



УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЕМ АДМИНИСТРАЦИИ
МО ТЕМРЮКСКИЙ РАЙОН
МАЛАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УЧАЩИХСЯ ТАМАНИ

◎ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

**«Теорема Пифагора -
далёкая и близкая»**



Инициативная группа проекта:

- ◎ **Выполнила ученица 10 класса**
Куделько Марина Андреевна
- ◎ **Руководитель: учитель математики**
Лисицына Татьяна Петровна



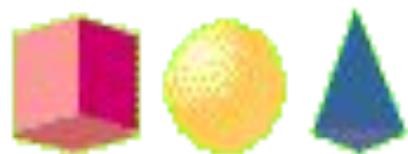
Цель научно-исследовательской работы:

- ✓ **Изучить и проанализировать теорему Пифагора и её многочисленные доказательства;**
- ✓ **показать востребованность древней теоремы в современной жизни.**



Пути достижения цели:

- ✓ **Работа с энциклопедиями, учебниками и справочниками.**
- ✓ **Анализ и систематизация полученной информации.**
- ✓ **Поиск конкретных примеров использования теоремы в современной жизни и технике.**
- ✓ **Проведение социологического опроса среди учащихся, учителей и родителей с целью выявить, какой информацией о теореме Пифагора владеют не учёные-математики, а обыкновенные люди.**



Пифагор Самосский

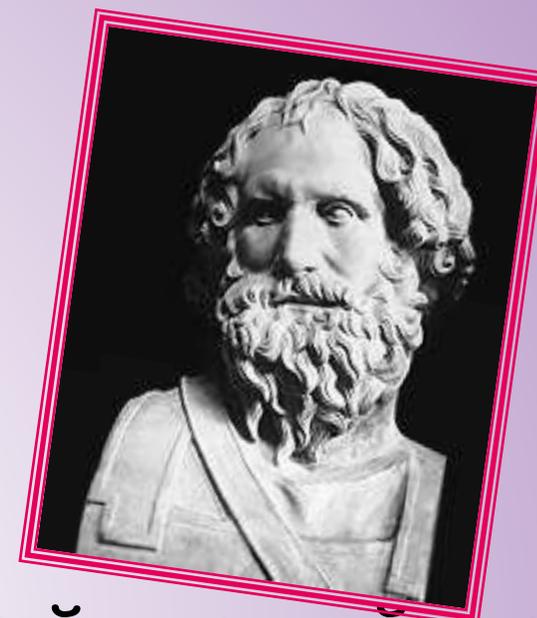
Знаменитый греческий философ и математик Пифагор Самосский, именем которого названа теорема, жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Дошедшие до нас биографические сведения о Пифагоре отрывочны и далеко не достоверны. С его именем связано много легенд. В одной из греческих колоний Южной Италии им была основана знаменитая «Пифагорова школа», сыгравшая важную роль в научной и политической жизни древней Греции. Именно Пифагору приписывают доказательство известной геометрической теоремы.





Пифагор Самосский

Пифагор впервые разделил числа на четные и нечетные, простые и составные, ввёл понятие фигурного числа. В его школе были подробно рассмотрены пифагоровы тройки натуральных чисел, у которых квадрат одного равнялся сумме квадратов двух других.

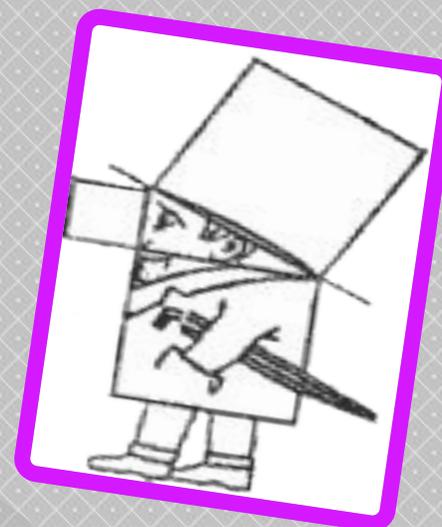
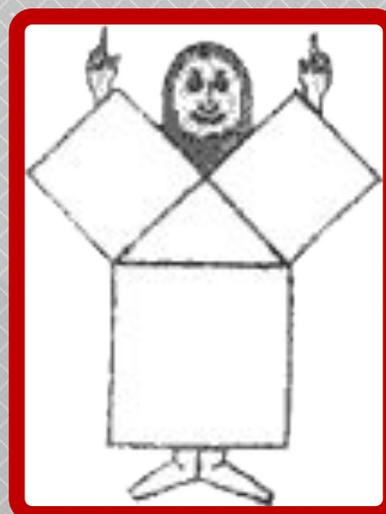
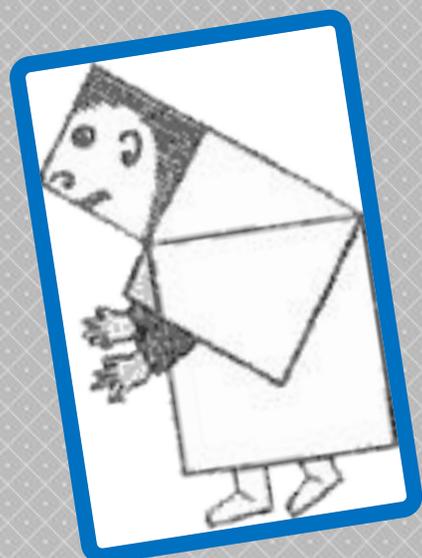


Пифагор - великий математик и философ древности. Его имя связано не только с одноимённой теоремой, он также открыл многие понятия арифметики, которые мы изучаем и используем и в настоящее время.

Современный же мир помнит Пифагора, как автора знаменитой теоремы.



Пифагоровы штаны на все стороны равны?



Ни одна из теорем геометрии не имеет такой популярности как теорема Пифагора.

Существует также великое множество доказательств теоремы Пифагора.

Доказательства, основанные на использовании понятия равновеликости фигур.

Доказательства методом достроения.

Аддитивные доказательства

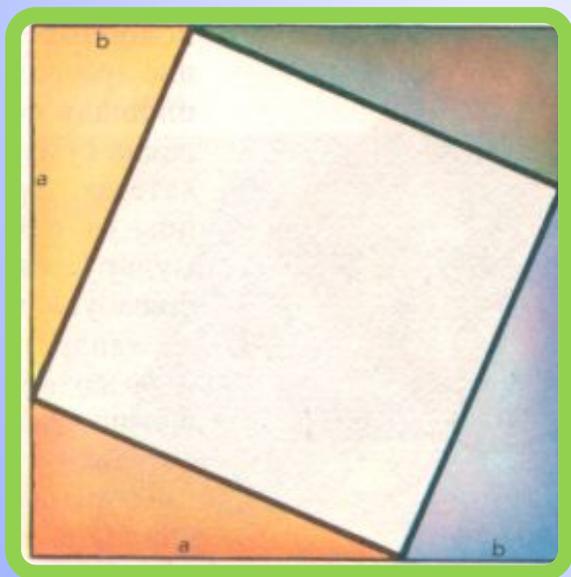


Векторное доказательство

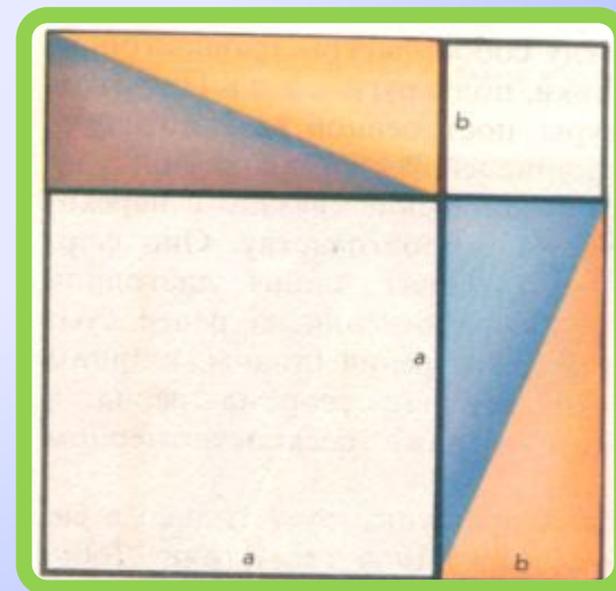
Алгебраический метод доказательства.

Равновеликость фигур

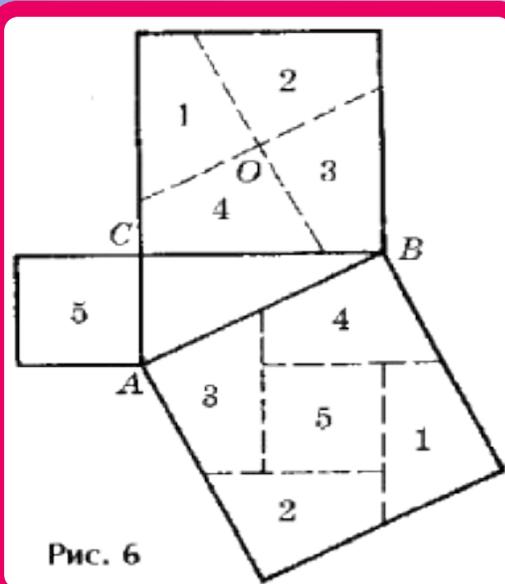
На рис изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна $a + b$. Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами a, b , то останутся равные площади, т. е. $c^2 = a^2 + b^2$. Впрочем, древние индусы, которым принадлежит это рассуждение, обычно не записывали его, а сопровождали чертеж лишь одним СЛОВОМ:



«Смотри!»



Доказательства, основанные на разложении квадратов (аддитивные), наглядны и интересны своим многообразием.



Еще одно доказательство методом разложения квадратов на равные части, называемое «колесом с лопастями», приведено на рис. 6. Здесь: ABC – прямоугольный треугольник с прямым углом C ; O – центр квадрата, построенного на большом катете; пунктирные прямые, проходящие через точку O , перпендикулярны или параллельны гипотенузе.

Это разложение квадратов интересно тем, что его попарно равные четырехугольники могут быть отображены друг на друга параллельным переносом. Может быть предложено много и других доказательств теоремы Пифагора с помощью разложения квадратов на фигуры.





Доказательства методом достроения.

Сущность этого метода состоит в том, что к квадратам, построенным на катетах, и к квадрату, построенному на гипотенузе, присоединяют равные фигуры таким образом, чтобы получились равновеликие фигуры.

На рис. 7 изображена обычная Пифагорова фигура прямоугольный треугольник ABC с построенными на его сторонах квадратами.

К этой фигуре присоединены треугольники 1 и 2, равные исходному прямоугольному треугольнику.

Справедливость теоремы Пифагора вытекает из равновеликости шестиугольников $AEDFPB$ и $ACBVMQ$. Здесь $C \in EP$, прямая EP делит шестиугольник $AEDFPB$ на два равновеликих четырехугольника, прямая CM делит шестиугольник $ACBVMQ$ на два равновеликих четырехугольника; поворот плоскости на 90° вокруг центра A отображает четырехугольник $AEPB$ на четырехугольник $ACMQ$.

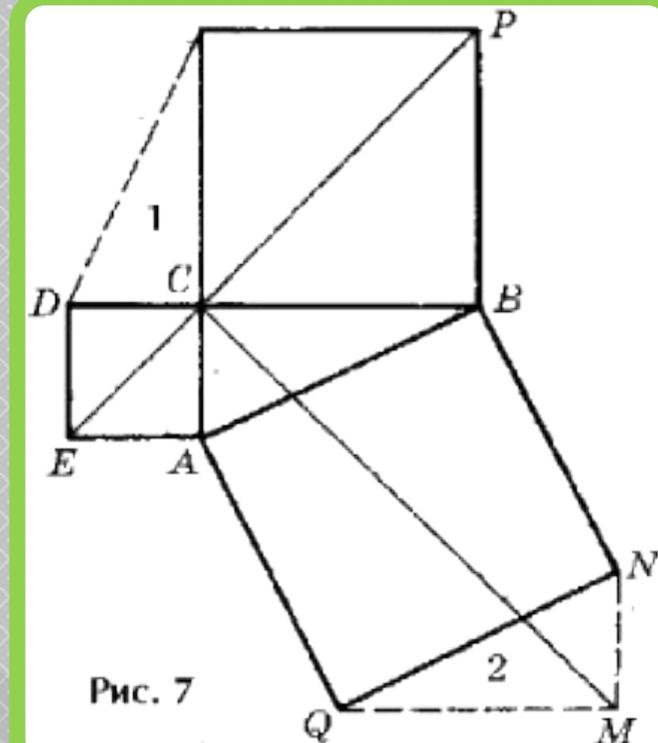


Рис. 7



Рис. 2

Векторное доказательство

Дан прямоугольный треугольник ABC , который построен на векторах с прямым углом C (рис.11).

Какими бы ни были два вектора b и c , всегда $c + b = a$.

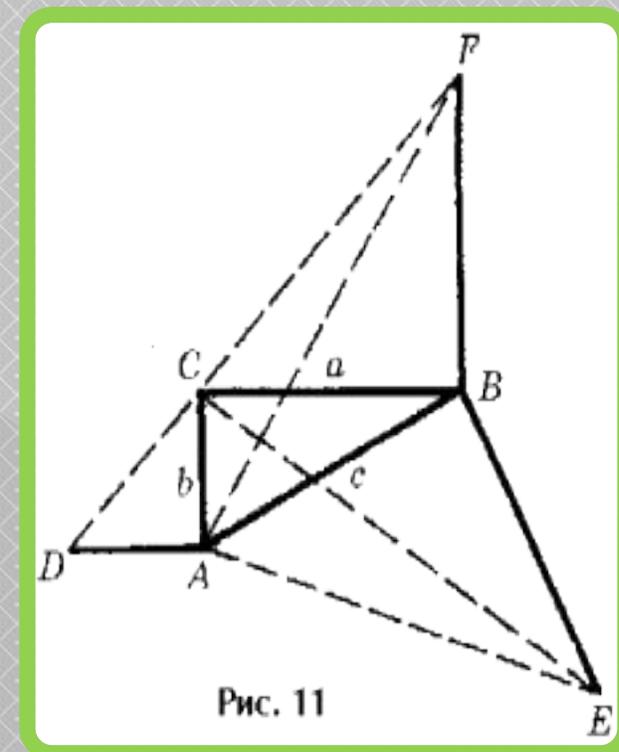
Тогда справедливо

$$\text{равенство: } c = a - b$$

А если возвести обе части в квадрат, то получим $c^2 = a^2 - 2ab + b^2$, но, так как вектор a перпендикулярен вектору b , то их произведение $ab = 0$, и $2ab = 2 \cdot 0 = 0$.

Отсюда следует, что $c^2 = a^2 + b^2$.

Что и требовалось доказать.





Алгебраический метод доказательства.

Среди доказательств теоремы Пифагора алгебраическим методом первое место (возможно, самое древнее) занимает доказательство, использующее подобие. В современном изложении одно из таких доказательств, принадлежащих Пифагору, выглядит так:

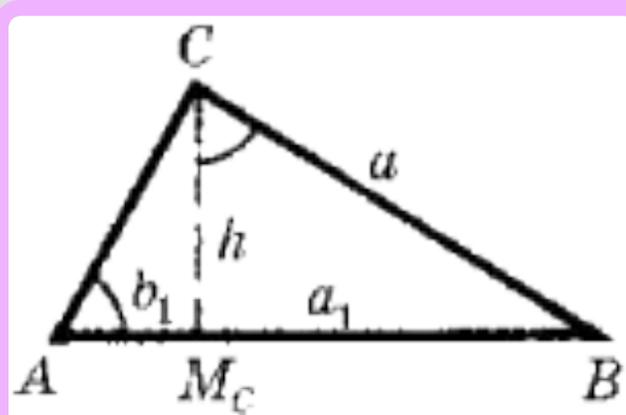


Рис. 13

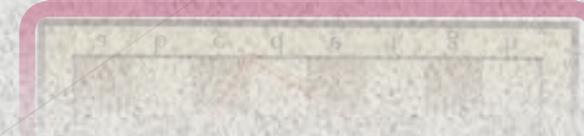
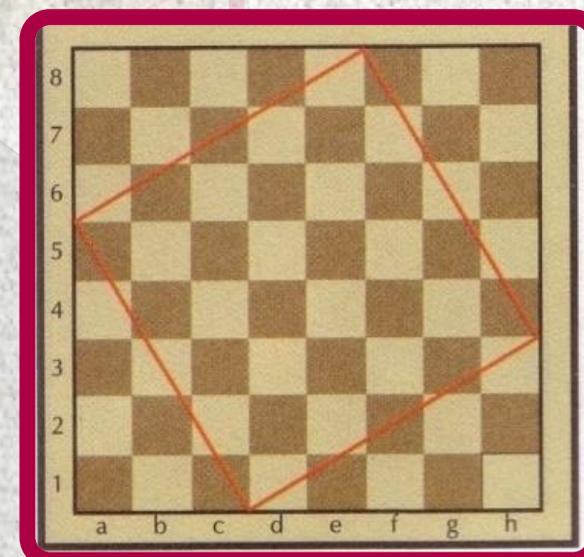
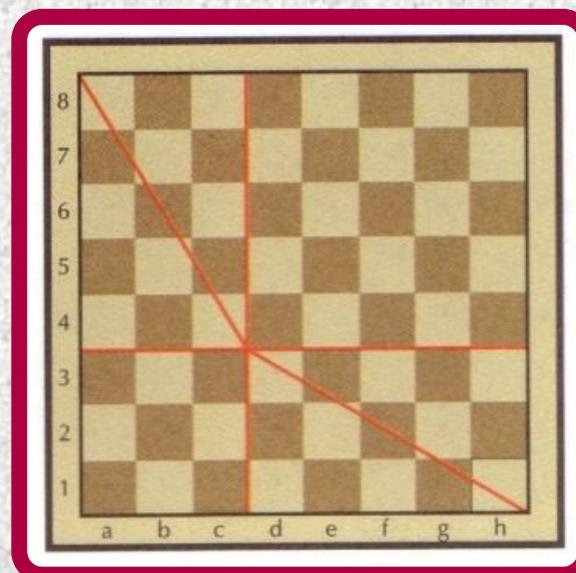
На рис. 13 ABC – прямоугольный, C – прямой угол, CM AB , b_1 – проекция катета b на гипотенузу, a_1 – проекция катета a на гипотенузу, h – высота треугольника, проведенная к гипотенузе. Из того, что треугольник ABC подобен треугольнику ACM , следует: $b^2 = cb_1$; из того, что треугольник ABC подобен треугольнику BCM , следует: $a^2 = ca_1$ (2)

Складывая почленно равенства (1) и (2), получим:

$$a^2 + b^2 = cb_1 + ca_1 = c(b_1 + a_1) = c^2.$$

Доказательство на шахматной доске

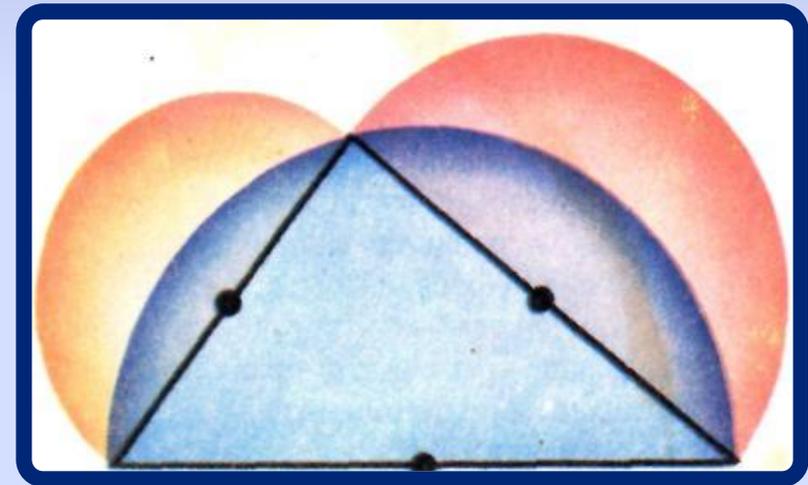
Шахматный король
гроссмейстер Михаил Таль в
детстве был потрясён
доказательством теоремы
Пифагора на шахматной доске.



Обобщения теоремы Пифагора

- Теорема косинусов;
- Формула Герона;
- Формула расстояния между точками на координатной плоскости;

- Эти фигуры названы Гиппократовыми луночками. Это фигуры, ограниченные дугами двух окружностей, их площади тоже подчиняются соотношению $S^2 = S_1^2 + S_2^2$.
- Гиппократ – древнегреческий математик (V век до нашей эры)



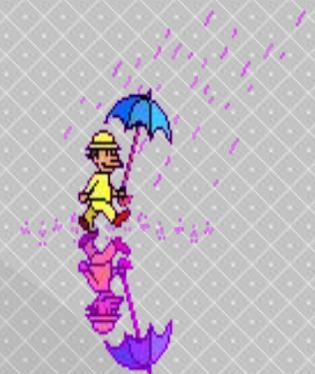
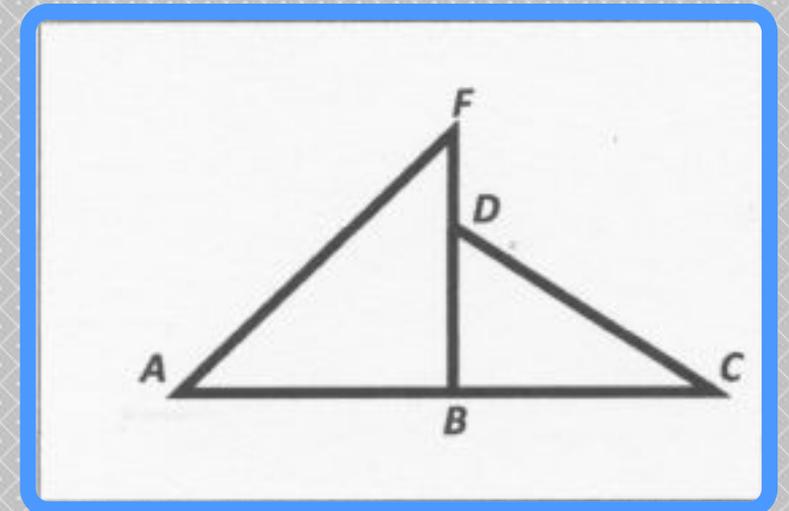
Строительство крыши

При строительстве домов и коттеджей часто встает вопрос о длине стропил для крыши, если уже изготовлены балки. Например: в доме задумано построить двускатную крышу (форма в сечении). Какой длины должны быть стропила, если изготовлены балки $AC=8\text{ м.}$, $AB=BF$.

Решение:

Треугольник ADC - равнобедренный $AB=BC=4\text{ м.}$, $BF=4\text{ м.}$ Если предположить, что $ED=1,5\text{ м.}$, тогда:

- 1) Из треугольника DBC : $DB=2,5\text{ м.}$;
- 2) Из треугольника ABF : $AF=5,7$





Мобильная связь

□ Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе $R=200$ км? (радиус Земли равен 6380 км.)

□ Решение:

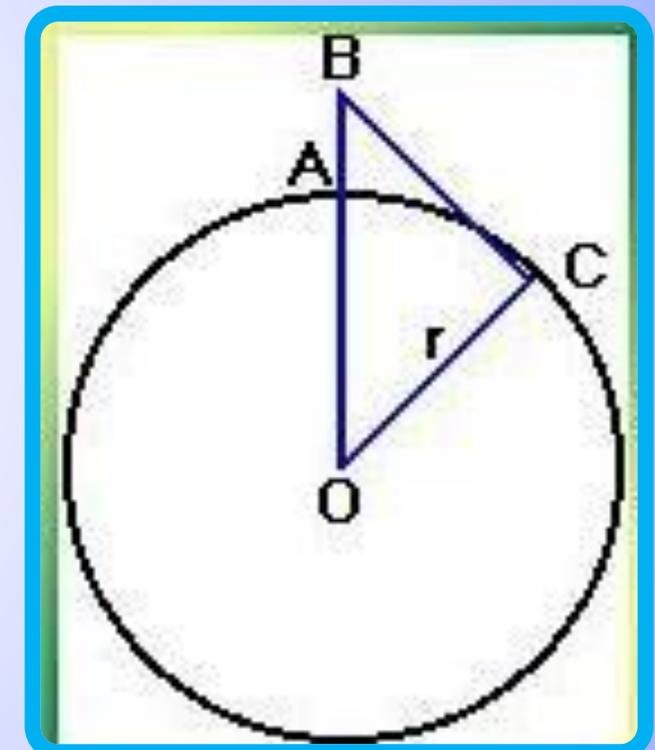
□ Пусть $AB = x$, $BC = R = 200$ км, $OC = r = 6380$ км.

□ $OB = OA + AB$

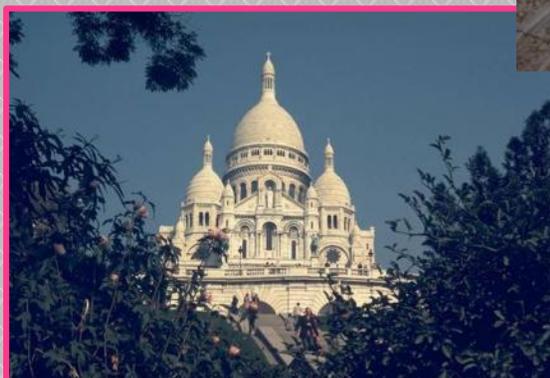
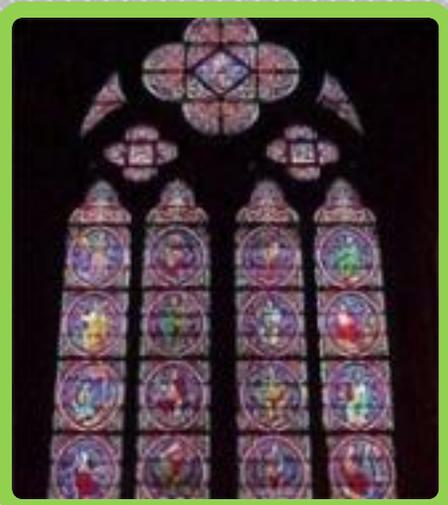
$$OB = r + x$$

□ Используя теорему Пифагора, получим

Ответ: 2,3 км.



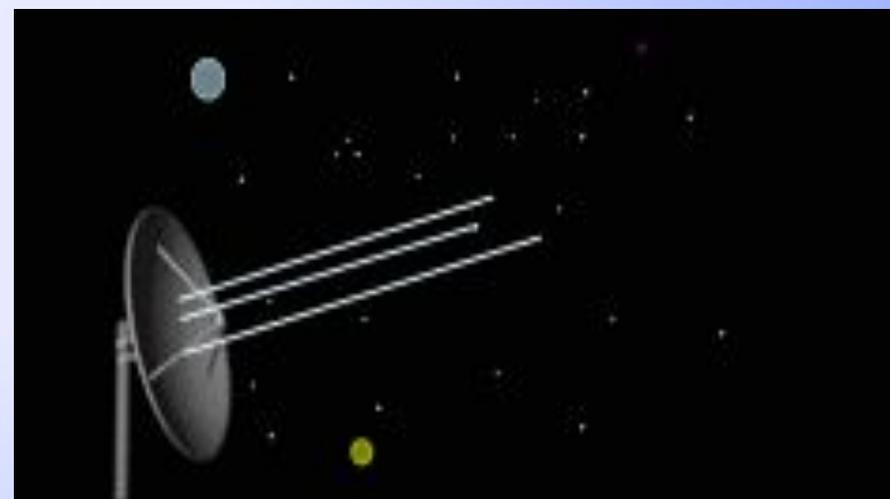
Архитектура и Пифагор





Астрономия и теорема Пифагора

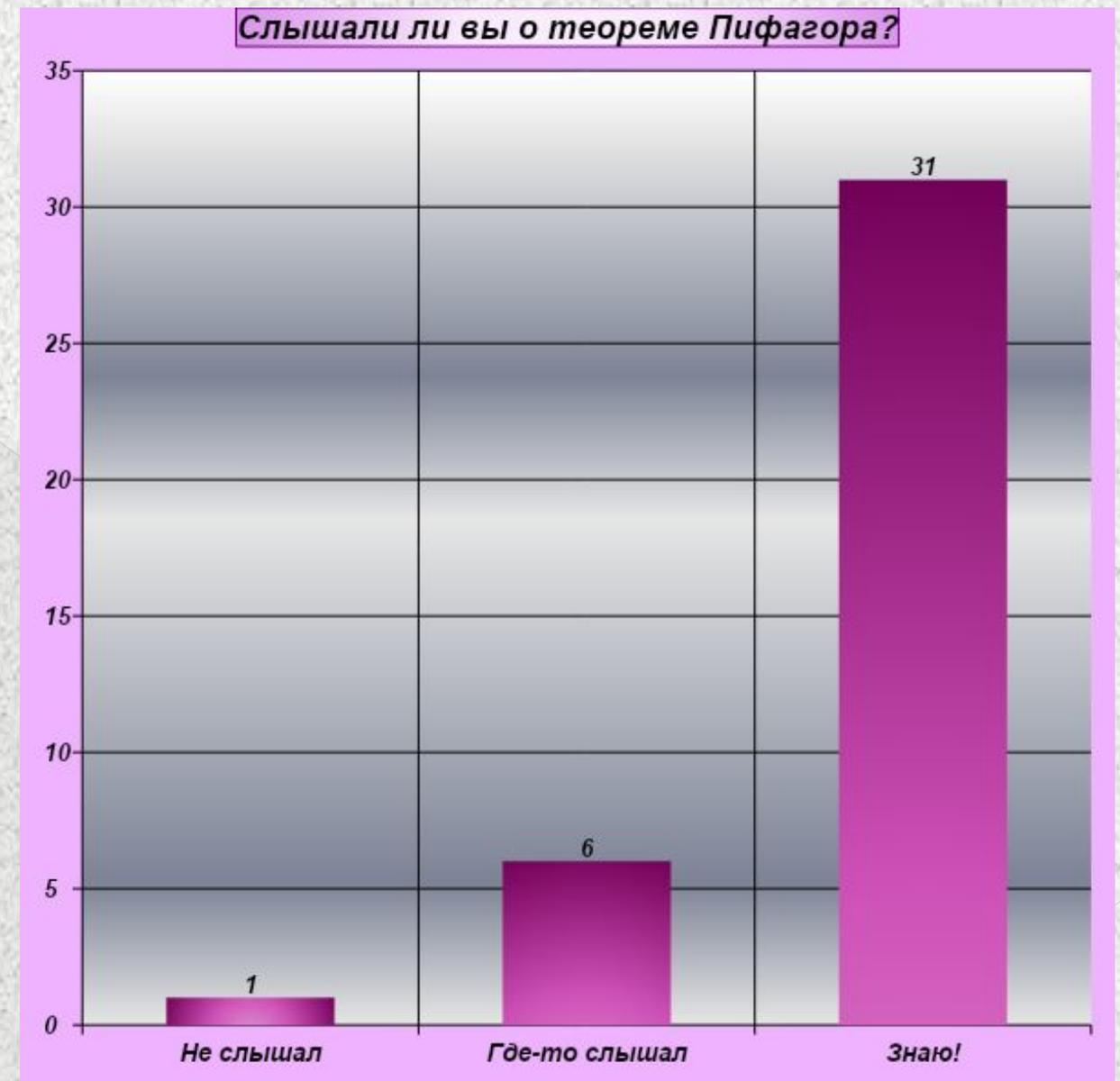
В конце девятнадцатого века высказывались разнообразные предположения о существовании обитателей Марса подобных человеку. В шутку, хотя и не совсем безосновательно, было решено передать обитателям Марса сигнал в виде теоремы Пифагора. Неизвестно было, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора имеет место всюду и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.



Знаете ли Вы...

*...что 31 из 38
опрошенных человек
уверенно заявили, что
знают о существовании
теоремы Пифагора?*

*И результат этот
ещё раз
подтверждает самую
широкую известность
знаменитой теоремы.*



- ✓ Я изучила и проанализировала теорему и её многочисленные доказательства;
- ✓ Нашла конкретные примеры из множества областей применения древней теоремы в современной жизни;
- ✓ Провела социологический опрос среди учащихся, учителей и родителей.
- ✓ Считаю, что собранный мной материал, раскрываемый в данной работе, может служить как справочное пособие на различных викторинах и конкурсах.
- ✓ Думаю, что моя цель достигнута, и все поставленные задачи выполнены.
- ✓ Наверное, будет интересным дальнейшее исследование этой темы по направлению:
«ТЕОРЕМА ПИФАГОРА В ПРОСТРАНСТВЕ».