оба канала заняты.

Размеченный граф системы:



Для любого момента времени:

$$\sum_{i=0}^{2} p_i(t) = p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) = 1.$$

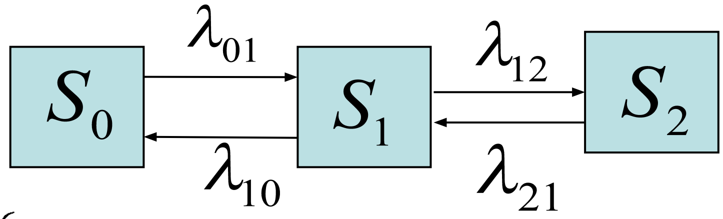
Элемент вероятности – вероятность попадания на малый интервал хотя бы одного события потока

$$p_{\Delta t} = \lambda \Delta t$$

Вероятность того, что в момент времени $t+\Delta t$ система будет находиться в состоянии S_1

$$p_1(t+\Delta t) = p_1(t)\left[1-(\lambda_{10}+\lambda_{12})\Delta t\right] + p_0(t)\lambda_{01}\Delta t + p_2(t)\lambda_{21}\Delta t.$$

Если $\Delta t \to 0$ $\dfrac{dp_1}{dt} = p_0\lambda_{01} + p_2\lambda_{21} - p_1(\lambda_{10}+\lambda_{12}).$



$$\begin{cases} \dfrac{dp_0}{dt} = p_1\lambda_{10} - p_0\lambda_{01} \\ \dfrac{dp_1}{dt} = p_0\lambda_{01} + p_2\lambda_{21} - p_1(\lambda_{10}+\lambda_{12}) \\ \dfrac{dp_2}{dt} = p_1\lambda_{12} - \lambda_{21}p_2 \end{cases}$$

Общее правило составления уравнений Колмогорова:

Левая часть – *производные вероятности каждого из возможных состояний.*

Правая часть – *сумма произведений вероятностей всех состояний, из которых идут стрелки в данное состояние, на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного состояния.*

Для решения системы уравнений необходимо задать начальные условия: $p_0(0)=1; p_1(0)=p_2(0)=0$

Финальные вероятности состояний – значения вероятностей $p_i(t)$ к которым они стремятся при $t \to \infty$.

Интерпретация: финальная вероятность состояния – среднее относительное время пребывания системы в этом состоянии.

Для установившегося состояния производные равны нулю; соответственно получим:

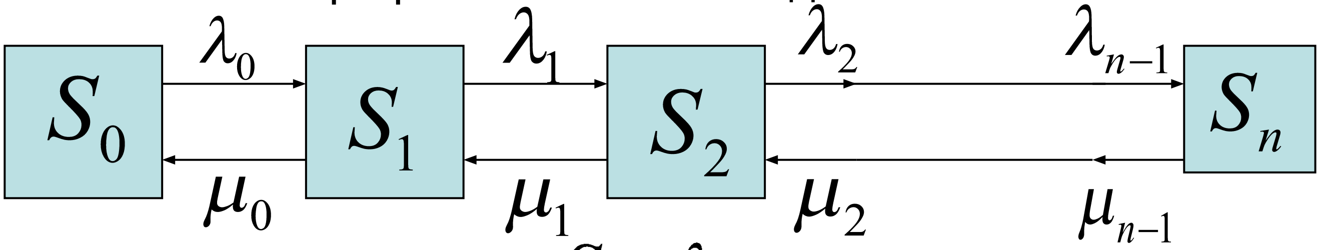
$$\begin{cases} \lambda_{01} p_0 = \lambda_{10} p_1 \\ (\lambda_{10}+\lambda_{12}) p_1 = \lambda_{01} p_0 + \lambda_{21} p_2 \\ \lambda_{21} p_2 = \lambda_{12} p_1 \end{cases}$$

Для решения системы одно из уравнений необходимо заменить нормировочным условием:

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Линейные размеченные графы:

Процессы рождения-гибели: марковские процессы со стохастическими графами состояний вида



Уравнения для финального состояния:

$$S_0 : \lambda_0 p_0 = \mu_0 p_1$$

$$S_1 : (\lambda_1 + \mu_0) p_1 = \lambda_0 p_0 + \mu_1 p_2,$$

Или после преобразования:

$$\lambda_0 p_0 = \mu_0 p_1$$

$$\lambda_1 p_1 = \mu_1 p_2,$$

Для остальных состояний получим в итоге:

$$\begin{cases} \lambda_0 p_0 = \mu_0 p_1 \\ \lambda_{k-1} p_{k-1} = \mu_{k,k+1} p_k \\ \lambda_{n-1} p_{n-1} = \mu_n p_n \\ p_0 + p_1 + \dots p_k + \dots p_n = 1 \end{cases}$$

Решение системы в компактной форме примет вид:

$$p_0 = \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\prod_{i=0}^{k-1} \lambda_i}{\prod_{m=1}^{k} \mu_m} \right)^{-1}, p_k = \frac{\prod_{i=0}^{k-1} \lambda_i}{\prod_{m=1}^{k} \mu_m}, k = \overline{1, n}.$$

К описанной выше модели сводятся многие простые задачи асинхронных дискретных систем.

Приведенная интенсивность потока заявок – среднее число заявок, приходящее за среднее время обслуживания одной заявки:

$$\rho = \lambda / \mu$$

Формулы Эрланга:

$$p_0 = \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} \right]^{-1}; p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0; \rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Формулы Литтла

Для любой СМО, при любом характере потока заявок, при любом распределении времени обслуживания, при любой дисциплине обслуживания:

- Среднее время пребывания заявки в системе равно среднему числу заявок в системе, деленному на интенсивность потока заявок:

$$W_{сист} = \frac{1}{\lambda} L_{сист}$$

- Среднее время пребывания заявки в очереди равно среднему числу заявок в очереди, деленному на интенсивность потока заявок:

$$W_{оч} = \frac{1}{\lambda} L_{оч}$$

Поскольку речь идет об установившемся режиме, входной поток заявок равен выходному. Тогда среднее время пребывания заявки в очереди при ее единичной длине $1/\lambda$. Так как реально в очереди стоит *L, то время надо умножить на эту величину.*

Одноканальная СМО с отказами в обслуживании:

Модель в виде размеченного графа:

$$\boxed{S_0} \underset{\mu}{\overset{\lambda}{\rightleftarrows}} \boxed{S_1}$$

Система дифференциальных

уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t); \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt} = -\mu p_1(t) + \lambda p_0(t); \\ p_0(t) + p_1(t) = 1. \end{cases}$$

Откуда: $$\frac{dp_0}{dt} = -(\lambda + \mu)\, p_0(t) + \mu.$$

Решение при нулевых
начальных условиях:

$$p_0(0) = 1;\, p_1(0) = 0;$$

$$p_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t};$$

$$p_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}(1 - e^{-(\lambda + \mu)t});$$

В установившемся режиме,

при $t \to \infty$

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu};\, p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

В установившемся режиме, при $t \to \infty$

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

Относительная пропускная способность

$$Q = p_0(t).$$

Абсолютная пропускная способность (число заявок, обслуживаемых в единицу времени):

$$A = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu} = \lambda Q.$$

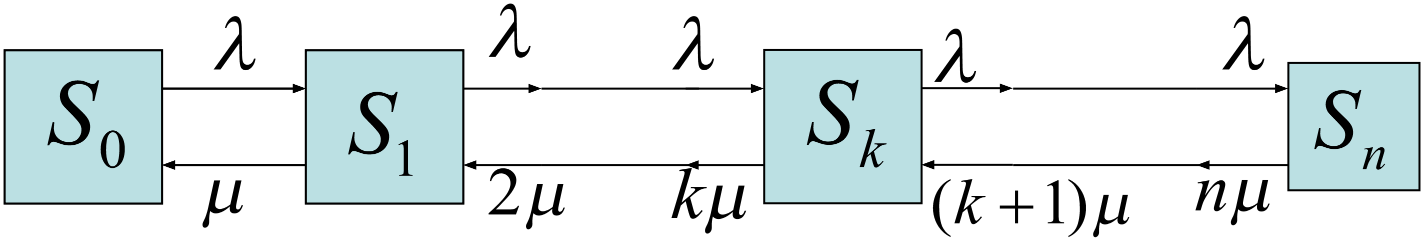
Доля заявок, которым отказано в обслуживании:

$$P_{отк} = p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

Число не обслуженных заявок в единицу времени:

$$\lambda P_{отк} = \frac{\lambda^2}{\lambda + \mu}$$

Многоканальная СМО с отказами (задача Эрланга)



Приведенная интенсивность потока заявок – среднее число заявок, приходящее за среднее время обслуживания одной заявки:

$$\rho = {}^{\lambda}\!/_{\mu};$$

Формулы Эрланга: $$p_0 = \left[\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!}\right]^{-1}; p_k = p_0 \frac{\rho^k}{k!}; \rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Вероятность отказа: $$p_{отк} = p_n = p_0 \frac{\rho^n}{n!}; k = n;$$

Относительная пропускная способность: $$Q = p_{обсл} = 1 - p_{отк} = 1 - p_n;$$

Абсолютная пропускная способность: $$A = \lambda p_{обсл};$$

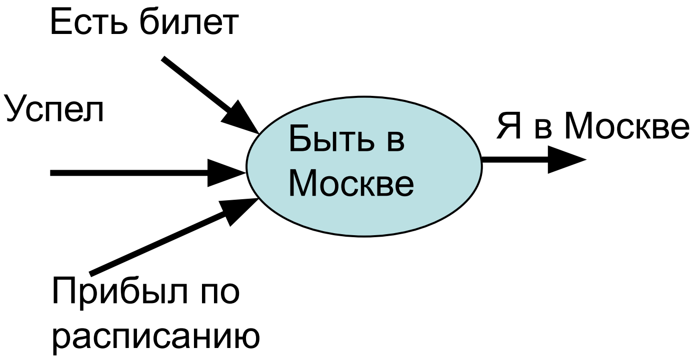
Среднее число занятых каналов: $$\overline{n}_{зан} = \rho p_{обсл} = A / \mu;$$

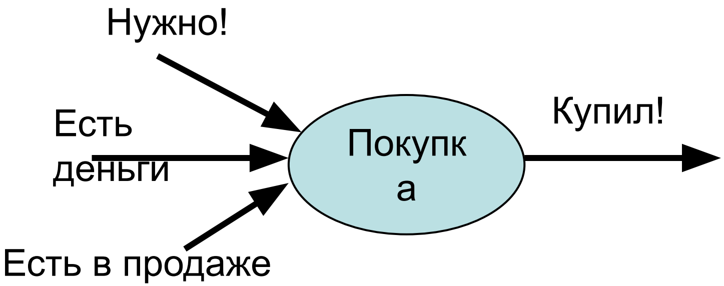
Задачи, имеющие аналитическое решение:

-Одноканальная СМО с ограниченной длиной очереди.

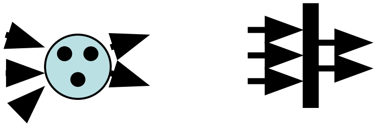
- Одноканальная СМО с неограниченной очередью.
- Многоканальная СМО с ограниченной длиной очереди.
- Многоканальная СМО с неограниченной очередью.

10. Асинхронные дискретно-событийные процессы





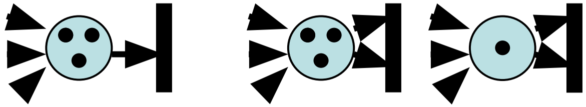
Сети Петри



Позиция Переход

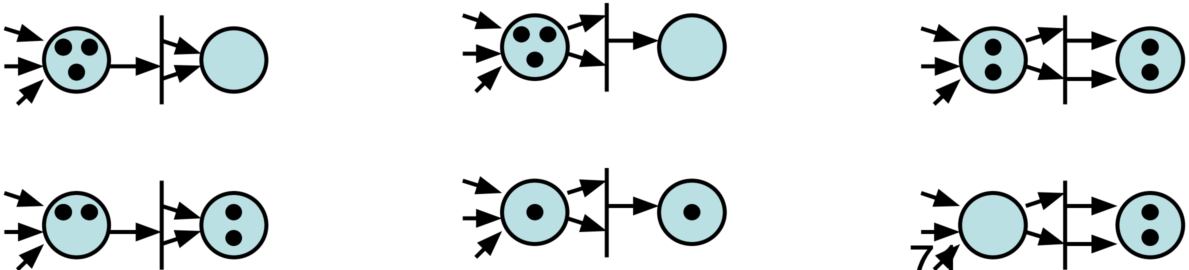
- Однонаправленные связи
- Маркеры

Основное синтаксическое правило:



Активный переход??

Срабатывание перехода:



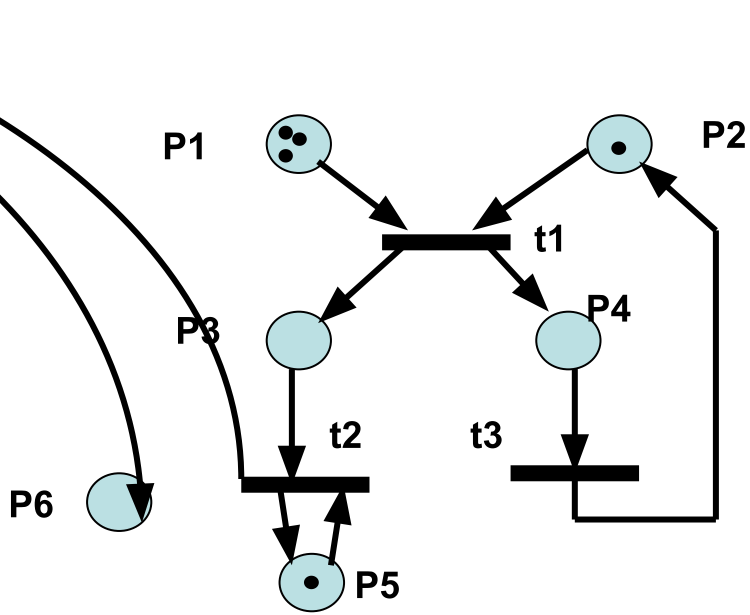
Описание модели:

$$S = < P, T, E, \mu_0 >$$

$$E \subseteq (P * T) \cup (T * P)$$

Позиции и переходы:

$$P = (p_{1,} ....p_6), T = (t_1, t_2, t_3)$$



Входные и выходные позиции:

$$I(t_1) = \{p_1, p_2\}, \quad O(t_1) = \{p_3, p_4\},$$

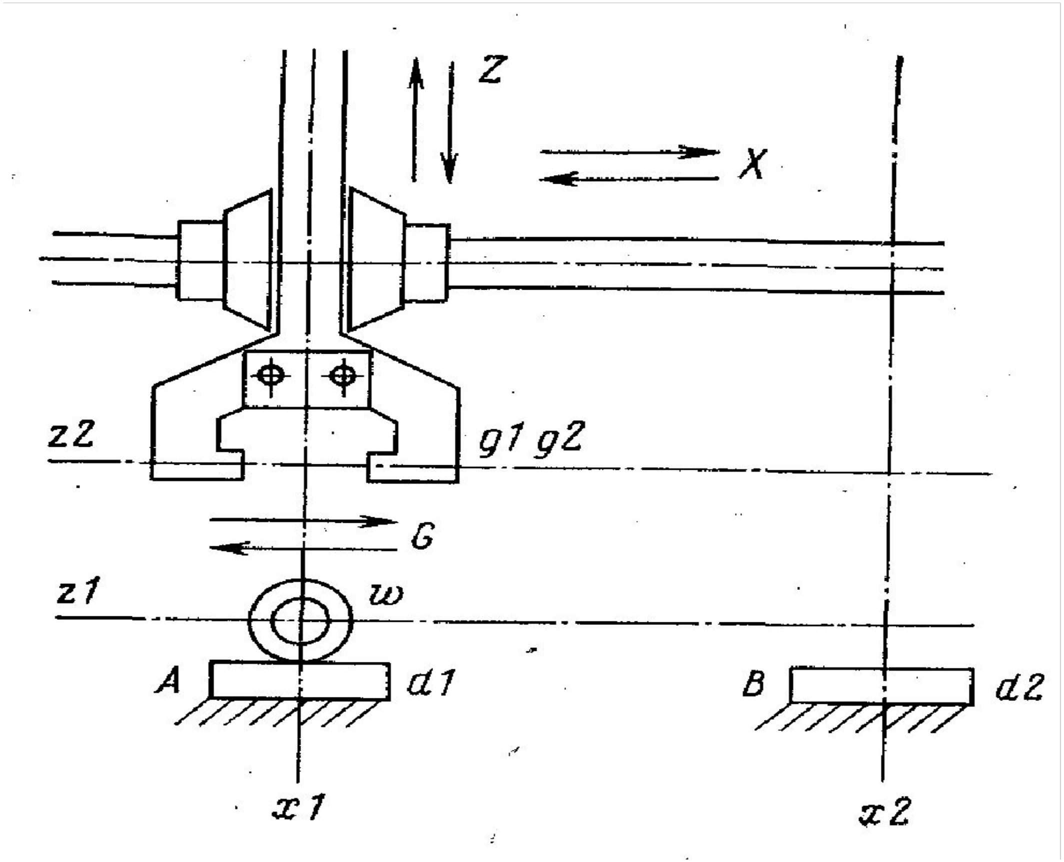
$$I(t_2) = \{p_3, p_5\}, \quad O(t_2) = \{p_5, p_6\}$$

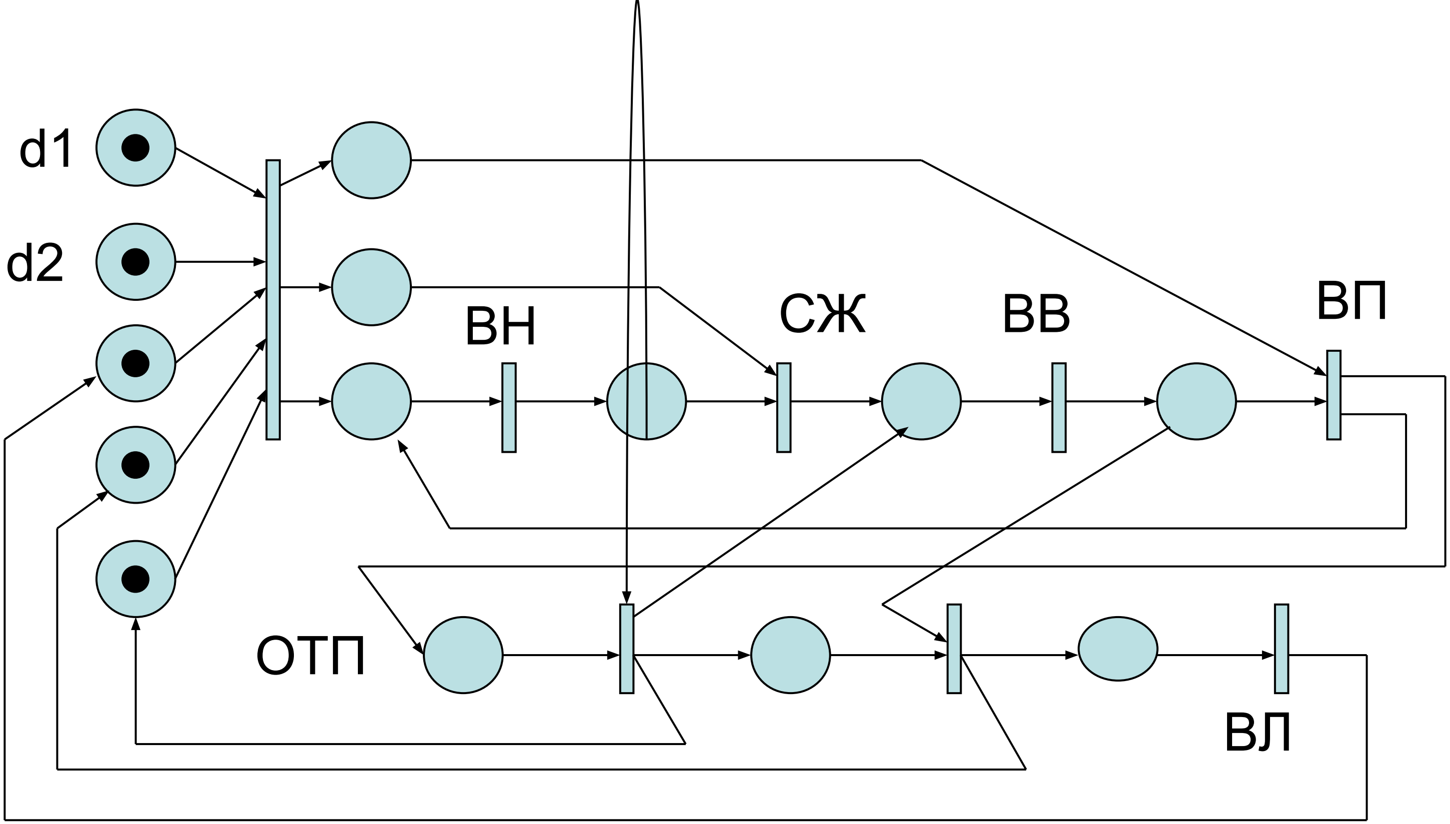
$$I(t_3) = \{p_4\}, \quad O(t_3) = \{p_2\},$$

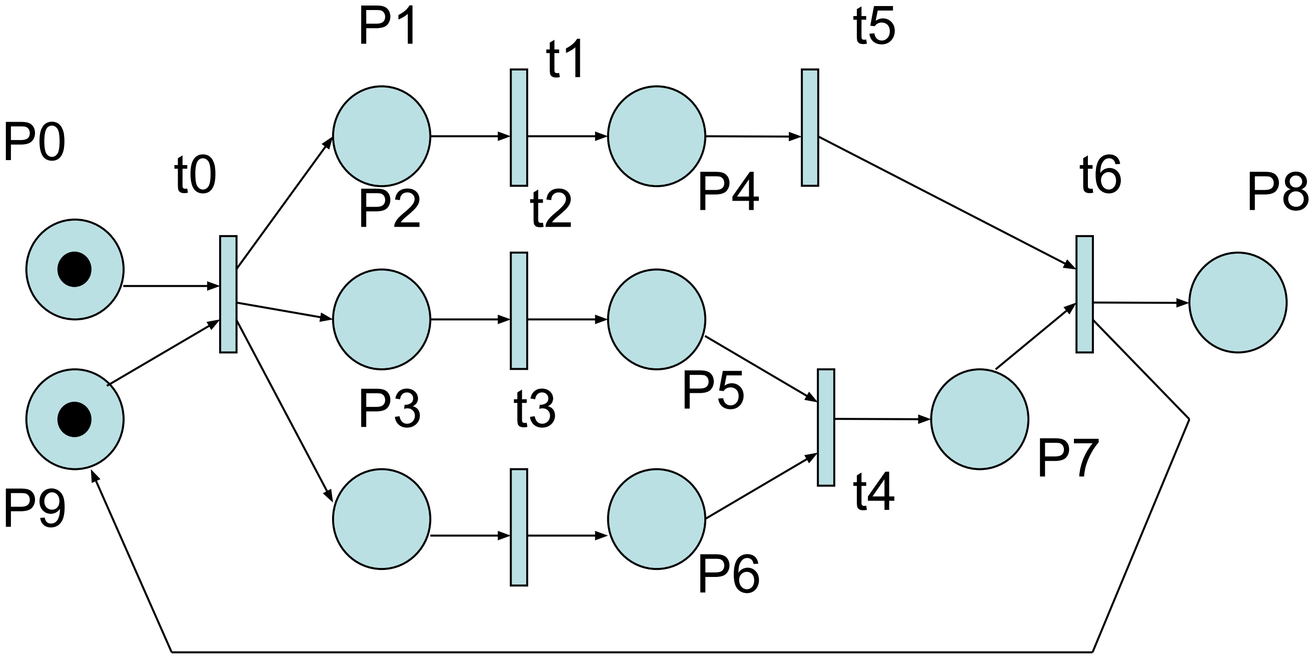
Начальная маркировка:

$$\mu_1^0 = 2, \mu_2^0 = 1, \mu_3^0 = 0, \mu_4^0 = 0, \mu_5^0 = 1, \mu_6^0 = 0$$

a




d1
d2
ВН
СЖ
ВВ
ВП
ОТП
ВЛ

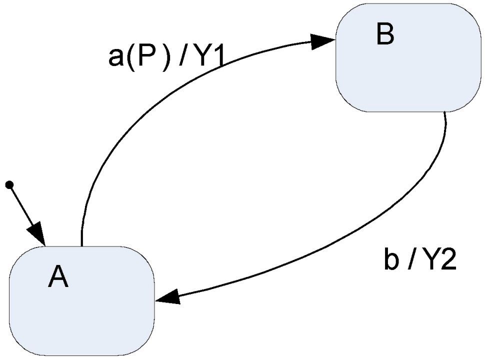


Распараллеливание обработки сложных данных

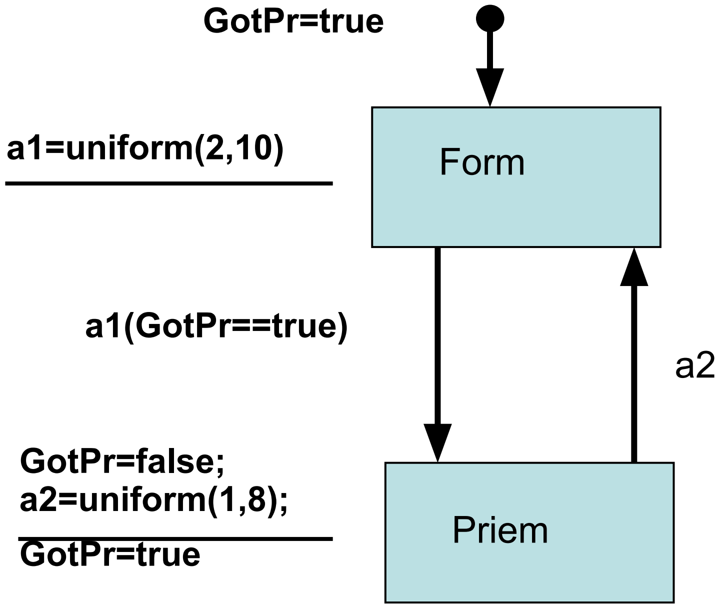
Стейтчарты

Простой граф переходов

Cобытия:
-таймаут, в том числе немедленно;
- сигнал;
- истинность некоторого условия;
- другие события.

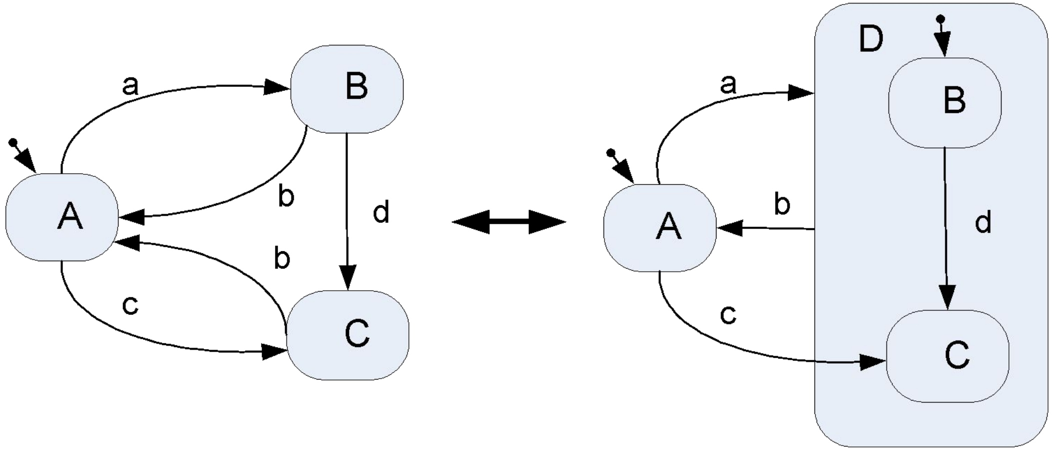


Система, формирующая и пересылающая информационные пакеты

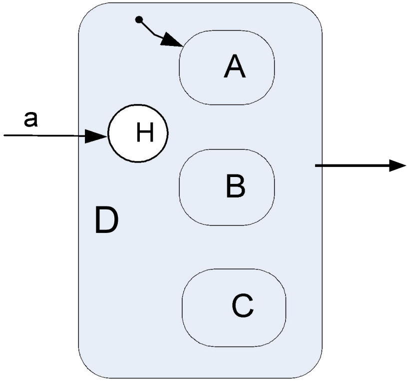


Псевдосостояния

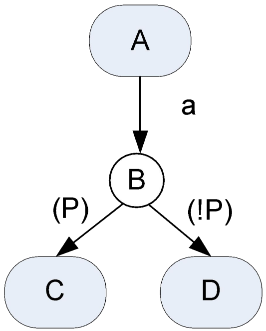
Иерархические состояния *(гиперсостояния)*



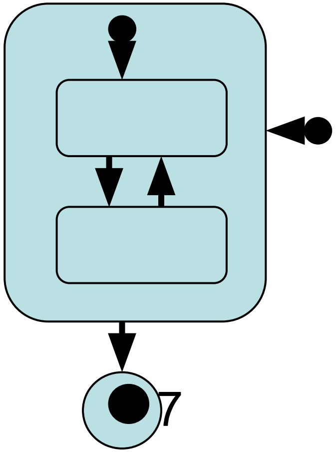
Историческое состояние



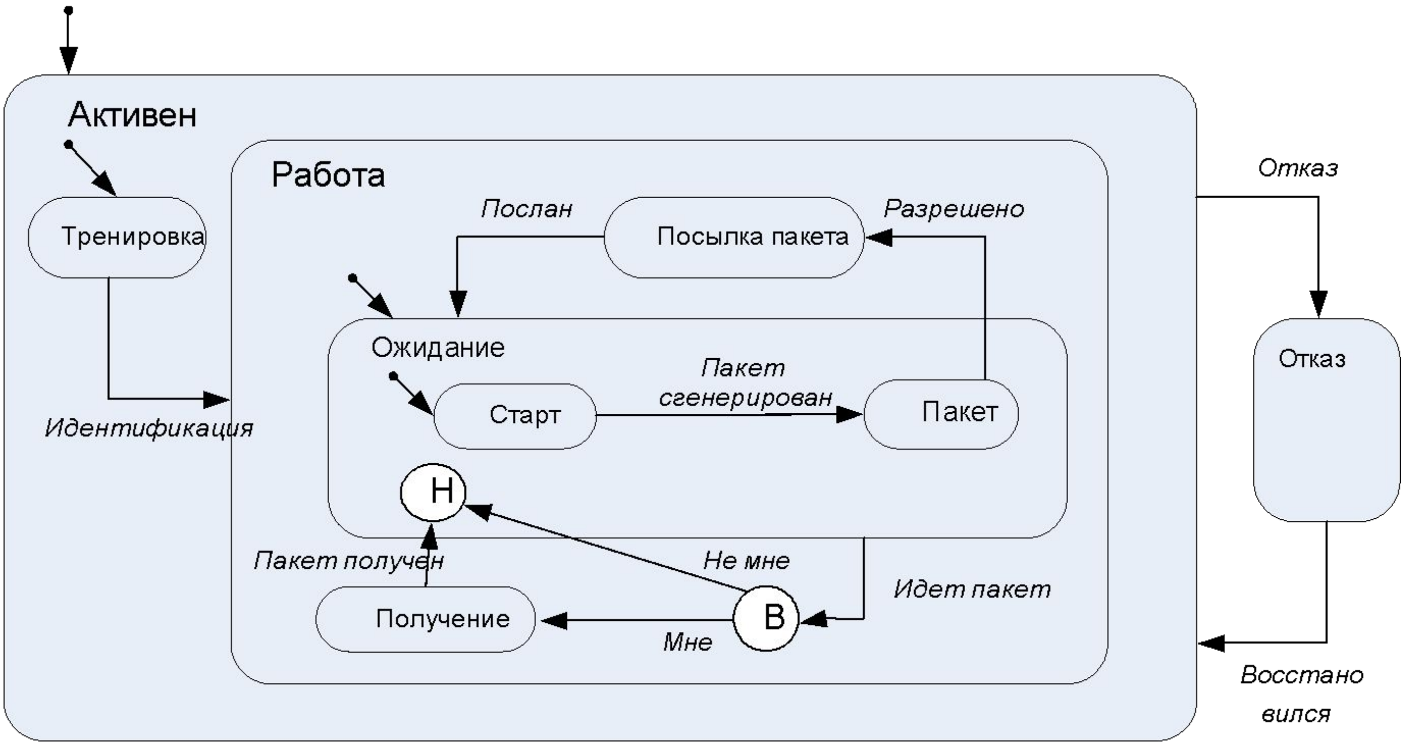
Условное состояние (ветвление)

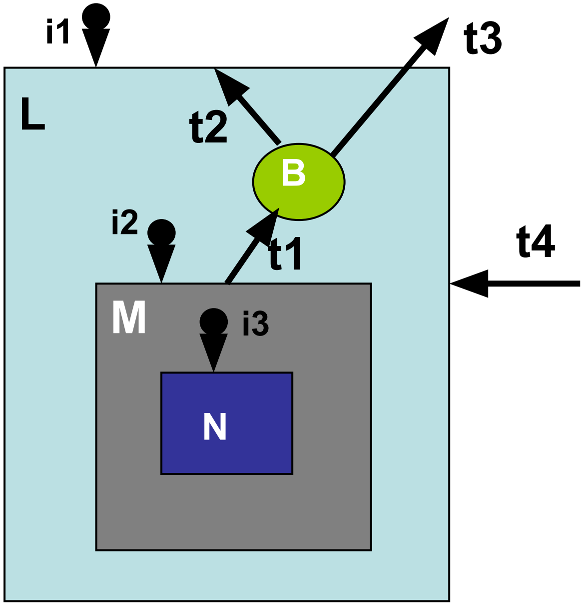


Финальное состояние



Стейтчарт процесса доступа к среде протокола IEEE 802.12





Находимся в состоянии N, срабатывает переход t1

1) Д. выхода из N.
2) Д. выхода из M.
3) Д. перехода t1.
4) Д. состояния ветвления.

Выбран переход t2:

5) Д. перехода t2.
6) Д. указателя i2.
7) Д. входа в M.
8) Д. указателя i3.
9) Д. входа в N.

Выбран переход t3:

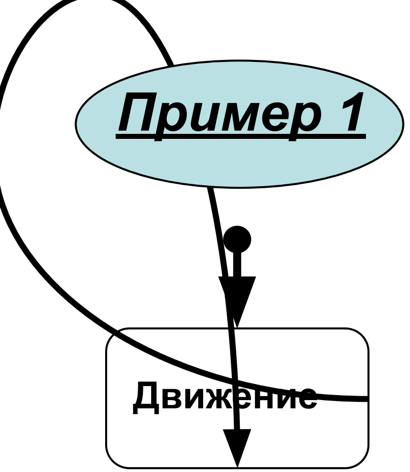
10) Д. выхода из L.
11) Д. перехода t3.

Срабатывает переход t4:

1) Д. перехода t4.
2)

Находимся в начальном состоянии:

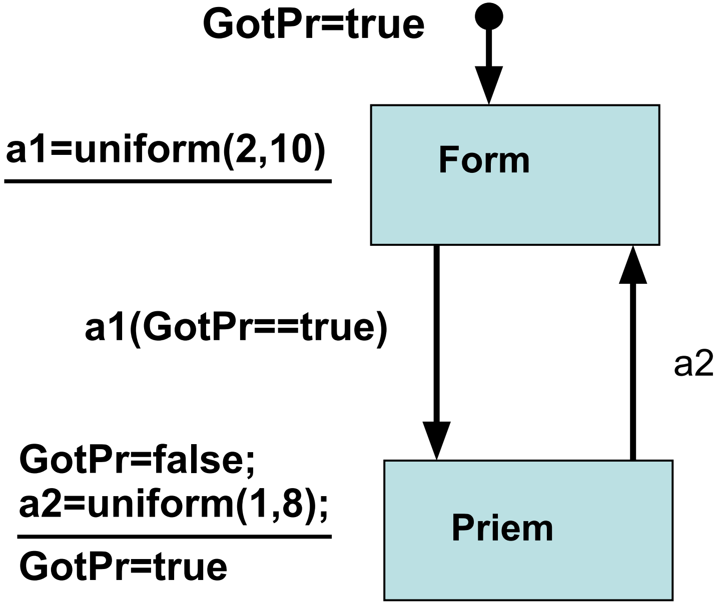
1) Д. указателя i1.
2) Д. входа в L.
3) Д. указателя i2.
4) Д. входа в M.
5) Д. указателя i3.
6) Д. входа в N.



$$
\begin{cases}
\dfrac{dy}{dt} = v; \\
\dfrac{dv}{dt} = -g; \\
y0 = A; \\
v0 = 0.
\end{cases}
$$

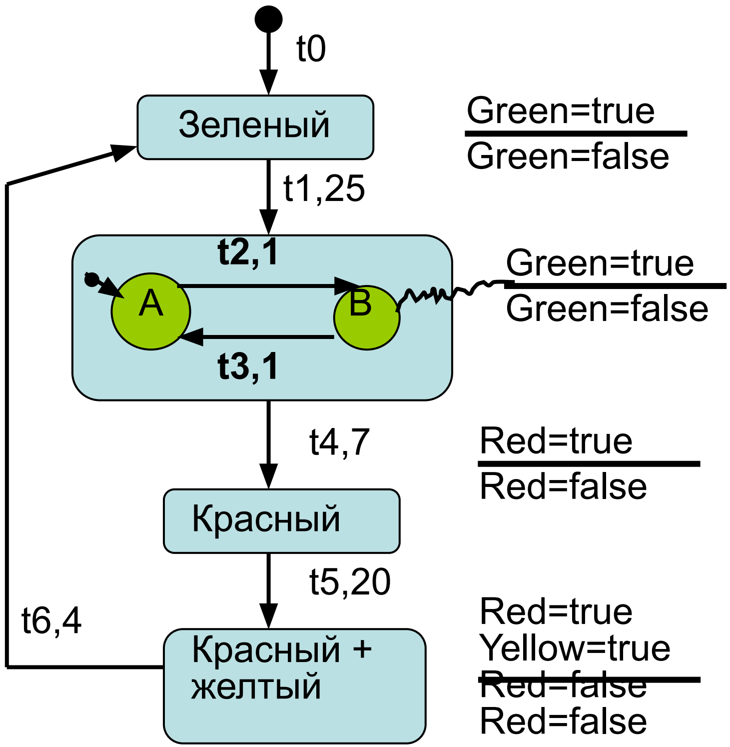
$$y <= 0 \,\&\&\, v < 0;$$

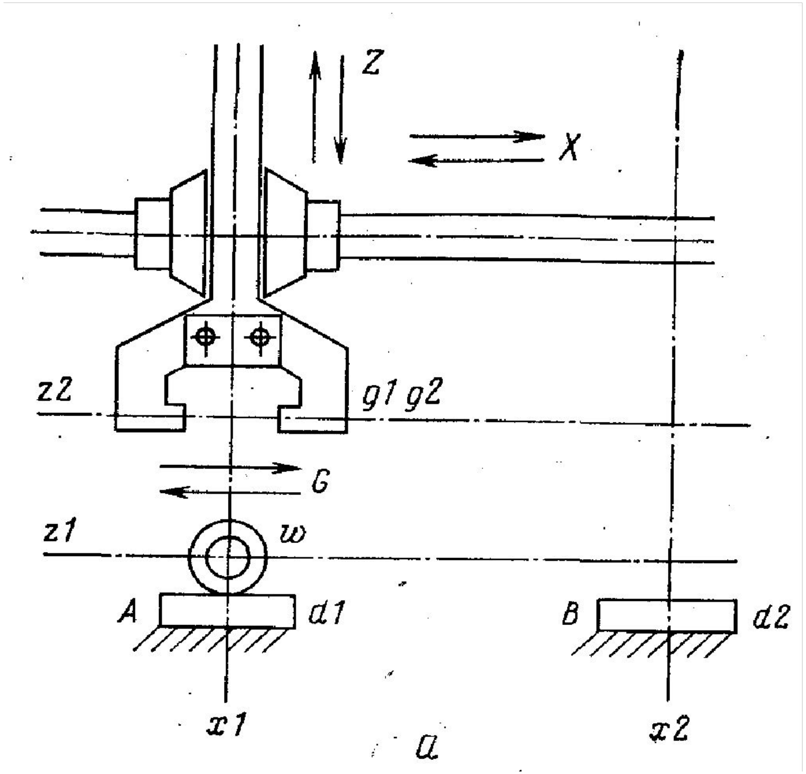
$$v = -k * v;$$

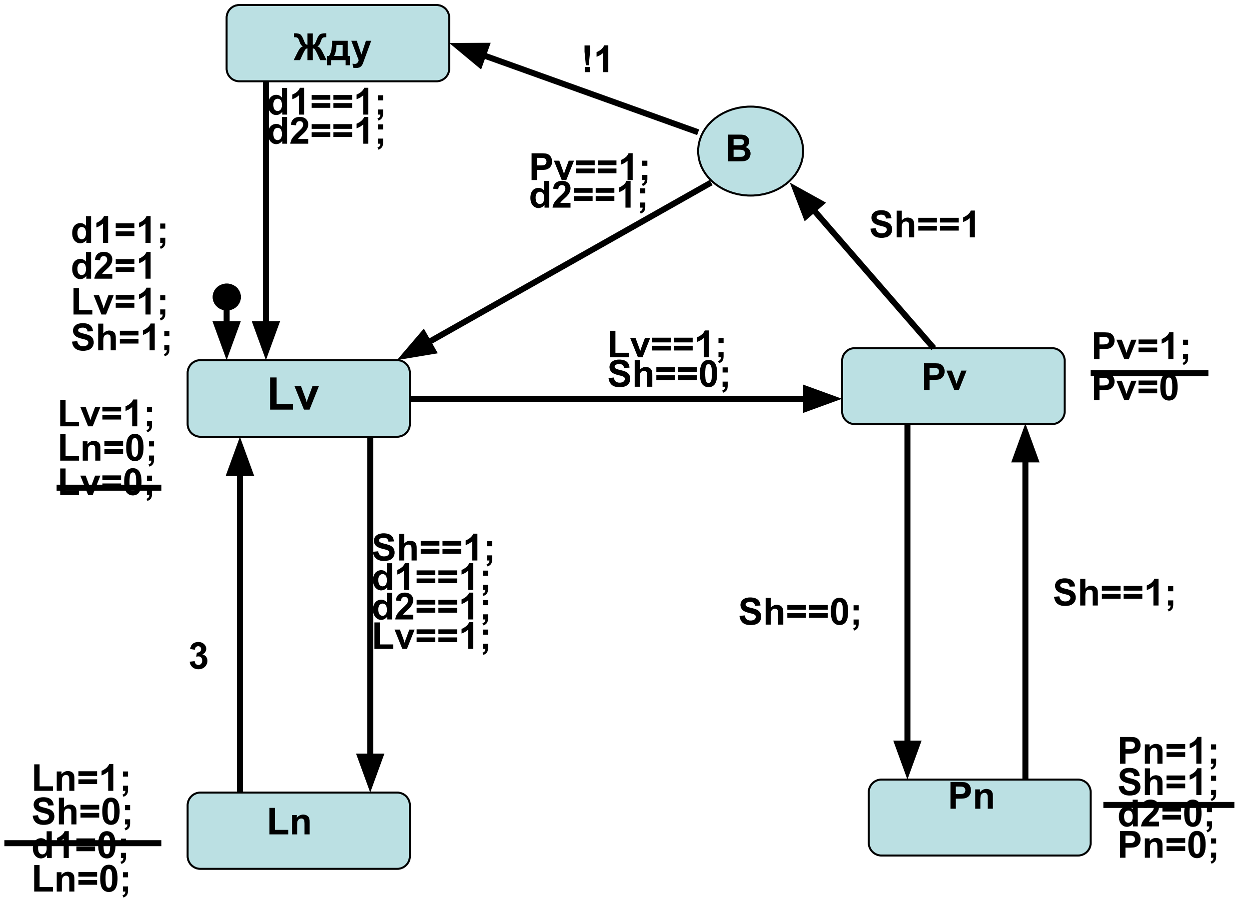


Пример 2

Зеленый - 25 с
Миг. зеленый – 7 с
Красный – 20 с
Красный + желтый – 4 с

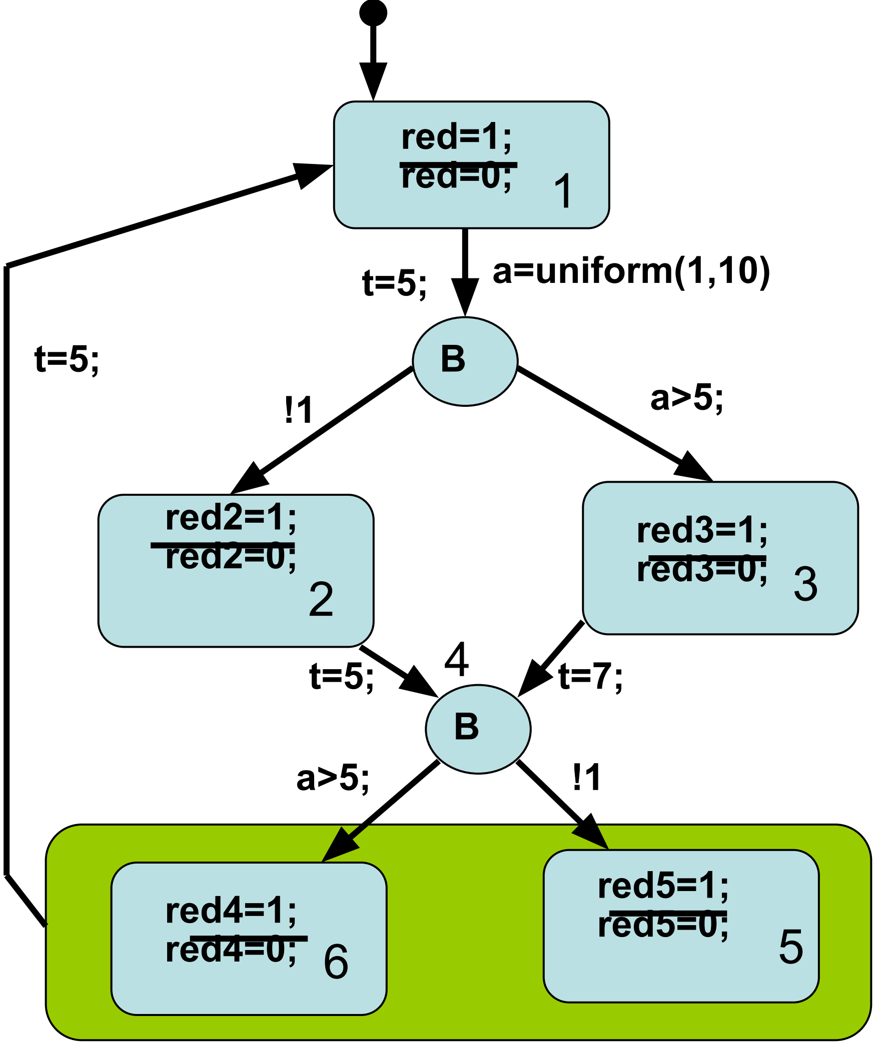



Z
X
z2
g1 g2
G
z1
w
A
d1
B
d2
x1
x2
a



Жду
!1
d1==1;
d2==1;
B
Pv==1;
d2==1;
Sh==1
d1=1;
d2=1
Lv=1;
Sh=1;
Lv
Lv==1;
Sh==0;
Pv
Pv=1;
~~Pv=0~~
Lv=1;
Ln=0;
~~Lv=0;~~
Sh==1;
d1==1;
d2==1;
Lv==1;
3
Sh==0;
Sh==1;
Ln=1;
Sh=0;
~~d1=0;~~
Ln=0;
Ln
Pn
Pn=1;
Sh=1;
~~d2=0;~~
Pn=0;

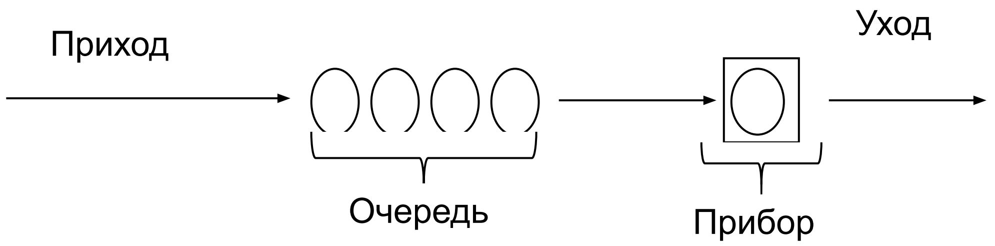
Задание 1. Движение системы начинается из исходного состояния. В зависимости от условий, система переходит через 5 единиц времени после начала цикла в состояние 2 или 3. Условия определяются параметром **«а»,** который меняется случайным образом в интервале 0-10 по равномерному закону. Система переходит в состояние 2, если **a>5** и в состояние 3 в противном случае.
Из состояний 2,3 система переходит в состояние 4: из 2 – через 5 единиц после входа, из 3 – через 7 единиц.
Из состояния 4 возможен, в зависимости от условий, переход в состояния 5 или 6: в состояние 6 если **a>5,** в 5 в противном случае.
Из состояний 5,6 через 3 единицы система переходит в начальное состояние и цикл повторяется.
Постройте модель, имитирующую движение системы и анимацию, иллюстрирующую этот процесс.



Контрольные вопросы:

1. На какую предметную область ориентирован класс моделей Сети Петри (СП)?
2. Перечислите элементы и правила композиции класса СП?
3. Какой переход в СП считается активным, что происходит при срабатывании активного перехода?
4. Как выглядит язык описания для СП?
5. На какую предметную область ориентирован класс моделей Стейтчарты?
6. Перечислите элементы и правила композиции класса Стейтчарты?
7. Когда в классе Стейтчарты возможен переход из одного состояния в другое?
8. С чем возможно связывание действий в классе Стейтчарты?
9. Иерархическое состояние в классе Стейтчарты?
10. Историческое состояние в классе Стейтчарты?
11. Условное состояние (ветвление) в классе Стейтчарты?
12. Финальное состояние в классе Стейтчарты?
13. Порядок срабатывания элементов Стейтчарта при входе в иерархическое состояние?
14. Порядок срабатывания элементов Стейтчарта при выходе из иерархического состояния?
15. Как срабатывают элементы Стейтчарта при входе в состояние ветвления?

11. Системы массового обслуживания



-Опишите простейшую систему массового обслуживания? Что входит в ее состав?

-Перечислите основные подсистемы системы массового обслуживания? Дайте их характеристику?

- Назовите наиболее часто встречающиеся дисциплины обслуживания?

-Назовите наиболее часто встречающиеся цели моделирования?

Основные события и действия, которые они вызывают

Основное событие	Действия, которые оно вызывает (вспомогательные события и планирование).
Приход заявки	Планирование следующего прихода. Проверка состояния обслуживающего прибора. Прибор свободен? НЕТ: поступление заявки в очередь. ДА: поступление заявки на обслуживание; это вызывает: а) переход обслуживающего прибора из свободного состояния в занятое; б) планирование события окончания обслуживания.
Окончание обслуживания	Проверка состояния очереди. Есть ли в очереди заявка, ожидающая обслуживания? НЕТ: переход обслуживающего прибора из занятого состояния в свободное. ДА: поступление заявки на обслуживание, что вызывает: а) продвижение заявки в очереди; б) планирование события обслуживания.

Заявки – некоторые сообщения, которые генерируются, проходят через смоделированную систему, где они обрабатываются, обслуживаются, транспортируются и, наконец, они эту систему покидают.

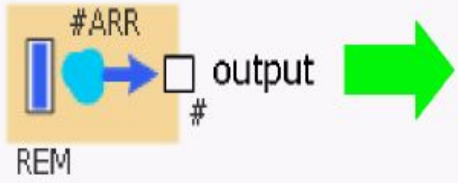
Базовый класс заявок – класс Entity, является базовым для всех сообщений, которые посылаются между активными объектами Ресурсы, созданные объектами Resource, могут быть заняты заявками для выполнения каких-то задач, после чего они освобождаются и возвращаются в объект Resource.

Заявка может содержать в себе другие заявки, причем уровень вложенности не ограничен.

Тип	Имя	Значение по умолчанию	Описание
double	t_r	0	Время появления сообщения в системе.
double	dt1	0	Время поступления заявки в очередь.
int	priority	0	Приоритет заявки.
double	mem	0	Необходимое количество памяти.
real	p_real	0	Свободный параметр типа real
integer	p_int	0	Свободный параметр типа integer
Boolean	p_bool	false	Свободный параметр типа boolean
string	p_str		Свободный параметр типа string

Тип	Имя	Значение по умолчанию	Описание
double	t_r	0	Время появления сообщения в системе.
double	dt1	0	Время поступления заявки в очередь. Вычисляется в блоке queue.
int	priority	0	Приоритет заявки. Чем больше значение, тем выше приоритет.
double	mem	0	Количество памяти, необходимое для решения задачи.
real	p_real	0	Свободный параметр типа real
integer	p_int	0	Свободный параметр типа integer
Boolean	p_bool	false	Свободный параметр типа boolean
string	p_str		Свободный параметр типа string

Блок Source



-Назначение блока?
-Какие заявки генерирует?
-Как задается время генерации?
-Каков регламент генерации заявок?
-Когда вычисляется время генерации следующей заявки?

Параметры блока:

code	onExit		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект.
	Generation Type	distribution	Определяет, как источник будет создавать заявки— базируясь на законе распределения (distribution) или согласно расписанию.
double	firstArrivalTime	0	Абсолютное время создания первой заявки.
code<double>	interarrvalTime	exponential(l)	Выражение, вычисляющее время до создания следующей заявки.
code<int>	entitiesPerArrival	1	Выражение, вычисляющее число заявок, создающихся за один раз.
int	arrivalsMax	infinity	Максимальное число генераций.

Блок Sink

Функции

void	Block()	Блокирует входной порт объекта.
void	Unblock()	Разблокирует входной порт объекта.
boolean	Blocked()	Возвращает true, если входной порт заблокирован, и false — если нет.
int	getCount()	Возвращает число прошедших заявок.
double	getAvgInterarrivalTime()	Возвращает среднее значение интервала поступления заявок.
double	getAverageRate()	Возвращает среднюю интенсивность входящего потока заявок.

Параметры

code	onEnter		Код, выполняемый, когда заявка поступает в объект.

Блок **Delay**

Переменные

Тип	Имя	Описание
Entity	entity	Текущая заявка.
double	delayTime Value	Значение задержки для текущей заявки.

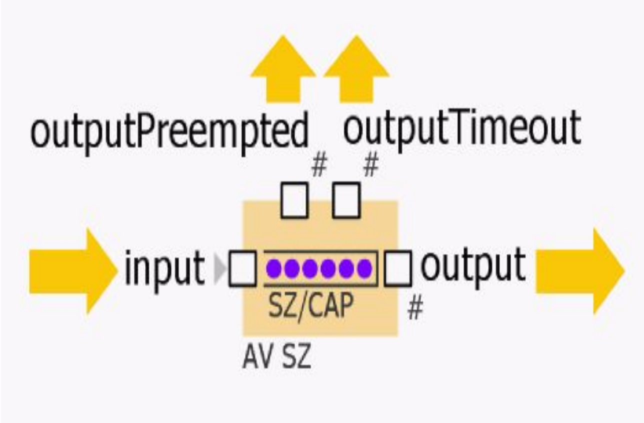
1. *Назначение блока?*
2. *Как задается время задержки?*
3. *Сколько заявок одновременно могут быть задержаны?*
4. *Время задержки для всех заявок одинаково?*
5. *Что происходит, если блок заполнен полностью?*

Функции

Тип	Имя	Описание
void	block()	Блокирует входной порт.
void	unblock()	Разблокировывает входной порт.
boolean	blocked()	Возвращает true, если входной порт заблокирован, и false — если нет.
int	size()	Число задержанных (находящихся в объекте) в данный момент заявок.
Entity	get(inti)	Возвращает i-ю заявку.
boolean	canEnter()	Возвращает true, если новая заявка может быть принята
TimedDataSet	getStatsUtilization()	Возвращает статистику использования объекта.

Параметры:

Тип	Имя	Значение по умолчанию	Описание
code	onEnter		Код, выполняемый, когда заявка поступает в объект.
code	onExit		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект.
code<double>	delayTime	triangular(0.5, 1, 1.5)	Выражение, вычисляющее время задержки для текущей заявки.
int	capacity	1	Вместимость объекта.
boolean	statsEnabled	false	Если true, то для объекта собирается статистика, если false, то нет.
double	koef		коэффициент занятости прибора
double	sum		суммарное время занятости прибора
Набор данных	win		окна приборов



Блок Queue

- -Назначение блока?
- -В каком порядке хранятся заявки в очереди?
- -Какими способами заявка может покинуть блок? Чем определяется способ выхода?
- -Какова вместимость очереди?

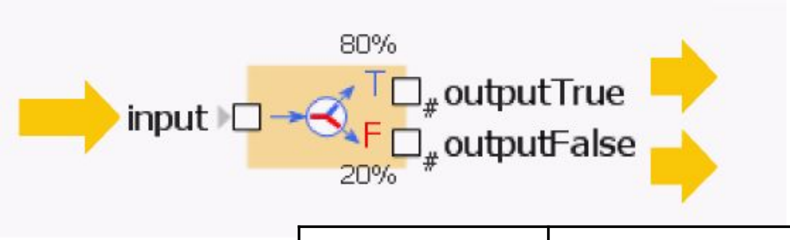
Функции

void	block()	Блокирует входной порт.
void	unblock()	Разблокировывает входной порт.
boolean	blocked()	Возвращает true, если входной порт заблокирован, и false — если нет.
int	size()	Количество заявок в очереди.
boolean	canEnter()	Возвращает true, если новая заявка может быть помещена в очередь.
TimedDataSet	getStatsSize()	Возвращает статистику размера очереди.
void	resetStats ()	Производит сброс накопленной статистики.

Параметры
:

Тип	Имя	По умолчанию	Описание
code	onEnter		Код, выполняемый, когда заявка поступает в объект.
code	onExit		Код, выполняемый, когда заяка покидает объект или через порт *output*
code	onExitPreempted		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект через порт *outputPreempted*
code	onExitTimeout		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект через порт *outputTimeout*
int	queueType	FIFO	Тип очереди: FIFO, LIFO, RANDOM, PRIORITY
integer	capacity	100	Вместимость очереди.
boolean	preemption	false	Если true, то включен режим вытеснения.
boolean	timeout	false	Если true, то включен режим таймаута.

Блок SelectOutput



Назначение блока?
Как определяется порт выхода для заявки?
Где и как определяется условие выхода?

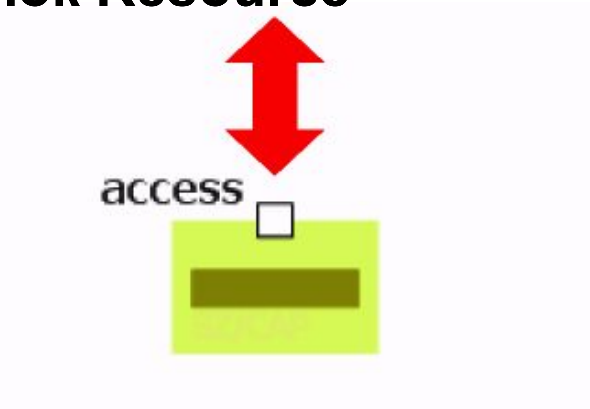
Функции

void	Block()	Блокирует входной порт.
void	Unblock()	Разблокировывает входной порт.
boolean	Blocked()	Возвращает true, если входной порт заблокирован, и false — если нет.

Параметры

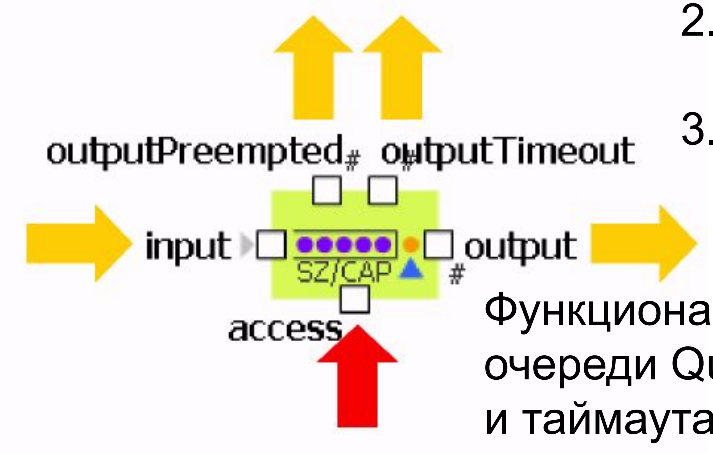
code	onEnter		Код, выполняемый, когда заявка поступает в объект.
code	onExitTrue		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект через порт *outputTrue*.
code	onExitFalse		Код, выполняемый, когда заявка покидает объект через порт *outputFalse*.
code<boolean>	selectCondition	Uniform()< 0.5	Условие. Если true, то заявка покидает объект через порт *outputTrue*, иначе - через *outputFalse*.

Блок Resource



1. Назначение блока?
2. Ресурсы – что это?
3. Чем и как определяется занятие и освобождение ресурсов?
4. Куда должен быть присоединен порт access?

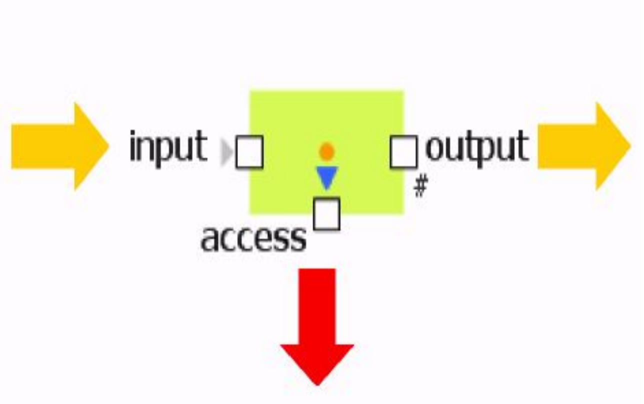
Блок ***SeizeQ***



1. Назначение блока SeizeQ?
2. Что происходит с заявкой, если запрашиваемый ресурс недоступен?
3. Можно ли к порту access блока SeizeQ подсоединить несколько объектов Resourse?

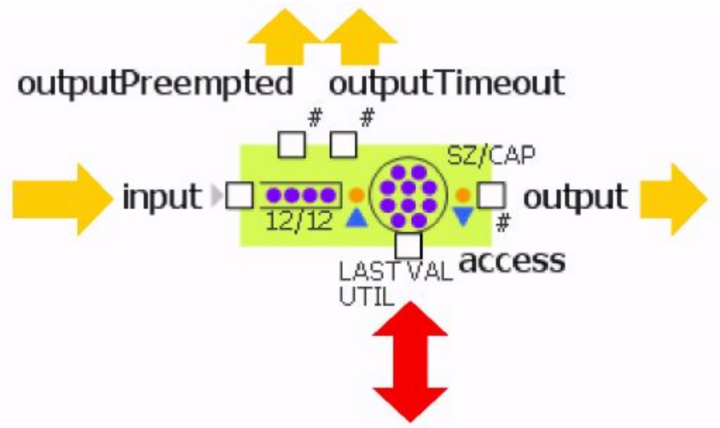
Функциональность и интерфейс внутренней очереди Queue, в том числе режимы вытеснения и таймаута, полностью наследуются объектом.

Блок Release



1. Назначение блока Release?
2. Можно ли к порту *access* объекта Release подсоединить сразу несколько объектов Resource? Какой ресурс будет задействован в этом случае?
3. Какое время занимает процедура занятия и освобождения?

Блок ProcessQ



- Назначение блока?

-Какова внутренняя структура блока?

-Сколько объектов Resource можно подсоединить к порту *access* объекта ProcessQ?

-Функциональность и интерфейс каких объектов наследуются объектом ProcessQ

Контрольные вопросы :

1. На какую предметную область ориентирован класс моделей СМО.
2. Основные подсистемы класса СМО? Какие свойства СМО позволяет найти моделирование СМО?
3. Что такое заявка в СМО? Какие параметры необходимы для конкретизации заявки? Потока заявок?
4. Что такое дисциплина обслуживания? Какие дисциплины Вы знаете?
5. Основные события в СМО и действия, которые они вызывают?
6. Дайте характеристику основных блоков библиотеки СМО?
7. Что собой представляет заявка? Как имитируется процесс генерации заявок? Какие параметры необходимо задать для блока source?
8. Как имитируется процесс обработки заявок? Параметры блока delay?
9. Как удаляются заявки из системы? Параметры блока sink?
10. Регистратор очереди? Его особенности и параметры?
11. Как реализуется ветвление потока заявок?
12. Как строится модель СМО?

Литература

ОСНОВНАЯ:

1. Кумунжиев К.В. Теория систем и системный анализ. Учебное пособие, части 1,2. Ульяновск, 2003.
2. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.-400 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

1. Бенькович Е.С, Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Практическое моделирование динамических систем – СПб.:БХВ-Петербург, 2002.
2. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе. Учебное пособие. М., 2000.
3. Емельянов А.А., Власова Е.А., Дума Р.В. Имитационное моделирование экономических процессов: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002.
4. Ослин Б.Г. Имитационное моделирование систем массового обслуживания. Томск, 2003.
5. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. М.: Мир, 1984.
6. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. Учебник для вузов. М., 1998.
7. Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте. Учебное пособие. М., 2000.

Оглавление: