

# МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

# ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

- Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие.

Множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, ..., Z.

Множество, не содержащее ни одного объекта, называется **пустым** и обозначается так:  $\emptyset$

Объекты, из которых образованно множество, называются **элементами**.

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, ..., z.

Множества бывают **конечными** (множество дней в неделе, месяцев в году) и **бесконечными** (множество натуральных чисел, точек на прямой)

# СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ

- ⦿  $\mathbb{N}$  - множество всех натуральных чисел
- ⦿  $\mathbb{Z}$  - множество всех целых чисел
- ⦿  $\mathbb{Q}$  - множество всех рациональных чисел
- ⦿  $\mathbb{J}$  - множество всех иррациональных чисел
- ⦿  $\mathbb{R}$  - множество всех действительных чисел

# СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

- ◎ 1. Способом перечисления всех его элементов.

Например, если множество  $A$  состоит из чисел 1, 3, 5, 7 и 9, то мы зададим это множество, т.к. все его элементы оказались перечисленными. При этом используется следующая запись:  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

Такая форма задания множеств применяется в том случае, когда оно имеет небольшое количество элементов.

## ○ 2. Через характеристическое свойство его элементов

**Характеристическое свойство** - это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Например, множество  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  можно задать через характеристическое свойство - множество однозначных, нечетных натуральных чисел.

Так множества обычно задают в том случае, когда множество содержит большое количество элементов или множество бесконечно.

# СИМВОЛИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

A - это множество всех натуральных чисел, больших 3 и меньших 10 можно записать таким образом:

$$\odot A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 < x < 10\}$$

A это множество всех натуральных чисел больших 3 и меньших 10

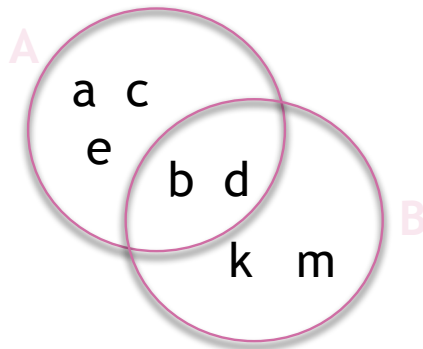
# ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

- I. Рассмотрим 2 множества:  $A = \{a, b, c, d, e\}$   
 $B = \{b, d, k, m\}$

Эти множества имеют общие элементы. В этом случае говорят, что множества пересекаются.

Множества A и B называются **пересекающимися**, если они имеют общие элементы.

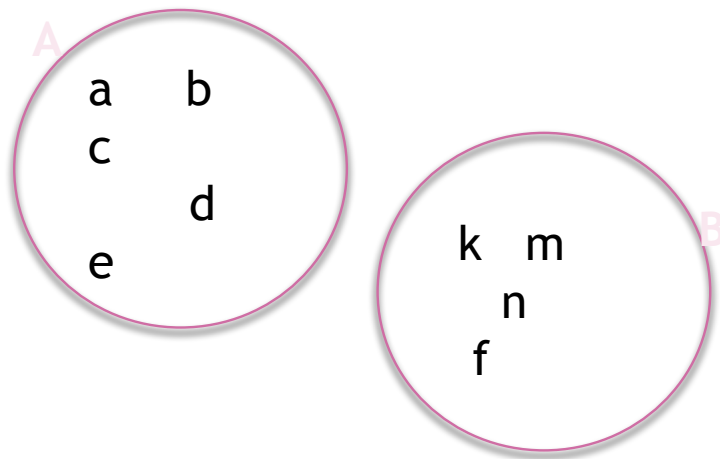
Отношения между множествами наглядно представляют с помощью особых чертежей, называемых кругами Эллера.



- II. Рассмотрим 2 множества:  $A = \{a, b, c, d, e\}$   
 $B = \{k, m, n, f\}$

Множества не имеют общих элементов. В этом случае говорят, что множества не пересекаются.

Множества A и B называются **непересекающимися**, если они не имеют общих элементов



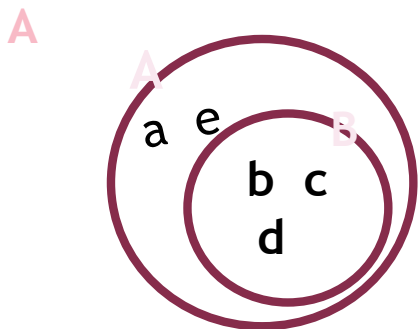


III. Рассмотрим 2 множества:  $A = \{a, b, c, d, e\}$   
 $B = \{b, c, d\}$

Эти множества называются пересекающимися, и, кроме того, каждый элемент множества  $B$  является элементом множества  $A$ .

В этом случае говорят, что множество  $B$  является **подмножеством** множества  $A$  и пишут:  $B \subset A$

- ✓ Множество  $B$  называется подмножеством множества  $A$ , если каждый элемент множества  $B$  является также элементом множества  $A$ .
- ✓ Пустое множество является подмножеством любого множества.  $\emptyset \subset A$
- ✓ Любое множество является подмножеством самого себя.  $A \subset A$

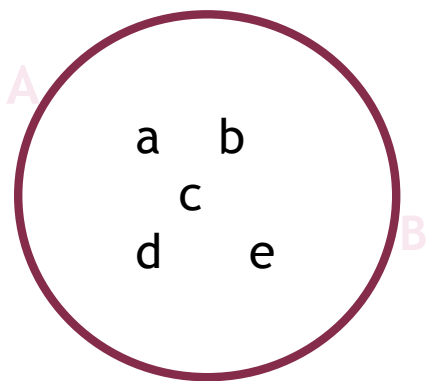


- IV. Рассмотрим 2 множества:  $A = \{a, b, c, d, e\}$   
 $B = \{c, d, a, b, e\}$

Эти множества пересекаются, причем каждый элемент множества  $A$  является элементом множества  $B$  ( $A \subset B$ ), и наоборот, каждый элемент множества  $B$  является элементом множества  $A$  ( $B \subset A$ ).

В этом случае говорят, что множества равны и пишут:  $A = B$ .

Множества  $A$  и  $B$  называются **равными**, если  $A \subset B$  и  $B \subset A$



# ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

## ⊙ I. Пересечение множеств

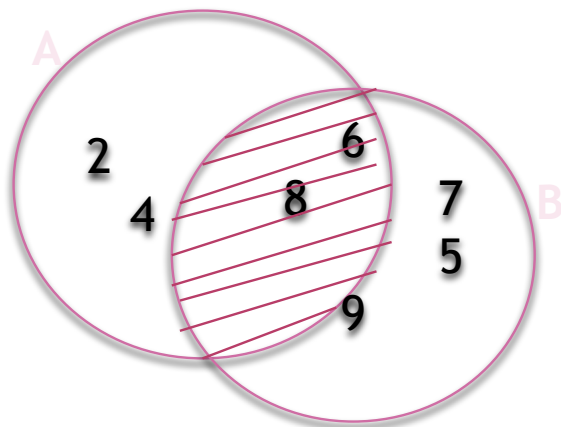
Пересечением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и множеству  $B$ .

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cap B$$

$$C = \{6, 8\}$$



## II. Объединение множеств

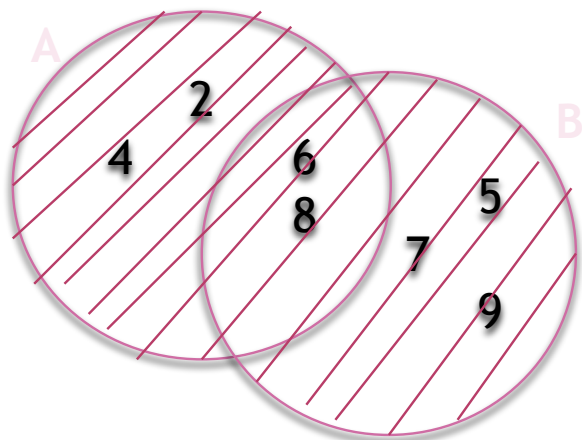
Объединением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству  $A$  или множеству  $B$ .

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = A \cup B$$

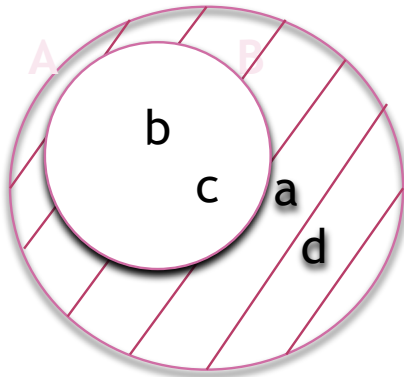
$$C = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



## III. Вычитание множеств

Разностью множеств  $A$  и  $B$  называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству  $A$  и не принадлежат множеству  $B$ .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$



Дополнением множества  $B$  до множества  $A$  называется множество, содержащее те и только те элементы множества  $A$ , которые не принадлежат множеству  $B$ .

# ДЕКАРТОВО ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОЖЕСТВ

- ◉ Упорядоченную пару, образованную из элементов множеств  $A$  и  $B$  принято записывать, используя круглые скобки  $(a, b)$ .
- ◉ Элемент  $a$  называют первой координатой (компонентой) пары, а элемент  $b$  - второй координатой (компонентой) пары.
- ◉ Декартовым произведением множеств  $A$  и  $B$  называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству  $A$ , а вторая компонента принадлежит множеству  $B$ .

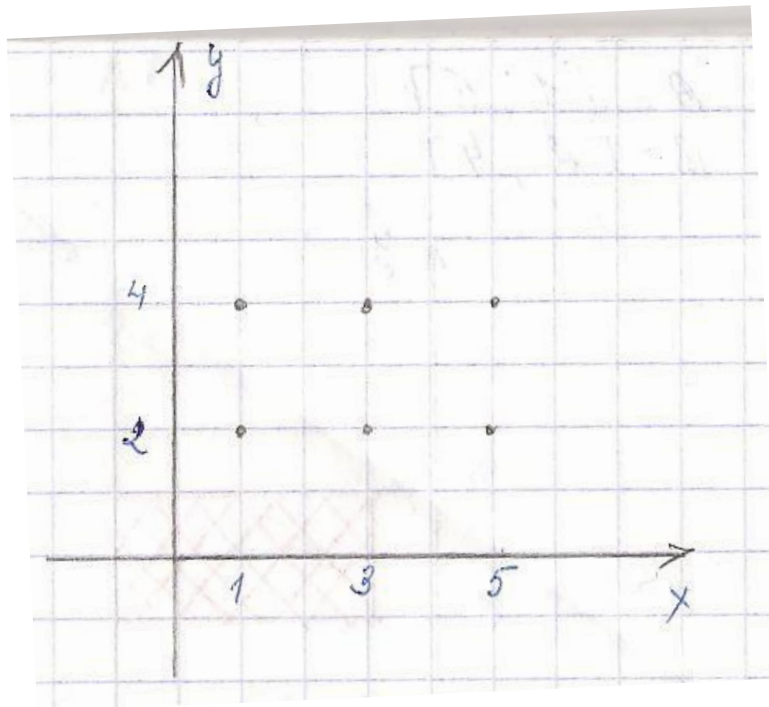
$$A \times B = \{ (x; y) \mid x \in A, y \in B \}$$

# ПРИМЕР 1

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = \{2, 4\}$$

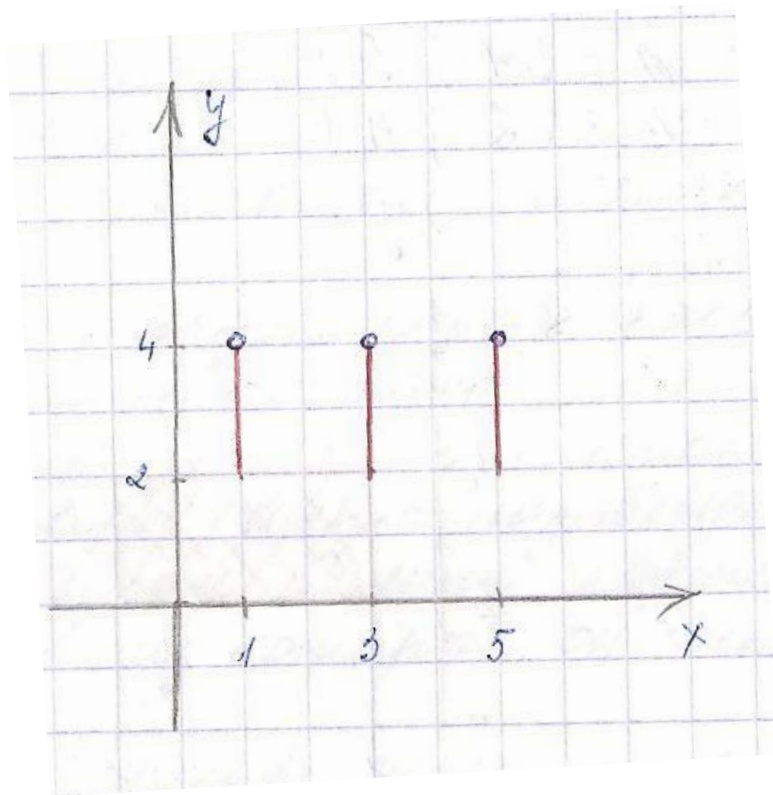
$$A \cdot B = \{(1; 2), (1; 4), (3; 2), (3; 4), (5; 2), (5; 4)\}$$



## ПРИМЕР 2

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$B = [2, 4] \text{ или } B = \{y \mid y \in \mathbb{R}, 2 \leq y \leq 4\}$$

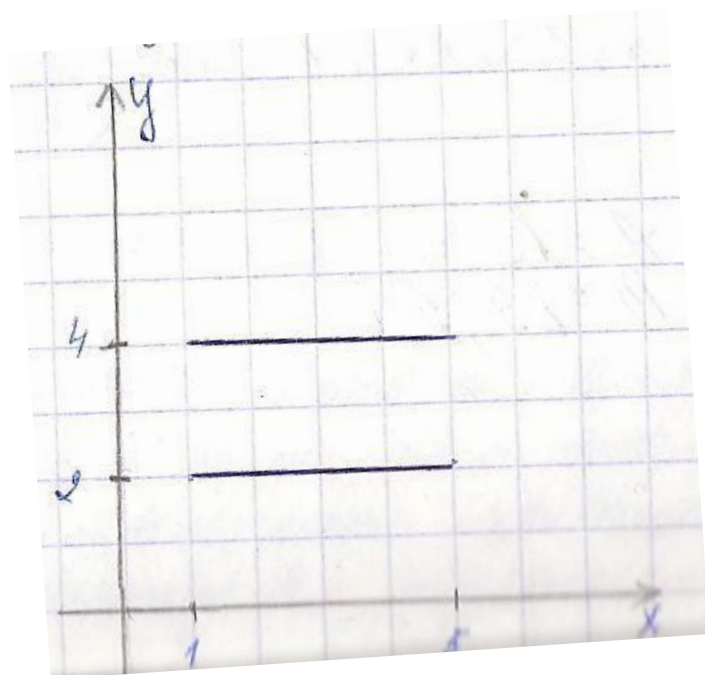




# ПРИМЕР 3

$$A=[1;5]$$

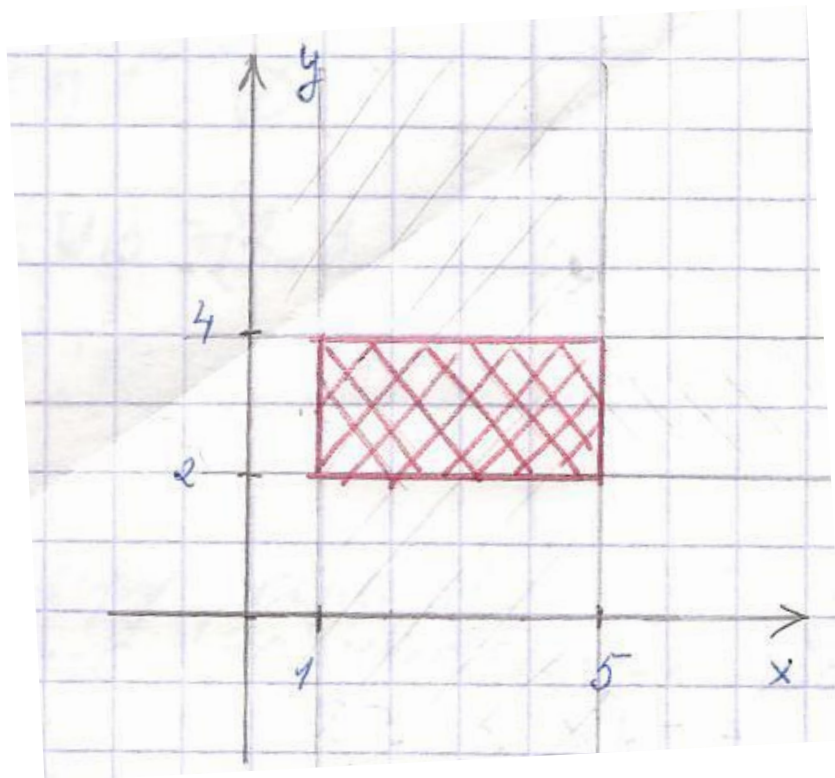
$$B=\{2,4\}$$



# ПРИМЕР 4

$$A=[1;5]$$

$$B=[2,4]$$



# ПРИМЕР 5

$$A=[1;5)$$

$$B=(2,4]$$

