Методы решения неравенств рассматриваемые в Алгебре 9 класса.

Для решения линейных и квадратных неравенств в 9 классе рассматриваются следующие приемы решения данных неравенств, данные приемы вводятся виде правил для учащихся:

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства).

Например. Решить неравенство

$$3x + 5 < x^2$$

- Неравенство $3x+5<x^2$ равносильно
- неравенству $-x^2+3x+5<0$
- член x^2 перенесли из правой части неравенства в левую с противоположным знаком.

2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и тоже положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

Например. Решить неравенство

$$8x - 4 > 12x^2$$

- Неравенство $8x-4>12x^2$ равносильно
- Неравенству $-12x^2+8x-4>0$
- обе части первого неравенства разделили на положительное число 4

3. Обе части неравенства можно умножить и разделить на одно и тоже отрицательное число, заменив при этом знак неравенства на противоположный ($<$ на $>$, $\leq$ на $\geq$).

Например. Решить неравенство

$$-2x^2-3x+1\le 0$$

- Неравенство $-2x^2 - 3x + 1 \le 0$ равносильно
- Неравенству

$$2x^2 + 3x - 1 \ge 0$$

- обе части первого неравенства умножили на отрицательное число -1, изменив при этом знак неравенства на противоположный

Рассмотренные правила 2 и 3 допускают обобщения (соответствующие утверждения представляют собой теоремы)

Теорема 1. Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и тоже выражение p(x), отрицательное при всех значениях x, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство равносильное данному.

Например. Решить неравенство

$$\frac{5x-7}{-3x^2-8}<0$$

неравенство $\frac{5x-7}{-3x^2-8}<0$ равносильно

неравенству $5x-7>0$
(обе части исходного
 неравенства умножили на выражение
($-3x-8$),
отрицательное при любых значениях x;
при этом знак исходного неравенства
изменили на противоположный).

Теорема 2. Если обе части неравенства с переменной х умножить или разделить на одно и тоже выражение р(х), положительное при всех значениях х, и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Например. Решить неравенство

$$(x^2+1)(x+7)>0$$

неравенство $(x^2+1)(x+7)>0$ равносильно неравенству Х+7>0
(обе части исходного неравенства разделили на выражение , положительное при любых значениях х; при этом знак исходного неравенства оставили без изменения).

Рациональные неравенства.

При решении рациональных неравенств используются те приемы, которые были рассмотрены выше.

С помощью этих приемов преобразуют заданное рациональное неравенство к виду $f(x)>0$, где $f(x)$ – алгебраическая функция.

Затем числитель и знаменатель дроби $f(x)$ разлагают на множители вида $(ax-b)$ и применяется ***метод интервалов*.**

Метод интервалов

Сущность метода интервалов заключается в следующем:

- ввести функцию;
- найти область определения;
- найти нули функции;
- выделить промежутки знакопостоянства;
- определить знак на каждом из промежутков;
- выбирается необходимый промежуток;
- записывается ответ.

Например. Решить неравенство

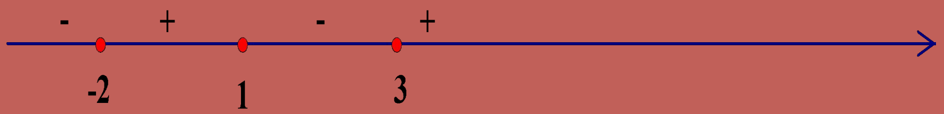
$$\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} > 0$$

1. Ввели функцию $f(x)=\frac{(x-1)(x+2)}{x-3}$

2. D (f)= R/{3}

3. Нули функции:
   x=1; X=-2

4-5.



6. F (x)>0 ⬄ $x\in(-2;1)\cup(3;+\infty)$

7. Ответ: $(-2;1)\cup(3;+\infty)$

Система неравенств

Задача. Задумано натуральное число. Известно, что если к квадрату задуманного числа прибавить 13, то сумма будет больше произведения задуманного числа и числа 14. Если же к квадрату задуманного числа прибавить 45, то сумма будет меньше произведения задуманного числа и числа 18. Какое число задумано?

- ***Решение.***
- ***Первый этап***. *Составление математической модели.*

Пусть x – задуманное число. По первому условию сумма чисел и 13 больше 14x; это значит, что должно выполняться неравенство . По второму условию сумма чисел и 45 меньше числа 18x; это значит, что должно выполняться неравенство . Так как указанные неравенства должны выполнятся одновременно, следовательно, нужно решить систему уравнений из этих неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 13 > 14x \\ x^2 + 45 < 18x \end{cases}$$

Второй этап. Работа с составленной моделью.

Преобразуем первое неравенство к виду: $x^2 - 14x + 13 > 0$

Найдем корни трехчлена

$$x^2 - 14x + 13 : x_1 = 1, x_2 = 13$$

С помощью параболы $y = x^2 - 14x + 13$ делаем вывод, что интересующее нас неравенство выполняется при

$x < 1$ или $x > 13$

Преобразуем, второе неравенство системы и приведем к виду $x^2 - 18x + 45 < 0$

Найдем корни трехчлена $x^2 - 18x + 45 : x_1 = 3, x_2 = 15$

С помощью параболы $y = x^2 - 18x + 45$ делаем вывод, что интересующее нас неравенство выполняется если $3 < x < 15$

Пересечением найденных решений служит интервал (13, 15).

<u>Третий этап.</u> *Ответ на вопрос задачи.*

- Нас интересует натуральное число, принадлежащее интервалу (13, 15). Таким числом является число 14.
- Ответ: задумано число 14.

Метод парабол

- неравенство преобразуется к виду

$$ax^2 + bx + c > 0(<, \le, \ge)$$

- находятся корни квадратного трехчлена x1,x2;
- парабола, служащая графиком функции пересекает ось x в точках x1,x2, а ветви направлены вниз, если $a < 0$, вверх, если

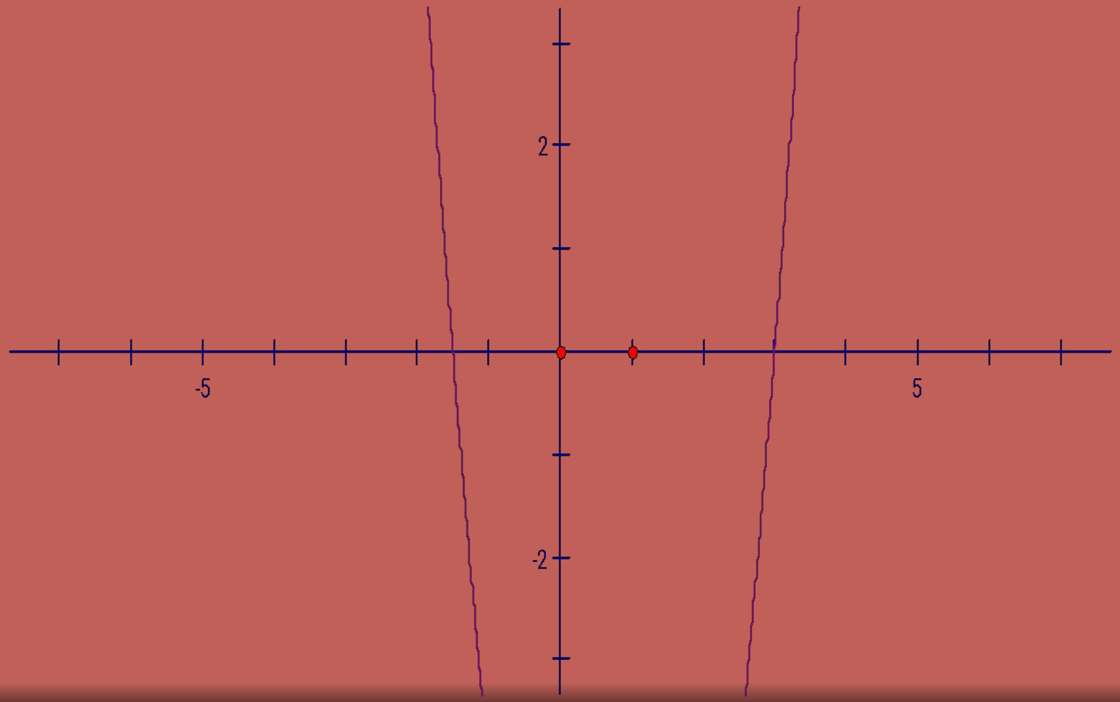
$a > 0$

- делаем вывод: y>0, следовательно, график расположен выше оси x (если y<0, то график расположен выше оси).

Например. Решить неравенство

$$3x + 9 < 2x^2$$

1. $-2x^2 + 3x + 9 < 0$
2. $-2x^2 + 3x + 9 = 0 : x_1 = 3, x_2 = 1{,}5.$
3.



4. y<0, при $x \in (-\infty;1,5) \cup (3;+\infty)$

Ответ: $(-\infty;1,5) \cup (3;+\infty)$

Системы уравнений

- Метод подстановки
- Суть данного метода заключается в следующем:
  - выражается у через х из одного уравнения системы;
  - подставляется полученное выражение вместо у в другое уравнение системы;
  - решается полученное уравнение относительно х;
  - подставляется поочередно каждый найденный член на третьем шаге корней уравнения вместо х в выражение у через х, полученное на первом шаге;
  - записывается ответ в виде пар значений (х; у), которые были найдены соответственно на третьем и четвертом шаге.

Система уравнений

- Метод алгебраического сложения.
- Суть метода решения данного уравнения учащиеся рассматривается в 7 классе, где данный метод применялся для решения системы линейных уравнений.

Система уравнений

- Метод введения новых переменных
  - С данным методом учащиеся сталкивались в 8 классе при решении рациональных уравнений.
- Суть данного метода при решении системы уравнений та же самая, но с технической точки зрения имеются некоторые особенности. Метод введения новых переменных при решении системы двух уравнений применяется в двух вариантах.
- Первый вариант: вводится одна переменная и используется только в одном уравнении системы.
- Второй вариант: вводятся две новые переменные и используются в одновременно в обоих уравнениях системы.