# РЕШАЕМ ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

*Проект учителя математики высшей категории МОУ СОШ №10 с УИОП г. Красногорска Трапезниковой Н.К.*

# СОДЕРЖАНИЕ:

- ***1. Цели***
- ***2. Способы решения***
- ***3. Задания для самостоятельной работы***

# ЦЕЛИ:

- Актуализировать знания о логарифмах, систематизировать знания о способах решения логарифмических уравнений

# СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ:

- ***1. По определению логарифма***
- ***2. Потенциирование***
- ***3. Замена переменных***
- ***4. Приведение к одному основанию***

# 1. ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЛОГАРИФМА:

$$log_{2+x}(2x^2+3x-2)=2$$

Решение:

Зададим ОДЗ:

$$\begin{cases} 2+x\neq 1 \\ 2+x>0 \\ 2x^2+3x-2>0 \end{cases};\begin{cases} x\neq -1 \\ x>-2 \\ 2(x-0{,}5)(x+2)>0 \end{cases};$$

значит $x \in (0{,}5;+\infty)$

Используем определение логарифма:

***логарифм – это показатель степени.***

$$(2 + x)^2 = 2x^2 + 3x - 2;$$
$$x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 3x - 2$$
$$x^2 - x - 6 = 0;$$

x=3 или x=-2.

Число -2 не удовл. ОДЗ, значит x=3.

Ответ: 3.

# 2. ПОТЕНЦИИРОВАНИЕ (*ПРИМЕНЕНИЕ СВОЙСТВ ЛОГАРИФМА*)

$$\lg x - \lg(2x - 5) = \frac{1}{3}\lg 8 - 2\lg\sqrt{x - 3}$$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x - 3 > 0 \\ 2x - 5 > 0 \\ x > 0 \end{cases};$ $\begin{cases} x > 3 \\ x > 2{,}5 \\ x > 0 \end{cases};$

Значит $x \in (3; +\infty)$

Применим свойства логарифма:

$$\lg\frac{x}{2x-5}=\lg\frac{8^{1/3}}{x-3};$$

значит

$$\frac{x}{2x-5}=\frac{8^{1/3}}{x-3};\qquad \frac{x}{2x-5}=\frac{2}{x-3};$$

по свойству пропорции

$$x(x-3)=2(2x-5);$$

$$x^2-3x=4x-10;$$

$$x^2-7x+10=0;$$

$$x=2 \text{ или } x=5$$

2 не удовл. ОДЗ.

Ответ: 5.

# 3. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ:

$$\lg^3 x^2 - \lg^2 x^3 + \lg x = 0$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

Пусть : $t = \lg x$

$$\lg^3 x^2 = (\lg x^2)^3 = (2\lg x)^3 = 8\lg^3 x = \\ = 8t^3$$

$$\lg^2 x^3 = (3\lg x)^2 = (3t)^2 = 9t^2$$

Тогда: $8t^3 - 9t^2 + t = 0$

$$t(8t^2 - 9t + 1) = 0$$

$$\boldsymbol{t = 0;\ t = {}^{1}/_{8}\ \text{или}\ t = 1}$$

# Обратная замена:

$$\begin{cases} \lg x = \dfrac{1}{8} \\ lgx = 1 \\ lgx = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \sqrt[8]{10} \\ x = 10 \\ x = 1 \end{cases}$$

Все три значения удовлетворяют ОДЗ.

Ответ: $\sqrt[8]{10}$ 1.

# 4. ПРИВЕДЕНИЕ К ОДНОМУ ОСНОВАНИЮ:

$$log_3 x - log_{\sqrt{3}} x + log_{\frac{1}{3}} x = 5$$

Решение: ОДЗ: $x > 0;$

$$log_3 x - log_{3^{\frac{1}{2}}} x + log_{3^{-1}} x = 5;$$

$$log_3 x - 2log_3 x - log_3 x = 5;$$

$$-2log_3 x = 5; \qquad log_3 x = -\frac{5}{2}$$

$$x = 3^{-\frac{5}{2}}.$$

Данное значение удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $3^{-\frac{5}{2}}.$

# ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

$1.\ log_2(x+14)+log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+2}=6;$

$2.\ log_8 x+log_4 x+log_2 x=11;$

$$3.\ log_{0,4}(\mathrm{x}^3-7\mathrm{x}^2+13\mathrm{x}-2)=$$
$$=\mathrm{x}^{log_x 3}*log_{0,4}(\mathrm{x}-2)$$

# ОТВЕТЫ:

- №1. x=2.
- №2. x=64.
- №3. x=3.

# РАЗБОР ЗАДАНИЙ

$$1.\ log_2(x+14)+log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+2}=6;$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+14>0 \\ x+2>0 \end{cases}$$

значит x>-2.

Применим прием приведения к одному основанию:

$$\log_2(x+14)+\log_{2^{1/2}}\sqrt{x+2}=6$$

$$\log_2(x+14)+2\log_2\sqrt{x+2}=6$$

$$\log_2(x+14)+\log_2\sqrt{(x+2)^2}=6$$

$$\log_2(x+14)+\log_2(x+2)=6$$

# Применим свойства логарифма:

$$\log_2(x+14)(x+2)=6$$

$$\log_2(x+14)(x+2)=\log_2 64$$

$(x+14)(x+2)=64$

$X^2+2x+14x+28-64=0$

$X^2+16x-36=0$

$X=2$ или $x=-18$.

Число -18 не входит в ОДЗ.

Ответ: 2.

$$2.\ log_8 x + log_4 x + log_2 x = 11;$$

ОДЗ: x>0

Приведем все логарифмы к одному основанию:

$$\log_{2^3} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 11$$

$$\frac{1}{3}\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x = 11$$

$$\frac{11}{6}\log_2 x = 11$$

$$\log_2 x = 6$$

$$x = 64$$

Ответ: 64.

$$3.\ \log_{0,4}(x^3 - 7x^2 + 13x - 2) = \\ = x^{\log_x 3} * \log_{0,4}(x-2)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x^3 - 7x^2 + 13x - 2 > 0 \\ x - 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Заметим, что

$$x^{\log_x 3} = 3$$

Тогда

$$\log_{0,4}(x^3 - 7x^2 + 13x - 2) = 3\log_{0.4}(x-2)$$

$$\log_{0,4}(x^3 - 7x^2 + 13x - 2) = \log_{0.4}(x-2)^3$$

Имеем равные логарифмы: основания равны, значит, и под логарифмами равные выражения.

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 2 = (x-2)^3$$

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 2 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

После приведения подобных слагаемых получаем:
$x^2-x-6=0$,
$x=3$ или $x=-2$,
учитывая ОДЗ, $x=3$.

Ответ: 3.