

Факультативное занятие в 5 классе

Понятие факториала

Учитель математики **Т.В.Плотникова**

2010 год



Задача №1:

Семье, состоящей из бабушки, папы, мамы, дочери и сына, подарили 5 разных чашек. Сколькими способами можно разделить чашки между членами семьи?

Решение:

Бабушка



5

Папа



4

Мама



3

Дочь



2

Сын



1

$5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$ способов



Определение:

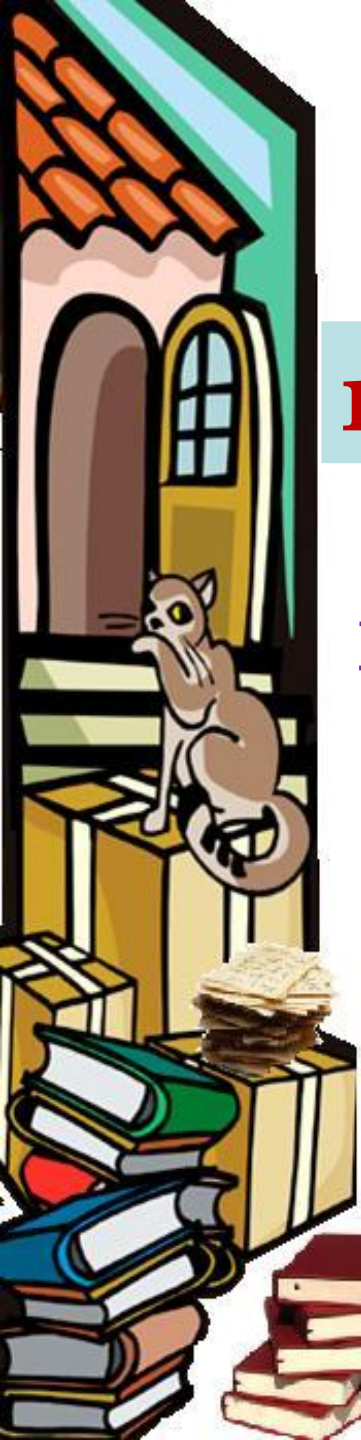


Произведение подряд идущих первых **n** натуральных чисел обозначают **n!** и называют «Эн факториал»:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n - 1) \times n.$$

Таблица факториалов

n	1	2	3	4	5	6	7
n!	1	2	6	24	120	720	5040



Пользуясь таблицей
факториалов, **вычислите:**



$$6! : 60 =$$

$$40 - 4! =$$

$$3! \cdot 5 =$$

$$7! - 5000 =$$

$$5! : 3! =$$

$$6! + 2! =$$

$$5! + 125 =$$

$$4! : 2! + 56 =$$

$$4! - 2 =$$

$$6! - 120 =$$



Задача №2:

Сколькими способами четыре вора могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

Решение:

Пусть воры разбегаются поочередно.

У первого – 4 варианта выбора

У второго – 3 варианта выбора

У третьего – 2 варианта выбора

У четвертого – 1 вариант выбора

По правилу умножения:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

Ответ: 24 способа.



Задача №3:

**В среду пятом классе пять уроков:
математика, история, русский язык,
природоведение и физкультура.
Сколько различных вариантов
расписания на среду можно составить?**



Решение:

Для математики – 5 вариантов расположения в расписании, для истории – 4 варианта, для русского языка – 3 варианта, для природоведения – 2 варианта, для физкультуры – 1 вариант. По правилу умножения получаем:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$$

Задача №4:

В семье – шесть человек, а за столом в кухне – шесть стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти шесть стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?



Решение:

Для удобства будем считать , что семья будет рассаживаться поочередно.

У бабушки – 6 вариантов выбора стульев.

У дедушки – 5 вариантов выбора стульев.

У мамы – 4 варианта выбора стульев.

У папы – 3 варианта выбора стульев.

У дочери – 2 варианта выбора стульев.

У сына – 1 вариант выбора стульев.

По правилу умножения:

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \text{ (дней).}$$

Задача № 5:

Ребята Андрей, Боря, Витя, Гриша, Дима и Женя решили покататься на карусели. На ней было 6 сидений. Одно изображало льва, другое – тигра, третье – слона, четвертое – оленя, пятое – медведя, шестое – жирафа. Ребята заспорили, кому на какого зверя садиться. Поэтому они решили перепробовать все способы. Сколько раз пришлось им покататься на карусели?

Решение:

Пусть первым выбирает место Андрей. Он мог сесть на любого из шести зверей, поэтому у него было 6 возможностей выбора. Но когда он занял своё место, Боре оставались лишь 5 возможностей. Точно так же Вите остались 4 варианта выбора, Грише – 3, Диме – 2, а когда сиделся на карусель Женя, ему оставалось только одно свободное место. Значит, ребята могли сесть на карусель 6! способами.

Ответ: $6! = 720$.



Задача № 6:

Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5,7,8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придётся перебрать, чтобы дозвониться подруге.

Решение:

Три последние цифры телефонного номера могут быть расположены в одном из $3!=6$ возможных порядков, из которых только один верный. Оля может сразу набрать верный вариант, может набрать его третьим, и т.д. Наибольшее число вариантов ей придётся набрать, если правильный вариант окажется последним, т.е.

шестым.



Задача № 7:

В гостинице семь одноместных номеров, и семеро гостей желают в них разместиться. Найдите число возможных комбинаций:

- а) если гости заранее не бронировали места;
- б) если трое гостей зарезервировали конкретные номера.

Решение:

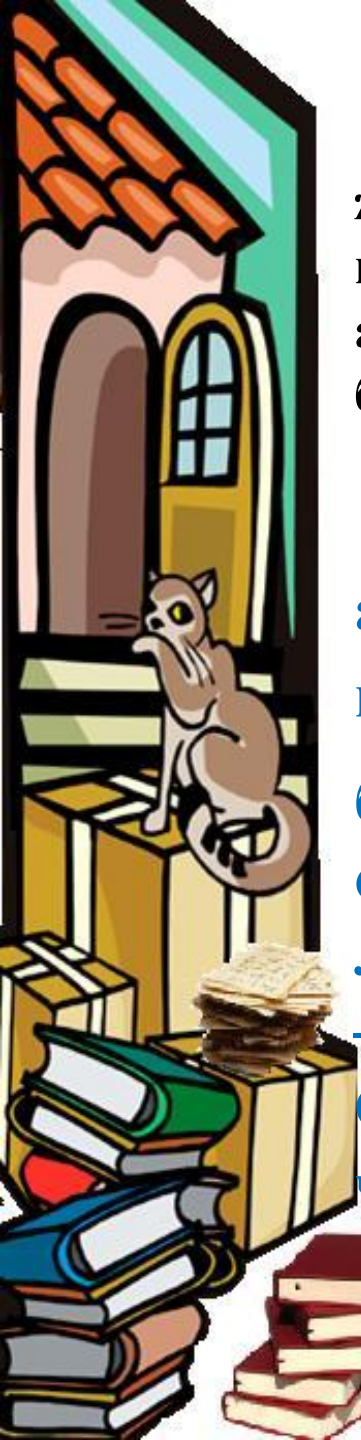
а) Номеров – 7 и гостей – 7, значит, число возможных комбинаций равно $7! = 5040$.

б) Три гостя, зарезервировавших номера, займут свои номера. Четвёртый гость может выбрать любой из 4 свободных мест, пятый – из 3, шестой – из 2, седьмой займёт 1 оставшийся номер.

Общее

число способов расселения равно

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$



Задача № 8:

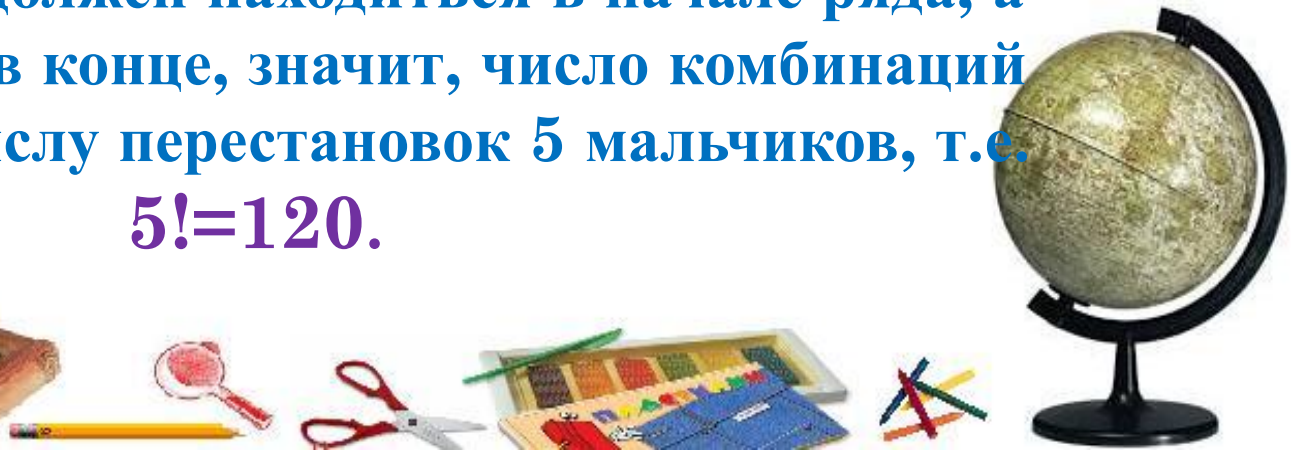
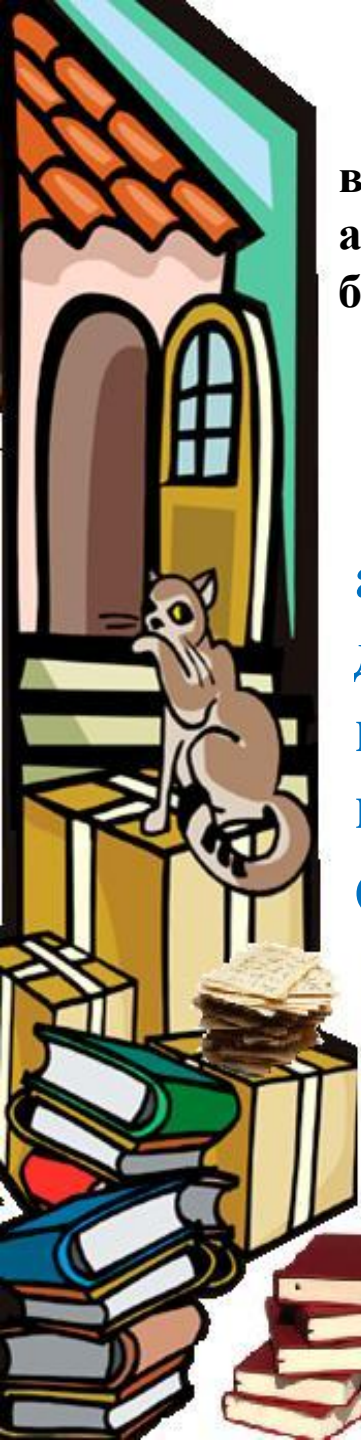
Семь мальчиков, в число которых входят Олег и Игорь, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций, если:

- а) Олег должен находиться в конце ряда;
- б) Олег должен находиться в начале ряда, а Игорь – к концу ряда.

Решение:

а) Всего 7 мальчиков на 7 местах, но Олег должен находиться в конце ряда. Значит, число возможных комбинаций при этом равно числу перестановок 6 мальчиков, стоящих перед Олегом, т.е. $6!=720$.

б) Олег должен находиться в начале ряда, а Игорь – в конце, значит, число комбинаций равно числу перестановок 5 мальчиков, т.е. $5!=120$.

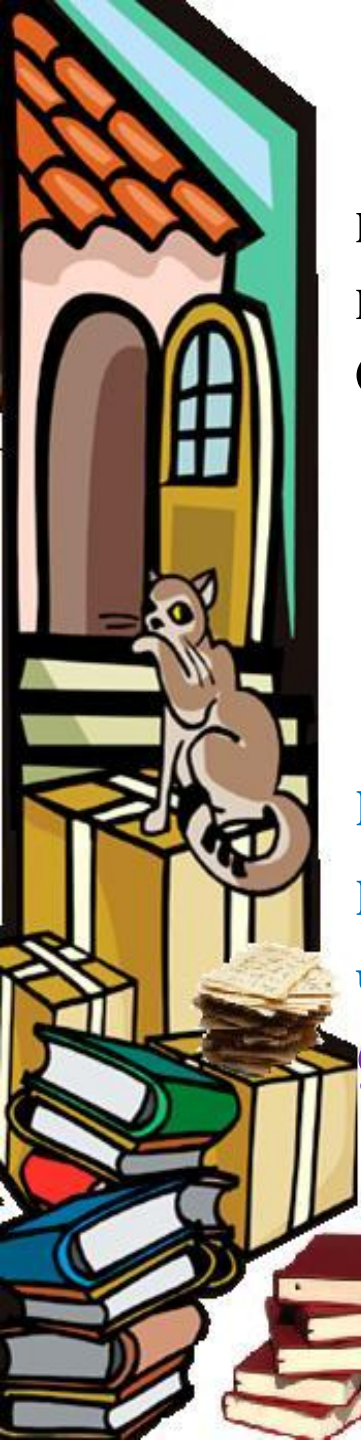


Задача № 9:

Одиннадцать футболистов строятся перед началом матча. Первым становится капитан, вторым – вратарь, а остальные – случайным образом. Сколько существует способов построения?

Решение:

После капитана и вратаря третий игрок может выбрать любое из оставшихся 9 мест, следующий – из 8, и т.д. Общее число способов построения равно $9!=362880$



Задача № 10:

Современные пятиборцы в течение двух дней участвуют в соревновании по следующим видам спорта: фехтование, плавание, стрельба и бег.

а) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования?

б) Сколько существует вариантов прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег?

в) Сколько существует вариантов прохождения видов соревнования, если известно, что первым видом должен быть бег, а последним - стрельба?

Решение:

а) $4! = 24$

б) $3! = 6$

в) $2! = 2$



Задача №11:

«Вороне Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика и шоколада. «На ель Ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась»:

- а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов выбирать;
- б) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек всё-таки бросить Лисе, а потом ответить на первый вопрос?

Решение:

а) Если есть кусочки по очереди это значит выбирать только порядок их следования, т.е. $5!=120$

б) Если бросить Лисе кусочек, то останутся 4 кусочка, которые можно съесть одним из $4!=24$ способами. Но Лисе можно бросить любой из 5 кусочков, поэтому общее число вариантов равно $5*4!=120$.



**До новых встреч
с занимательными
задачами**

